

◆ 人教版

学法大视野
XUEFA DASHIYE



高中选修 4-1

数 学



海豚出版社
DOLPHIN BOOKS
中国国际出版集团

责任编辑:范劲松 潘 丽

责任校对:吴小燕 谭著名

装帧设计:张 维 蒋 慧

拥有《考一本》 圆你一本梦



长郡雅礼 **联袂** 打造
一线名师 担纲编写

语文·高中必修 1, 2, 3, 4, 5(人教版)
数学·高中必修 1, 2, 3, 4, 5(人教版)
英语·高中模块 1, 2, 3, 4, 5(译林版)
物理·高中必修 1, 2(人教版)
化学·高中必修 1, 2(人教版)
历史·高中必修 1, 2, 3(人教版)
地理·高中必修 1, 2, 3(湘教版)
生物·高中必修 1, 2, 3(人教版)
思想政治·高中必修 1, 2, 3, 4(人教版)

语文·高中选修·文章写作与修改(人教版)
语文·高中选修·中国古代诗歌散文欣赏(人教版)
语文·高中选修·新闻阅读与实践(人教版)
语文·高中选修·中国文化经典研读(人教版)
语文·高中选修·外国小说欣赏(人教版)
数学·高中选修 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 2-3(人教版)
数学·高中选修 4-1, 4-4, 4-5, 4-7(人教版)
英语·高中模块 6, 7, 8, 9, 10, 11(译林版)
物理·高中选修 1-1, 3-1, 3-2, 3-4, 3-5(人教版)
化学·高中选修 1, 4, 5(人教版)
生物·高中选修 1, 3(人教版)
历史·高中选修 1, 3(人教版)
地理·高中选修 3, 5(湘教版)



本丛书由 www.acpub.com (中国学术出版网) 提供数字出版支持
欢迎访问 www.baishibaile.com, 查询学科资讯, 参与在线互动

ISBN 978-7-5110-0401-7



9 787511 004017 >

定价:7.00 元



数学

高中选修 4-1 (人教版)

组编单位: 长沙市教育科学研究院

编写指导: 王 旭 卢鸿鸣 刘维朝

(按姓氏笔画) 陈来满 雷建军 黎 奇

本册主编: 杨 科 陈 峰
本册编者: 李云皇 杨铭瑛 邓顺清 汤 灏 易兰桂
屈检嗣 朱玉文 张新民 陈秀丽 郭丽君
本册审读: 戴国良 邓奇志 龚德军



海豚出版社
DOLPHIN BOOKS
中国国际出版集团

图书在版编目 (CIP) 数据

考一本·课程基础导练. 数学. 4-1: 选修 / 杨科,
陈峰主编. —北京: 海豚出版社, 2010.8

ISBN 978-7-5110-0401-7

I. ①考… II. ①杨… ②陈… III. ①数学课—高中—习题 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 176328 号

书 名: 考一本·课程基础导练 数学(选修 4-1)

作 者: 杨 科 陈 峰

责任编辑: 范劲松 潘 丽

责任校对: 吴小燕 谭著名

装帧设计: 张 维 蒋 慧

出 版: 海豚出版社

网 址: <http://www.dolphin-books.com.cn>

地 址: 北京市百万庄大街 24 号 邮 编: 100037

客服电话: 0731-84322947 84313942 82254875

传 真: 0731-84322947 82322805

印 刷: 湖南版艺印刷有限公司

开 本: 16 开(880 毫米×1230 毫米)

印 张: 3.5

字 数: 100 千字

版 次: 2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

标准书号: ISBN 978-7-5110-0401-7

定 价: 7.00 元

版权所有 侵权必究

PREFACE

编者寄语

积经年之底蕴,凝教学之精华。全新呈现在您面前的《考一本·课程基础导练》是由湖南省四大名校之长郡中学、雅礼中学联手倾力打造,经校内众多长年奋战在教学一线上的特、高级教师潜心编写而成的。长郡、雅礼两校此番在教辅用书上的联袂合作,尚属首次,而由各学科带头人牵头的作者队伍,也都是教育界的精兵强将。作为编者,我们有足够的理由相信,《考一本·课程基础导练》这套新型教辅用书必将给广大师生带来福音。

本套丛书立足于学业水平考试,跟踪服务新高考,以最新教材为依托,彰显教育教学新理念,整体来说,具有权威、同步、联动、实用等几大特色。

权威 本套丛书的编写团队,不仅具有扎实的教学功底,丰富的教学经验,而且深谙高中教育教学的规律和特点,由学科带头人领队的编写更是有力地保证了该套丛书的权威性。

同步 教与学一体,知识与能力同步,将“怎么学”与“怎么教”放在一起同步设计,以方法为主线实施教学,使学生不仅能轻松地掌握基础知识,而且能尽快地提高综合应用能力。本套丛书以全新的视角向广大师生介绍这种符合教学规律的立体化学习方案。

联动 教与学联动,相互促进,涵盖全部知识点的教法学法设计,抓住重难点的讲练结合编排,使这个主体充满鲜活而翔实的内容。

实用 本套丛书注重基础,突出实用、好用,并充分照顾到不同层次、不同阶段的学生学习时的实际需要,在知识和能力的安排上循序渐进,难易有度。书中例题和习题的选取充分考虑最新命题趋势,既博采众长,又自成系统。各分册体例相对统一,但又根据模块特点和各年级教学实际有所不同,各具特色。

踏破铁鞋无觅处。但愿《考一本·课程基础导练》正是您苦苦寻觅中的教辅用书,并祈求它的上乘品质能带给您成功的好运。

本套丛书的编辑与出版,得益于教育界、出版界众多知名人士的热情帮助和大力支持,他们提出了诸多很好的建议,在此谨表衷心感谢。恳切希望广大师生和教育专家在这套丛书问世后,多提宝贵意见,以便我们进一步修订完善。

补充说明:数学选修4-1第三讲内容是新增内容,在新课程的高考初期,暂不考查。故本册用书中未编入第三讲内容。

编者

2010年7月

第一讲 相似三角形的判定及有关性质	001
第 1 课时 平行线等分线段定理	001
第 2 课时 平行线分线段成比例定理	005
第 3 课时 相似三角形的判定及性质(1)	009
第 4 课时 相似三角形的判定及性质(2)	012
第 5 课时 相似三角形的判定及性质(3)	016
第 6 课时 直角三角形的射影定理	019
第 7 课时 相似三角形的判定及有关性质复习	022
第二讲 直线和圆的位置关系	026
第 8 课时 圆周角定理	026
第 9 课时 圆内接四边形的性质与判定定理	029
第 10 课时 圆的切线的性质及判定定理	032
第 11 课时 弦切角的性质	036
第 12 课时 与圆有关的比例线段(1)	039
第 13 课时 与圆有关的比例线段(2)	042
第 14 课时 直线与圆的位置关系复习	045

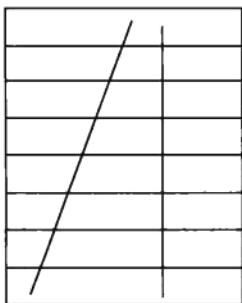
第一讲 相似三角形的判定及有关性质

第1课时 平行线等分线段定理

发现问题

情景导思

准备一张横格纸(其上横线是平行且等距的),任意画一条直线(如图),它被横线分成的各条线段的大小有什么关系?再多画几条看一看呢?通过度量比较,你发现了什么规律?



互动课堂

知识清单

知识点1:平行线等分线段定理及其推论

如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等,那么在其他直线上截得的线段也相等.

推论1:经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边.

推论2:经过梯形一腰的中点,且与底边平行的直线平分另一腰.

知识点2:三角形、梯形中位线定理

(1)三角形中位线平行第三边且等于第三边的一半.

(2)梯形中位线平行于两底,且等于两底之和的一半.

学法指导

1. 理解定理和推论

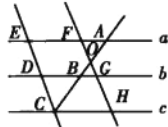
【例1】如图, $a \parallel b \parallel c$,那么下列结论中,错误的是()

A. 由 $AB=BC$, 可得 $FG=GH$

B. 由 $AB=BC$, 可得 $OB=OG$

C. 由 $CE=2CD$, 可得 $CA=2BC$

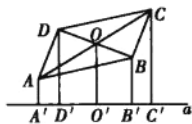
D. 由 $GH=\frac{1}{2}FH$, 可得 $CD=DE$



【解析】由 OB, OG 不是一条直线被一组平行线所截得的线段知 B 不正确. 故选 B.

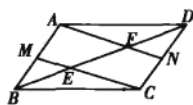
变式训练:如图,已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O ,过点 A, B, C, D, O 分别作直线 a 的垂线,垂足分别为 A', B', C', D', O' .

求证: $A'D'=B'C'$.



2. 应用推论, 分解图形

【例2】如图, 已知在平行四边形ABCD中, M、N分别是AB、CD的中点, CM、AN分别交BD于E、F.



求证: $BE=EF=FD$.

【证明】由已知, M、N分别是AB、CD的中点,

$\therefore$ 四边形AMCN为平行四边形,

$\therefore AN \parallel CM$,

$\because N$ 为CD的中点,

$\therefore DF=EF$,

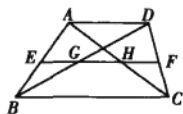
又 $\because AM=MB$,

$\therefore BE=EF$,

$\therefore BE=EF=FD$.

【点评】本题运用了推论1: 经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边.

变式训练:如图, 已知在梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, E、F分别是AB、CD的中点, 连接EF交BD于G, 交AC于H.



求证: $GH = \frac{1}{2}(BC - AD)$.

3. 应用定理, 等分线段

【例3】已知线段AB, 你能将它三等分吗? 依据是什么?

已知: 线段AB(如图).

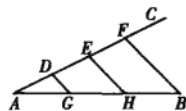
求作: 线段AB的三等分点.



【解析】作法:

① 作射线AC;

② 在射线AC上顺次截取 $AD =$



$DE = EF$;

③ 连接BF;

④ 过点D、E分别作BF的平行线交AB于点G、H, 则点G、H即为所求的三等分点.

【点评】作图题虽不要求写作法, 但最后的结论一定要写出.

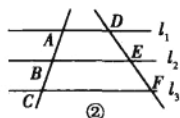
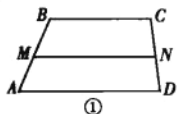
变式训练:画一条长为6 cm的线段, 并将其7等分.

自主成长

夯实基础

下列命题中,正确的有 ()

- (1)如图①,四边形 $ABCD$ 中,点 M, N 分别在 AB, CD 上,若 $AM=BM, DN=CN$,则 $AD \parallel MN \parallel BC$;
- (2)一组平行线,任意相邻的两平行线间的距离都相等,则这组平行线能等分线段;
- (3)如图②,直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ 且 $AB=BC$,那么 $AB=BC=DE=EF$.



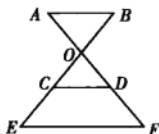
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 0 个

2. 顺次连接等腰梯形的各边中点得到的四边形为 ()

- A. 平行四边形 B. 菱形
C. 矩形 D. 正方形

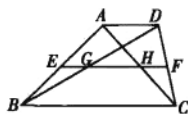
3. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 且 $AO=OD=DF, BC=6$, 则 $BE=()$

- A. 9
B. 10
C. 11
D. 12

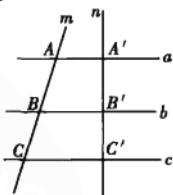


4. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD:BC=a:b$, 中位线 $EF=m$, 则 $GH=()$

- A. $\frac{m(a+b)}{a-b}$
B. $\frac{m(b-a)}{2(a+b)}$
C. $\frac{2m(b-a)}{a+b}$
D. $\frac{m(b-a)}{a+b}$



5. 如图, 已知直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 m, n 分别与 a, b, c 交于点 A, B, C 和 A', B', C' , 如果 $AB=BC=1, A'B'=\frac{3}{2}$, 则 $B'C'=\underline{\hspace{2cm}}$.



6. 在梯形 $ABCD$ 中, M, N 分别是腰 AB, CD 的中点, 且 $AD=2, BC=4$, 则 $MN=\underline{\hspace{2cm}}$.

7. 梯形的中位线长为 10 cm, 一条对角线将中位线分成的两部分之差是 3 cm, 则该梯形的较大的底边长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.

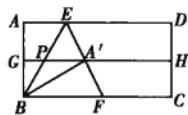
能力提升

8. 一个等腰梯形的周长是 80 cm, 如果它的中位线长与腰长相等, 它的高是 12 cm, 求这个梯形的面积.

9. 已知线段 AB , 用平行线等分线段定理将它分成两部分, 且两部分之比为 $2:3$.



- 10*. 如果把矩形纸 $ABCD$ 对折, 设折痕为 GH , 再把 A 点叠在折痕线上, 设为 A' , 折痕为 BE , BE 交折痕线 GH 于 P , 延长 EA' 交 BC 于 F . 求证: $\triangle FBE$ 为正三角形.



注释: 书中加“*”的题为选做题.

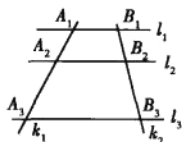
第2课时 平行线分线段成比例定理

发现问题



情景导思

如图,三条平行线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 在直线 k_1, k_2 上截出线段 $A_1A_2, A_2A_3, B_1B_2, B_2B_3$,



如果 $A_1A_2 = A_2A_3$, 有 $B_1B_2 = B_2B_3$; 如果 $\frac{A_1A_2}{A_2A_3} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{B_1B_2}{B_2B_3} = \frac{2}{3}$. 你发现了什么规律呢?

互动课堂



知识清单

知识点 1: 平行线分线段成比例定理

三条平行线截两条直线, 所得的对应线段成比例.

注意:

- (1) 同一个比中的两条线段在同一条直线上.
- (2) 用形象化的语言描述六种不同的情形如下:

$$\frac{\text{上}}{\text{下}} = \frac{\text{上}}{\text{下}}, \frac{\text{下}}{\text{上}} = \frac{\text{下}}{\text{上}}, \frac{\text{上}}{\text{全}} = \frac{\text{上}}{\text{全}}, \frac{\text{全}}{\text{上}} = \frac{\text{全}}{\text{上}}, \frac{\text{下}}{\text{全}} = \frac{\text{下}}{\text{全}}, \frac{\text{全}}{\text{下}} = \frac{\text{全}}{\text{下}}.$$

知识点 2: 推论

平行于三角形一边的直线截其他两边(或两边的延长线)所得的对应线段成比例.

注意: 由此推论可得出下列三个重要结论:

- 结论 1: 平行于三角形的一边, 并且和其他两边相交的直线, 所截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例;
- 结论 2: 三角形的一个内角平分线分对边所成的两条线段与这个角的两边对应成比例.
- 结论 3: 若一条直线截三角形的两边(或其延长线)所得对应线段成比例, 则此直线与三角形的第三边平行.

知识点 3: 比例性质

- (1) 基本性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$;
- (2) 合比性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$;
- (3) 等比性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+c+\dots+m}{b+d+\dots+n}$ ($b+d+\dots+n \neq 0$).

学法指导

1. 比例性质的应用

【例 1】已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, 且 $x+y+z=100$, 求 $x+2y-3z$ 的值.

【解析】设 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k$, 则 $x=2k, y=3k, z=5k$,

代入 $x+y+z=100$ 中, 得 $k=10$,

所以 $x=20, y=30, z=50$.

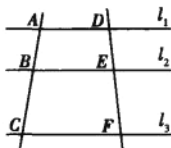
所以 $x+2y-3z=-70$.

【点评】像这样的等比问题, 常设比例系数为 k 来解决, 这种方法叫做“设 k 法”.

变式训练: 若 $P = \frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c}$, 求 P 的值.

2. 应用定理(推论)求线段的长或比值

【例2】如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB:BC=2:3$, $DF=15$, 求 DE, EF 的长.



【解析】 $\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

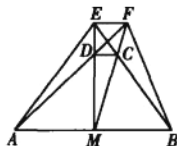
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{2}{3}.$$

设 $DE=2k, EF=3k$, 则 $DF=DE+EF=2k+3k=15$,

$\therefore k=3$, 则 $DE=6, EF=9$.

【点评】要注意利用平行条件, 抓住对应线段成比例, 充分利用比例的性质进行变形, 寻求简便的解题方法.

变式训练: 如图, $AB \parallel CD$, M 是 AB 的中点, MC 的延长线与 AD 的延长线交于点 F , MD 的延长线与 BC 的延长线交于点 E , 如果 $\frac{FD}{DA} = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{ED}{DM}$ 的值.

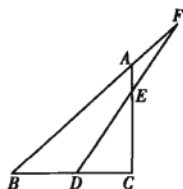


3. 应用定理(推论)进行推理证明

【例3】如图, 已知直线 FD 和 $\triangle ABC$ 的边 BC 交于点 D , 与边 AC 交于点 E , 与 BA 的延长线交于点 F , 且 $BD=DC$.

求证: $AE \cdot FB = EC \cdot FA$.

【证明】(本题要证 $AE \cdot FB = EC \cdot FA$, 只要证 $\frac{AE}{EC} = \frac{FA}{FB}$ 即可. 由于



$\frac{AE}{EC}$ 与 $\frac{FA}{FB}$ 没有直接联系, 因此必须寻找过渡比将它们联系起来, 可考虑添加平行线进行过渡.)

过 A 作 $AG \parallel BC$, 交 DF 于点 G .

$$\because AG \parallel BD, \therefore \frac{AG}{BD} = \frac{FA}{FB},$$

$$\text{又} \because BD = DC, \therefore \frac{AG}{CD} = \frac{FA}{FB},$$

$$\text{又} \because AG \parallel DC, \therefore \frac{AG}{CD} = \frac{EA}{EC},$$

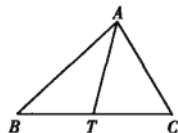
$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{FA}{FB},$$

即 $AE \cdot FB = EC \cdot FA$.

【点评】常用分析法寻找证题思路, 本题通过将等积式转化为比例式来证, 借助作平行线寻找过渡比, 这是证明等积问题的常用方法. 其分析思路简记为: “证等积 $\rightarrow$ 化等比 $\rightarrow$ 同平行”.

变式训练: 如图, 已知 AT 为 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线,

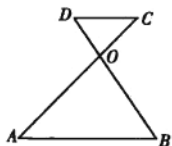
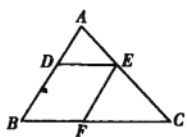
求证: $\frac{BT}{TC} = \frac{BA}{AC}$.



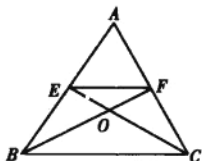
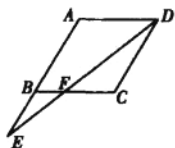
自主成长

夯实基础

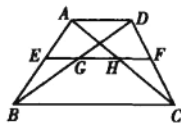
1. 如下左图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3AD$, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, 若 $AB=9$, $DE=2$, 则线段 FC 的长为 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



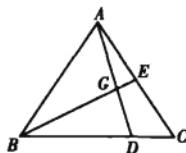
2. 如上右图, $AB \parallel CD$, AC, BD 交于 O , $BO=7$, $DO=3$, $AC=25$, 则 AO 的长为 ()
- A. 10 B. 12.5 C. 15 D. 17.5
3. 如下左图, E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 延长线上的一点, 且 $\frac{DC}{BE} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{AD}{BF} =$ ()
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{2}{5}$



4. 如上右图, EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 则 $\frac{EO}{OC} =$ _____.
5. 若 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 则 $\frac{x+y+z}{2x+3y-z} =$ _____.
6. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC, BD 分别交中位线于 H, G , 且 $EG : GH : HF = 1 : 2 : 1$, 那么 $AD : BC =$ _____.

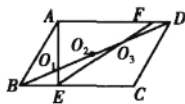


7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 与 BE 交于点 G , 且 $\frac{BD}{CD} = 3$, G 为 AD 的中点, 则 $\frac{BG}{GE} =$ _____.

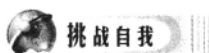
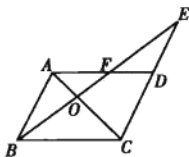


能力提升

8. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, O_1, O_2, O_3 为对角线 BD 上三点, 且 $BO_1 = O_1O_2 = O_2O_3 = O_3D$, 连接 AO_1 并延长交 BC 于 E , 连接 EO_3 并延长交 AD 于 F , 求 $\frac{AD}{FD}$ 的值.



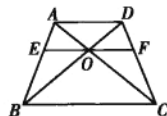
9. 如图, E 为平行四边形 $ABCD$ 边 CD 延长线上的一点, 连接 BE 交 AC 于 O , 交 AD 于 F ,
求证: $BO^2 = OE \cdot OF$.



挑战自我

10. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于 O , 过点 O 作 $EF \parallel AD$, 交 AB 于 E , 交 CD 于 F ,
求证: (1) $OE = OF$;

(2) $\frac{1}{AD} + \frac{1}{BC} = \frac{2}{EF}$.



第3课时 相似三角形的判定及性质(1)

发现问题



情景导思

在初中,同学们已经学习了相似图形的概念以及相似三角形的某些性质,但当时并没有对相似三角形的有关定理进行严格的证明.本讲主要就是对这些定理进行证明,并应用它们去解决一些问题.

互动课堂



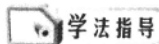
知识清单

知识点1:预备定理

平行于三角形一边的直线和其他两边(或两边的延长线)相交,所构成的三角形与原三角形相似.

知识点2:判定定理1

对于任意两个三角形,如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等,那么这两个三角形相似.简称为:两角对应相等,两三角形相似.



学法指导

1. 有关相似问题

【例1】如图,在矩形ABCD中, $AB > \frac{1}{2}AD$,E为AD中点,EF⊥EC,且EF交AB于点F,连接FC.设 $\frac{AB}{BC} = k$,是否存在这样的k值,使△AEF、△ECF、△DCE与△BCF都相似?若存在,给出证明;若不存在,说明理由.

【解析】(要证明这四个三角形都相似,可以逐次证明其中的三角形相似.由于这些三角形都是直角三角形,因此只要证两个三角形有一组锐角相等,或两组对应边成比例即可.)

存在这样的k值,证明如下:

(1)先证明△AEF∽△DCE∽△ECF.

∵ EF⊥EC,

∴ ∠AEF = 90° - ∠DEC = ∠DCE. 而 ∠A = ∠D = 90°,

∴ △AEF∽△DCE, 故得 $\frac{CE}{EF} = \frac{DE}{AF}$.

但 DE = EA, ∴ $\frac{CE}{EF} = \frac{AE}{AF}$.

又 ∠CEF = ∠EAF = 90°,

∴ △AEF∽△ECF.

(2)再证明可以取到实数k,使△AEF∽△BCF.

由于 ∠AFE + ∠BFC ≠ 90°,

故不可能有 ∠AFE = ∠BCF,

因此要使△AEF∽△BCF,应有 ∠AFE = ∠BFC.

此时,有 $\frac{AE}{AF} = \frac{BC}{BF}$, 但 $AE = \frac{1}{2}BC$.

故得 $AF = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{3}AB$.

由△AEF∽△DCE,可知 $\frac{AE}{AF} = \frac{CD}{DE}$.

因此有 $(\frac{1}{2}BC)^2 = \frac{1}{3}AB^2$.

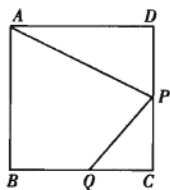
∴ $\frac{AB^2}{BC^2} = \frac{3}{4}$. 求得 $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 即 $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

可以验证,当 $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时,这四个三角形都是有一个锐角等于 60° 的直角三角形,故它们都相似.

所以当 $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时,此四个三角形都相似.

【点评】对于存在性命题,可以先假设其存在,再求解,若有解且符合题意,则存在;否则不存在.

变式训练:如图,已知正方形ABCD的边长为1,P是CD边的中点,点Q在线段BC上,设BQ=k,是否存在这样的实数k,使得以Q、C、P为顶点的三角形与△ADP相似,若存在,求出k的值;若不存在,请说明理由.



2. 利用相似三角形证明线段成比例

【例2】如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于D, E为AC中点, DE交BA的延长线于F.

求证: $AB : AC = BF : DF$.

【证明】 $\because AB \perp AC, AD \perp BC$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle ABD \sim \text{Rt}\triangle CAD, \angle DAC = \angle B$.

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AD} \quad ①$$

又 $\because AD \perp BC$, E为AC中点

$\therefore DE = AE, \angle DAE = \angle ADE$,

$\therefore \angle B = \angle ADE$.

又 $\because \angle F = \angle F$,

$\therefore \triangle FAD \sim \triangle FDB$,

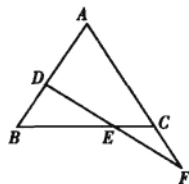
$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{BF}{DF} \quad ②$$

由①②即可得 $AB : AC = BF : DF$.

【点评】要证明线段成比例,需找两个三角形相似.由于 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FBD$ 一个是直角三角形,一个是钝角三角形,不可能由这一对三角形相似直接找到对应边而得出结论,势必要找“过渡”的线段或线段比,这种寻找“中间”搭桥的线段或线段比是重要的解题技巧.

变式训练:如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D、E分别为AB、BC上的点,连接DE并延长,交AC的延长线于F.

求证: $DE \cdot CF = EF \cdot BD$.

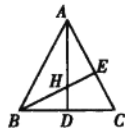


自主成长

夯实基础

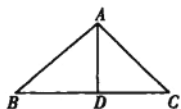
1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,AD、BE分别是BC、AC上的高,AD、BE相交于H,则图中相似的三角形共有 ()

- A. 3对
 B. 4对
 C. 5对
 D. 6对



2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,D是边BC上的一点, $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ 的条件是 ()

- A. $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD}$
 B. $\frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AD}$
 C. $AB^2 = CD \cdot BC$
 D. $AB^2 = BD \cdot BC$



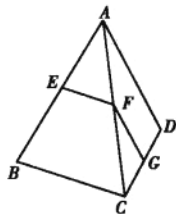
3. 下列两个三角形一定相似的是 ()

- A. 两个等腰三角形
 B. 两个等边三角形
 C. 两个钝角三角形
 D. 两个直角三角形

4. 在 $\triangle ABC$ 中,P是边AB上一点,连接CP,使 $\triangle ACP \sim \triangle ABC$ 的条件是_____. (写一个即可)

5. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于D, $AB = 2, DB = 1$, 则 $DC =$ _____, $AD =$ _____.

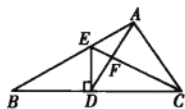
6. 如图,在四边形ABCD中, $EF \parallel BC, FG \parallel AD$, 则 $\frac{EF}{BC} + \frac{FG}{AD} =$ _____.



7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$,过AC上一点D,作直线DE,交其他边于E,所得的三角形与原三角形相似,这样的直线可作_____条.

能力提升

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的中点, 且 $AD=AC$, $DE \perp BC$, DE 与 AB 相交于点 E , EC 与 AD 相交于点 F .
- (1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle FCD$;
- (2) 若 $S_{\triangle BDE} = 5$, $BC = 10$, 求 DE 的长.



挑战自我

9. 如图, 已知在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的一边 AD 上取一点 E , 使 $AE = \frac{1}{4}AD$, 从 AB 的中点 F 作 $HF \perp EC$ 于 H .
- (1) 求证: $FH = FA$;
- (2) 求 $EH : HC$ 的值.

