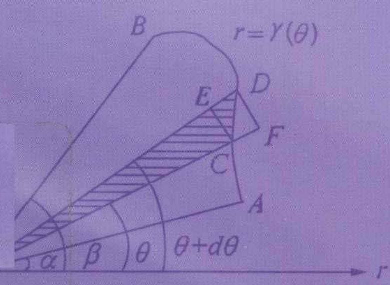
大学数学系列丛书

高等数学(上)

Gaodeng Shuxue

主编 廖飞 / 副主编 赵文英 霍东华 赵宝江 王岚 / 主审 赵宝江

(适用于经管类专业)



清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn
北京交通大学出版社
http://press.bjtu.edu.cn

大学数学系列丛书

高等数学（上）

（适用于经管类专业）

主　编　廖　飞

副主编　赵文英　霍东华

　　　　赵宝江　王　岚

清华大学出版社

北京交通大学出版社

·北京·

内容简介

本书是作者依据多年教学实践经验及对高等学校经济管理类专业培养应用型人才教学改革的认识，根据“经济管理类本科数学基础课程教学基本要求”编写的。

本书结构严谨，内容深广度适当，贴近教学实际，便于教与学。全书分上、下两册出版。上册主要内容包括函数与极限、一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程与差分方程。章后习题中有很多来自历年全国研究生和 MBA 的入学试题，并且书末附有习题参考答案。

本书可作为高等学校经济管理类专业的教材，也可供报考经济学和管理学类专业硕士研究生的读者参考。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．上/廖飞主编．—北京：清华大学出版社；北京交通大学出版社，2011.2
（大学数学系列丛书）
ISBN 978－7－5121－0513－3

Ⅰ．①高… Ⅱ．①廖… Ⅲ．①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ．①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 022282 号

责任编辑：黎 丹　　特邀编辑：张 明
出版发行：清 华 大 学 出 版 社　　邮编：100084　　电话：010－62776969
　　　　　北京交通大学出版社　　邮编：100044　　电话：010－51686414
印 刷 者：北京瑞达方舟印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185×230　　印张：21.25　　字数：476 千字
版　　次：2011 年 3 月第 1 版　　2011 年 3 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978－7－5121－0513－3/O・86
印　　数：1～4 000 册　　定价：32.00 元

本书如有质量问题，请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评，我们表示欢迎和感谢。
投诉电话：010－51686043，51686008；传真：010－62225406；E-mail：press@bjtu.edu.cn。

前　　言

本书是作者依据多年的教学实践经验和对高等学校经济管理类专业培养应用型人才的教学改革的认识，并根据“经济管理类本科数学基础课程教学基本要求”编写的。本书分上、下两册，系统并有重点地介绍了有关微积分、线性代数、概率论与数理统计的知识，编写过程中特别注意以下几点。

1. 在内容安排上由浅入深，符合认知规律，既考虑了数学的科学性、系统性与逻辑性，又汲取了国内外一些优秀教材的优点，对传统的教学内容和结构作了适当的调整，增加了与经济、管理密切相关的数学理论和方法。

2. 在教学内容上实现了与经济管理类专业课程内容的整体化，能够更好地为后续课程服务，并能满足报考经济学和管理学类专业硕士研究生和将来从事实际工作的需要。

3. 贯彻问题教学法的基本思想，对重要概念、定理、方法，尽量先从解决经济管理领域中的实际问题入手，再引入数学概念，介绍数学定理、方法，最后解决所提出的问题，使学生能够了解实际背景，提高学习兴趣，同时增强应用数学知识解决实际问题的意识和能力。

4. 例题和习题的选配层次分明，难易适度，并恰当选用经济管理中的应用案例。教材在每节后面都配置基本题，尽量使读者在做完本节习题后能够较好地理解和掌握本节的基本内容、基本理论和基本方法；在每章后面配置总习题，总习题分为（A）、（B）两组，其中（A）组习题体现了经济管理类专业本科数学基础课程的基本要求，（B）组习题大部分题目来自历年全国研究生和 MBA 的入学试题，综合性较强，可供学有余力或有志报考经济学和管理学类专业硕士研究生的读者使用。

5. 行文追求简洁流畅，重点、难点阐述详细，逻辑性强，既富有启发性又通俗易懂。针对经管类专业教学的目标与特点，有些定理仅给出结论而略去证明过程，突出理论的应用和方法的介绍，内容深广度适当，贴近教学实际，便于教与学。

本书适合作为高等学校经济管理类专业的教材，也可供报考经济学和管理学类专业硕士研究生的读者参考。

本书共 8 章，分别由王岚（第 1 章）、赵文英（第 2 章，第 3 章）、霍东华（第 4 章，第 5 章）、廖飞（第 6 章，第 7 章）、赵宝江（第 8 章）执笔编写，全书的编写思想、结构安排、统稿定稿由廖飞承担。

赵宝江教授详细审阅了本书，并提出了许多改进的意见，谨在此表示衷心的感谢。

本教材在编写过程中，参考和借鉴了国内外有关资料，并得到了许多同行的帮助、指导

和清华大学出版社、北京交通大学出版社的大力支持，尤其是黎丹编辑为本教材的出版做了大量的工作，在此谨致以诚挚的谢意。

限于编者水平，书中难免有错误和不足之处，殷切希望广大读者批评指正。

编　者

2011 年 2 月

目　　录

第 1 章　函数、极限与连续

函数是微积分中最重要的基本概念之一，是整个微积分学研究的主要对象；极限是微积分学中的重要工具，是研究函数微分学与积分学的基础；连续是函数变化的重要性态之一.

本章将先介绍集合、邻域、函数的概念、性质及常用的简单经济函数等；然后给出极限的概念、性质、两个重要极限及无穷小量、无穷大量的概念、运算等；最后以极限为工具，讨论函数的连续性.

1.1　函　　数

1.1.1　集合与邻域

集合是一些确定对象的全体. 组成集合的每一个对象称为集合的**元素**.

集合通常用大写字母 A，B，C 等表示，其中的元素通常用小写字母 a，b，c 等表示. 集合一般有两种表示方法：一是列举法，即把集合的元素都一一列举出来，并写在花括号中，如 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$；二是描述法，即指明集合中元素所具有的特征或性质，如 $B=\{x|x^2-1=0\}$. 集合通常分为有限集和无限集. 若集合中含有有限个元素，则称为**有限集**，否则称为**无限集**. 若 a 是集合 A 中的元素，则称 a **属于** A，记作 $a\in A$；若 a 不是集合 A 中的元素，则称 a **不属于** A，记作 $a\notin A$ 或 $a\overline{\in}A$；

不含任何元素的集合称为**空集**，记为$\varnothing$. 例如，集合 $A=\{x|x>0$ 且 $x<0\}$ 是空集.

若集合 A 的元素都是集合 B 的元素，则称 A 是 B 的**子集**或称 A 包含于 B，或 B 包含 A，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$. 若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称集合 A 与集合 B **相等**，记作 $A=B$. 空集 $\varnothing$ 是任何集合 A 的子集，即 $\varnothing\subset A$.

元素是数的集合称为**数集**. 全体自然数的集合记作 **N**，全体整数的集合记作 **Z**，全体有理数的集合记作 **Q**，全体实数的集合记作 **R**，全体复数的集合记作 **C**.

本书用到的集合主要是数集. 如无特殊说明，以后提到的数集都是实数集合 **R**.

设一数轴，在其上标有原点、长度和方向. 于是任一实数对应于该轴上唯一的一点，这点以这个实数作为坐标. 反之，任给数轴上一点，该点的坐标就唯一地对应着一个实数. 因此数轴上的点与实数集 **R** 中的数构成了一一对应的关系. 下文中数 x 也称为点 x，数集也称为点集.

区间和邻域是微积分中的基本概念，是一类较特殊的数（点）集.

设 a，$b\in\mathbf{R}$，且 $a<b$，数集 $\{x|a<x<b\}$ 称为**开区间**，记作 (a, b)；数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记作 $[a, b]$；数集 $\{x|a<x\leqslant b\}$ 和 $\{x|a\leqslant x<b\}$ 称为**半开半闭区间**，分别记作 $(a, b]$ 和 $[a, b)$，其中 a，b 也称为区间的端点. 这些区间均为有限区间，此外还有无限区间

$$(-\infty, +\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}$$

$$(a, +\infty)=\{x|a<x<+\infty\}, \quad (-\infty, b)=\{x|-\infty<x<b\}$$

$$[a, +\infty)=\{x|a\leqslant x<+\infty\}, \quad (-\infty, b]=\{x|-\infty<x\leqslant b\}$$

以点 a 为中心的开区间称为点 a 的邻域，记作 $U(a)$. 设 $\delta>0$，开区间 $(a-\delta, a+\delta)$ 称为点 a 的 **δ 邻域**，记作 $U(a, \delta)$，即 $U(a, \delta)=(a-\delta, a+\delta)=\{x|a-\delta<x<a+\delta\}$. 集合 $\{x|0<|x-a|<\delta\}$ 称为点 a 的**空心 δ 邻域**，记作 $U^{\circ}(a, \delta)$. 此外，开区间 $(a-\delta, a)$ 和 $(a, a+\delta)$ 分别称为点 a 的**左 δ 邻域**和**右 δ 邻域**.

1.1.2 函数的概念

变量与函数的概念抽象于物质世界的各种运动与变化，变量变化过程中的相依关系产生了函数概念.

1. 函数的概念

在生产实践和科学研究中，常会遇到各种不同的量，其中有些在某过程中不发生变化而保持一定数值的量称为**常量**，如圆周率 π、重力加速度 g 等；还有一些在某过程中可以取不同数值的量称为**变量**，如一天中温度的变化，温度是一个变量. 常量通常用字母 a，b，c 等表示，变量通常用字母 x，y，z 等表示.

通常，一些客观事物所反映出的变量往往不是孤立的，它们常相互依赖并按一定规律变化，这就是变量间的函数关系.

【例 1-1】 一金属圆盘受温度影响而变化. 由平面几何知，圆的面积 S 与其半径 r 之间有如下公式

$$S=\pi r^2$$

当 r 受温度影响在范围 $[R_1, R_2]$（R_1，R_2为常量）内变化时，面积 S 依上式随半径 r 的变化而变化.

【例 1-2】 自由落体运动. 设物体下落的时间为 t，落下的距离为 s，它们均是变量. 假定开始下落的时刻为 $t=0$，那么在物体运动的过程中，变量 s 与 t 之间的依赖关系为

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

其中 g 是重力加速度. 若物体着地的时刻为 $t=T$，则当时间 t 在闭区间 $[0, T]$ 内任意取

定一个数值时，由上式就可以确定下落距离 s 的相应数值.

上述两例反映了变量之间的相互依赖关系，这些关系确立了相应的法则，当其中一个变量在一定范围内取值时，另一变量相应地有确定的值与之对应. 两个变量之间的这种对应关系就是数学上的函数关系.

定义 1－1　设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集. 如果有一个对应法则 f，使得对于每一个数值 $x\in D$，变量 y 都有唯一确定的数值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记作

$$y=f(x),\quad x\in D$$

其中 x 称为自变量，y 称为因变量，数集 D 称为函数的定义域，记作 D_f.

当自变量 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$，函数值组成的数集称为函数的值域，记 R_f.

函数 $y=f(x)$ 的定义域 D_f 就是 x 的取值范围，因变量 y 是由对应法则 f 唯一确定的，所以定义域和对应法则是函数的两个要素，或者说一个函数由定义域和对应法则唯一确定. 如果两个函数具有相同的定义域和对应法则，那么它们是相同的函数；如果定义域或对应法则有一个不相同，那么它们就是不同的两个函数.

【例 1－3】　函数 $f(x)=\dfrac{x}{x}$ 与 $g(x)=1$ 不同，因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,\ 0)\cup(0,\ +\infty)$，而 $g(x)$ 的定义域为 $(-\infty,\ +\infty)$，所以 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是不同的函数.

2. 函数的表示法

不同的函数关系常用不同的函数表示方法，最常用的函数表示方法是解析法（也称为公式法）、表格法和图像法. 下面举例说明.

【例 1－4】　某工厂每日最多生产 A 产品 1 000 件，固定成本为 150 元，单位变动成本为 8 元，则每日产量 x 与每日总成本 y 建立的对应关系可构成如下函数

$$y=150+8x,\quad D_f=\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 1000,\ 且\ x\in\mathbf{N}\}$$

【例 1－5】　某水文站统计了某河流 40 年内平均月流量 V 如表 1－1 所示.

表 1－1

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均月流量 V（$\times10^8$ m^3）	0.39	0.30	0.75	0.44	0.35	0.72	4.3	4.4	1.8	1.0	0.72	0.50

表 1－1 表示，在平均月流量 V 与月份 t 之间建立了明确的对应关系，当月份 t 每取一个值时，由表即可得平均月流量 V 的唯一的一个对应值，因而也确定了函数关系，其定义域为

$$D_f=\{t\,|\,1\leqslant t\leqslant 12,\ t\in\mathbf{N}\}$$

【例 1－6】　某气象站用自动记录仪记下某日从 0 时到 24 时的温度变化曲线，如图 1－1 所示，它形象地表示了温度 T 随时间 t 的变化规律.

CHAPTER 1

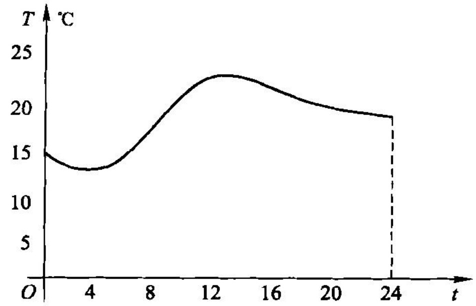


图 1－1

根据温度变化曲线所表示的规律，对于任何 $t_0 \in [0, 24]$ 都有温度 T_0 与之对应.

以上三个例子正好是三种常用的函数表示法的应用. 例 1－4 用的是解析法；例 1－5 用的是表格法；而例 1－6 用的是图像法.

用数学式子表示自变量和因变量之间对应关系的方法称为**解析法**，也称为**公式法**；将自变量值与对应的函数值列成表以表示函数的方法称为**表格法**；用图像来表示自变量值与对应函数值的关系的方法称为**图像法**.

最后来看分段函数. 所谓分段函数，就是在用公式法描述函数时，在不同的定义域部分具有不同的对应法则.

【例 1－7】 函数

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & x \leqslant 0 \\ x+1, & x>0 \end{cases}$$

表示当 x 取不同区间内的数值时，函数用不同的式子来表示. 当 $x=-1<0$ 时，由 $f(x)=x^2$ 计算得到 $f(-1)=(-1)^2=1$；而当 $x=2>0$ 时，由 $f(x)=x+1$ 计算得到 $f(2)=2+1=3$.

1.1.3　函数的性质

1. 有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，若存在正数 M，使得对于任意给定的 $x \in I$，都有 $|f(x)| \leqslant M$，则称 $f(x)$ 在区间 I 上是**有界函数**（如图 1－2 所示）；否则就称 $f(x)$ 在 I 上是**无界函数**.

【例 1－8】 函数 $y=\sin x$ 对于 $x \in (-\infty, +\infty)$ 恒有 $|\sin x| \leqslant 1$，所以它是有界函数.

【例 1－9】 函数 $y=x^2$，若 I 为 $(1, 2)$，则函数在 I 上有界；若 I 为 $(1, +\infty)$，则函数在 I 上无界.

在几何上，有界函数 $y=f(x)$ 的图形介于直线 $y=M$ 和 $y=-M$ 之间.

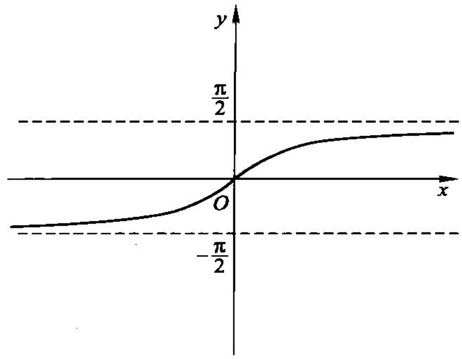


图 1－2

2. 单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I \subset D$，若对任意两点 x_1，$x_2 \in I$，当 $x_1 < x_2$时，恒有 $f(x_1) < f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加**的；而当 $x_1 < x_2$时，恒有 $f(x_1) > f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调减少**的. 这两类函数统称为**单调函数**.

在几何上，单调增加函数的图形是随着 x 增加而上升的曲线；单调减少函数的图形是随着 x 的增加而下降的曲线（如图 1－3 所示）.

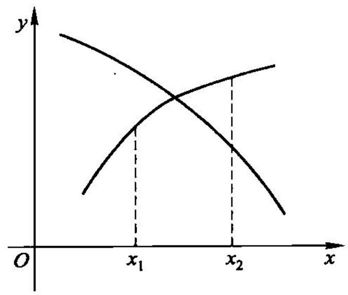


图 1－3

例如，函数 $y=x^2$在 $(-\infty, 0)$ 内是递减的，而在 $(0, +\infty)$ 内是递增的.

若函数 $f(x)$ 在区间 I 内单调增加或减少，则称区间 I 是函数 $f(x)$ 的**单调区间**.

3. 奇偶性

若函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，且对任意的 $x \in D$ 都有 $f(-x)=-f(x)$（或 $f(-x)=f(x)$），则称 $y=f(x)$ 为**奇函数**（或**偶函数**）.

在几何上，奇函数 $y=f(x)$ 的图像关于原点中心对称；偶函数 $y=f(x)$ 的图像关于 y 轴对称（如图 1－4 所示）.

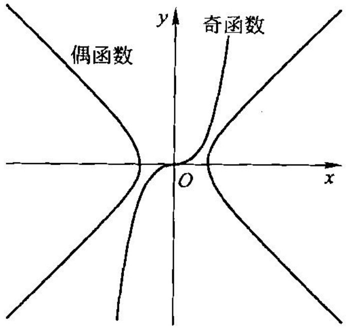


图 1－4

例如，$y=\cos x$ 在定义区间上是偶函数．而 $y=\sin x$ 在定义区间上是奇函数．

若函数既非奇函数也非偶函数，则称函数为**非奇非偶函数**．

4．周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，若存在一个非零常数 T，使得对任意的 $x\in D$，$x+T\in D$，均有 $f(x+T)=f(x)$ 成立，则称函数 $y=f(x)$ 为**周期函数**．并把 T 称为 $y=f(x)$ 的一个周期．

通常所说的周期函数的周期是指最小的正周期．例如，函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数；而函数 $y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 都是以 π 为周期的周期函数．

1.1.4　反函数和复合函数

1．反函数

在由 $y=f(x)$ 确定的函数关系中，强调了自变量 x 的主动性，即由 x 的变动带来 y 的变化．但有时也需要分析 y 的变动对 x 造成的影响，为此引入反函数的概念．

定义 1－2　设 X 是函数 $y=f(x)$ 的定义域，$Y=f(X)$ 是它的值域．若对任意给定的 $y\in Y$，都有唯一确定的 $x\in X$ 与之对应，使得 $f(x)=y$，则 x 也是 y 的函数，称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，$y\in Y$．

相对于反函数而言，原来的函数 $y=f(x)$ 称为直接函数．

习惯上自变量用 x 表示，因变量用 y 表示．因此通常将 $x=f^{-1}(y)$ 写为 $y=f^{-1}(x)$，此时说 $y=f^{-1}(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数．

函数 $y=f(x)$ 的定义域 X 和值域 Y 分别是反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域和定义域．

在同一坐标系中，原函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对

称（如图 1－5 所示），这是因为两个函数因变量与自变量互换的缘故．

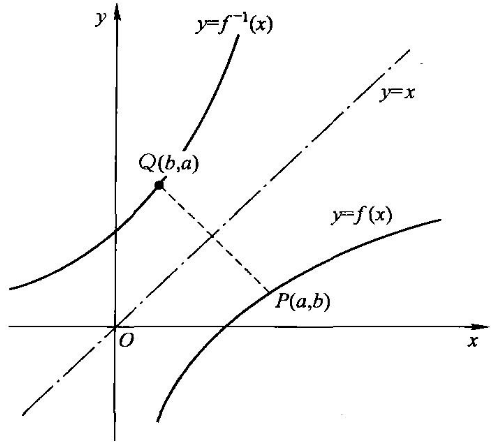


图 1－5

注意到，并非任何函数都有反函数，对于一个给定函数 $y=f(x)$，$x\in X$，$y\in Y$ 来说，它在 X 上存在反函数的充分必要条件是 $f(x)$ 在 X 上是一一对应的．因为单调函数是一一对应的，所以单调函数一定有反函数，并且反函数也有相同的单调性．

【例 1－10】 求函数 $y=x^2(x\in[0,+\infty))$ 的反函数．

解　因为函数 $y=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调增加，所以它存在反函数．由 $y=x^2$，得 $x=\sqrt{y}$，$y\geqslant 0$．于是函数 $y=x^2(x\in[0,+\infty))$ 的反函数为 $y=\sqrt{x}(x\in[0,+\infty))$．

2. 复合函数

如果某个变化过程中同时出现几个变量，其中第一个变量依赖于第二个变量，第二个变量又取决于第三个变量，于是第一个变量实际上是由第三个变量所确定．这类多个变量的连锁关系引出了数学上复合函数的概念．在中学数学里，就遇到过这样的函数，如 $\ln(\sin x)$，可以看成是将 $u=\sin x$ 代入到 $y=\ln u$ 之中而得到的，像这样在一定条件下，将一个函数“代入”到另一个函数中的运算称为函数的复合运算，而得到的函数称为复合函数．

定义 1－3　设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，u 是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，而且当 x 在 $\varphi(x)$ 的定义域或定义域的一部分上取值时，所对应的 $u=\varphi(x)$ 的值在 $y=f(u)$ 的定义域内变化，则称 $y=f(\varphi(x))$ 是由 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 构成的复合函数．u 称为中间变量，函数 $u=\varphi(x)$ 称为内层函数，函数 $y=f(u)$ 称为外层函数．

函数 f 与函数 φ 构成的复合函数通常记作 $f\circ\varphi$，即 $f\circ\varphi=f(\varphi(x))$．

注意到，并不是任意两个函数都能构成复合函数，只有当内层函数的值域与外层函数的定义域相交不空时，两函数才能进行复合运算，如图 1－6 所示．

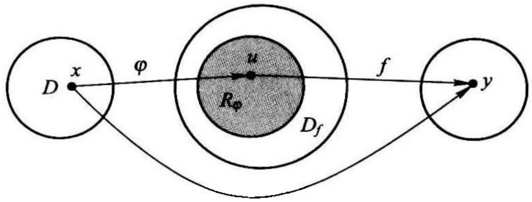


图 1－6

1.1.5　初等函数

在数学的发展过程中，形成了最简单最常用的六类函数，即常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数．这六类函数统称为**基本初等函数**．

1．常数函数

$y=C$（C 为常数），定义域为（$-\infty$，$+\infty$），值域为 $\{C\}$，图像为过点（0，C）且平行于 x 轴的直线．

2．幂函数

$y=x^a$（a 为实数），定义域视 a 的不同而不同，但无论 a 为何值，它在区间（0，$+\infty$）内总有定义，图像过点（1，1）．$a>0$，$a<0$ 时的图像分别如图 1－7 和图 1－8 所示．

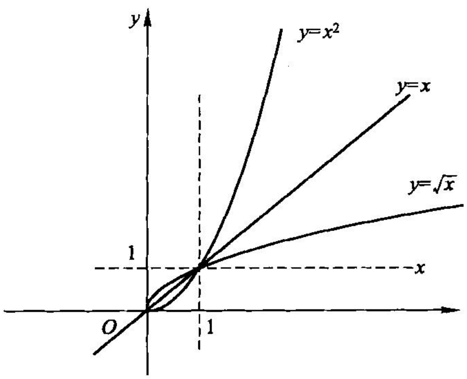


图 1－7

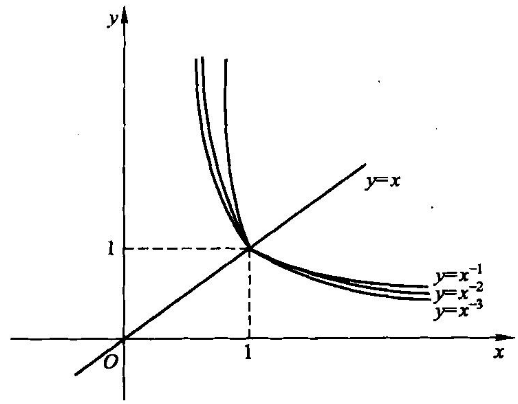


图 1－8

3．指数函数

$y=a^x$（$a>0$，$a\neq1$），定义域为（$-\infty$，$+\infty$），值域为（0，$+\infty$）．当 $a>1$ 时，函数

单调增加；当 $0<a<1$ 时，函数单调减少．图像过点 $(0, 1)$（如图 1－9 所示）．

4．对数函数

$y=\log_a x$ $(a>0, a\neq 1)$，定义域为 $(0, +\infty)$，值域为 $(-\infty, +\infty)$．当 $a>1$ 时，函数单调增加；当 $0<a<1$ 时，函数单调减少．图像过点 $(1, 0)$（如图 1－10 所示）．

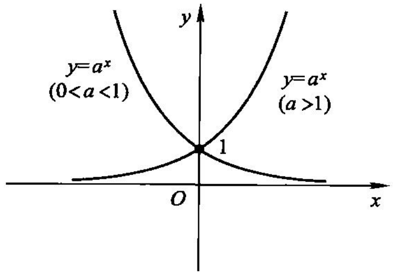


图 1－9

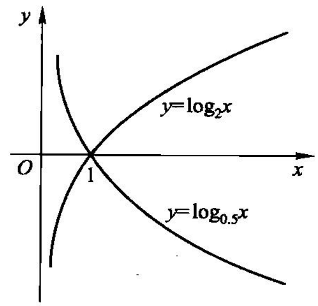


图 1－10

5．三角函数

正弦函数 $y=\sin x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $[-1, 1]$，在 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$ $(k\in\mathbf{Z})$ 上单调增加；在 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$ $(k\in\mathbf{Z})$ 上单调减少，是以 2π 为周期的周期函数（如图 1－11 所示）．

余弦函数 $y=\cos x$ 的定义域、值域和周期与正弦函数相同，在 $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$ $(k\in\mathbf{Z})$ 上单调增加，在 $[2k\pi, (2k+1)\pi]$ $(k\in\mathbf{Z})$ 上单调减少（如图 1－12 所示）．

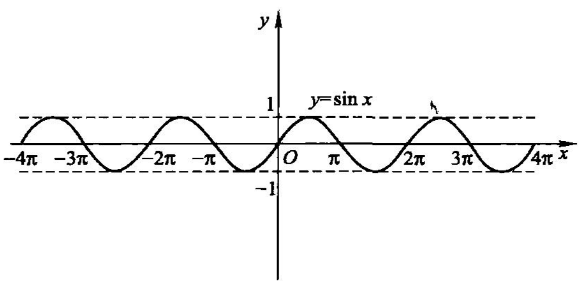


图 1－11

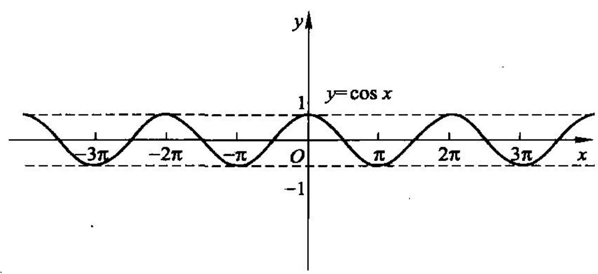


图 1－12

正切函数 $y=\tan x$，定义域为 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2}, k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$，值域为 $(-\infty, +\infty)$，是以 π 为周期的周期函数，在有定义的区间上单调增加（如图 1－13 所示）．

余切函数 $y=\cot x$，定义域为 $(k\pi, (k+1)\pi)$ $(k\in\mathbf{Z})$，值域为 $(-\infty, +\infty)$，是以 π

为周期的周期函数，在有定义的区间上单调减少（如图 1－14 所示）.

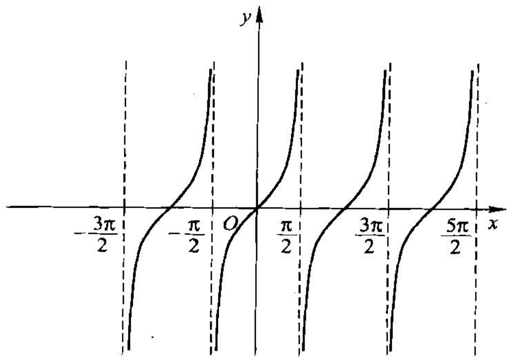


图 1－13

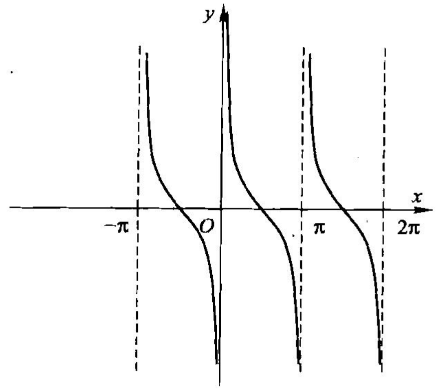


图 1－14

6. 反三角函数

正弦函数 $y=\sin x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的反函数称为**反正弦函数**，记作 $y=\arcsin x$，定义域为 $[-1, 1]$，值域为 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$（如图 1－15 所示）.

余弦函数 $y=\cos x$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的反函数称为**反余弦函数**，记作 $y=\arccos x$，定义域为 $[-1, 1]$，值域为 $[0, \pi]$（如图 1－16 所示）.

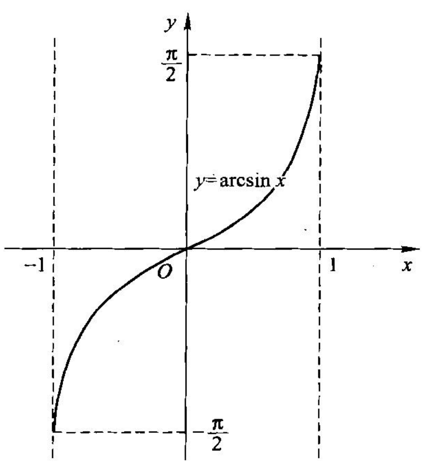


图 1－15

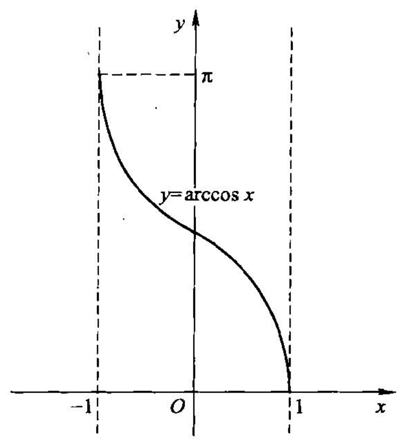


图 1－16

正切函数 $y=\tan x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的反函数称为**反正切函数**，记作 $y=\arctan x$，