教育部高等农林院校理科基础课程

教学指导委员会推荐示范教材

概率论与数理统计

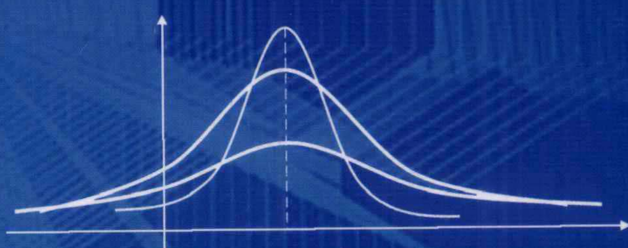
S

杜忠复 崔文善 雷鸣 主编

Probability and Statistics

Probability and Statistics

Probability and Statistics



中国农业大学出版社

ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

教育部高等农林院校理科基础课程
教学指导委员会推荐示范教材

概率论与数理统计

杜忠复　崔文善　雷鸣　主编

中国农业大学出版社
ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/杜忠复,崔文善,雷鸣主编. —北京:中国农业大学出版社,2009.12
ISBN 978-7-81117-935-4

Ⅰ.①概…　Ⅱ.①杜…②崔…③雷…　Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材　Ⅳ.①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 224498 号

书　　名　概率论与数理统计
作　　者　杜忠复　崔文善　雷鸣　主编

策划编辑　张秀环　董夫才　　**责任编辑**　李丽君
封面设计　郑　川　　**责任校对**　王晓凤　陈　莹
出版发行　中国农业大学出版社
社　　址　北京市海淀区圆明园西路 2 号　　**邮政编码**　100193
电　　话　发行部 010-62731190,2620　　读者服务部 010-62732336
编辑部 010-62732617,2618　　出　版　部 010-62733440
网　　址　http://www.cau.edu.cn/caup　　**e-mail** cbsszs@cau.edu.cn
经　　销　新华书店
印　　刷　北京时代华都印刷有限公司
版　　次　2009 年 12 月第 1 版　　2009 年 12 月第 1 次印刷
规　　格　787×1 092　16 开本　12.5 印张　288 千字
定　　价　19.50 元

主　编　杜忠复　崔文善　雷　鸣
副主编　徐文科　李永慈　李　辉　吴素文
　　　　　吴清太　刘郁文　何延治
编　者（以姓氏笔画排序）
王殿坤（青岛农业大学）
刘郁文（湖南农业大学）
李永慈（北京林业大学）
李　辉（北华大学）
何延治（延边大学）
张丽春（北华大学）
吴素文（沈阳农业大学）
吴清太（南京农业大学）
杜忠复（北华大学）
杨海涛（内蒙古民族大学）
徐文科（东北林业大学）
崔文善（青岛农业大学）
葛　立（河南科技学院）
董建国（沈阳农业大学）
雷　鸣（北华大学）

教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会
推荐示范教材编审指导委员会

主　任　江树人

副主任　杜忠复　程备久

委　员（以姓氏笔画为序）

王来生　王国栋　方炎明　李宝华　张文杰　张良云
杨婉身　吴　坚　林家栋　陈长水　周训芳　周志强
高孟宁　戚大伟　梁保松　曹　阳　焦群英　傅承新

教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会
推荐数学类示范教材编审指导委员会

主　任　高孟宁

委　员（以姓氏笔画为序）

王来生　石　峰　卢恩双　吴　坚　杜忠复　张良云
杜晓林　孟　军　房少梅　梁保松　惠淑荣

出版说明

在教育部高教司农林医药处的关怀指导下，由教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会（以下简称“基础课教指委”）推荐的本科农林类专业数学、物理、化学基础课程系列示范性教材现在与广大师生见面了。这是近些年全国高等农林院校为贯彻落实“质量工程”有关精神，广大一线教师深化改革，积极探索加强基础、注重应用、提高能力、培养高素质本科人才的立项研究成果，是具体体现“基础课教指委”组织编制的相关课程教学基本要求的物化成果。其目的在于引导深化高等农林教育教学改革，推动各农林院校紧密联系教学实际和培养人才需求，创建具有特色的数理化精品课程和精品教材，大力提高教学质量。

课程教学基本要求是高等学校制定相应课程教学计划和教学大纲的基本依据，也是规范教学和检查教学质量的依据，同时还是编写课程教材的依据。“基础课教指委”在教育部高教司农林医药处的统一部署下，经过批准立项，于2007年年底开始组织农林院校有关数学、物理、化学基础课程专家成立专题研究组，研究编制农林类专业相关基础课程的教学基本要求，经过多次研讨和广泛征求全国农林院校一线教师意见，于2009年4月完成教学基本要求的编制工作，由“基础课教指委”审定并报教育部农林医药处审批。

为了配合农林类专业数理化基础课程教学基本要求的试行，“基础课教指委”统一规划了名为“教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会推荐示范教材”（以下简称“推荐示范教材”）。“推荐示范教材”由“基础课教指委”统一组织编写出版，不仅确保教材的高质量，同时也使其具有比较鲜明的特色。

一、“推荐示范教材”与教学基本要求并行 教育部专门立项研究制定农林类专业理科基础课程教学基本要求，旨在总结农林类专业理科基础课程教育教学改革经验，规范农林类专业理科基础课程教学工作，全面提高教育教学质量。此次农林类专业数理化基础课程教学基本要求的研制，是迄今为止参与院校和教师最多、研讨最为深入、时间最长的一次教学研讨过程，使教学基本要求的制定具有扎实的基础，使其具有很强的针对性和指导性。通过“推荐示范教材”的使用推动教学基本要求的试行，既体现了“基础课教指委”对推行教学基本要求的决心，又体现了对“推荐示范教材”的重视。

二、规范课程教学与突出农林特色兼备　长期以来各高等农林院校数理化基础课程在教学计划安排和教学内容上存在着较大的趋同性和盲目性，课程定位不准，教学不够规范，必须科学地制定课程教学基本要求。同时由于农林学科的特点和专业培养目标、培养规格的不同，对相关数理化基础课程要求必须突出农林类专业特色。这次编制的相关课程教学基本要求最大限度地体现了各校在此方面的探索成果，“推荐示范教材”比较充分反映了农林类专业教学改革的新成果。

三、教材内容拓展与考研统一要求接轨　2008 年教育部实行了农学门类硕士研究生统一入学考试制度。这一制度的实行，促使农林类专业理科基础课程教学要求作必要的调整。“推荐示范教材”充分考虑了这一点，各门相关课程教材在内容上和深度上都密切配合这一考试制度的实行。

四、多种辅助教材与课程基本教材相配　为便于导教导学导考，我们以提供整体解决方案的模式，不仅提供课程主教材，还将逐步提供教学辅导书和教学课件等辅助教材，以丰富的教学资源充分满足教师和学生的需求，提高教学效果。

乘着即将编制国家级“十二五”规划教材建设项目之机，“基础课教指委”计划将“推荐示范教材”整体运行，以教材的高质量和新型高效的运行模式，力推本套教材列入“十二五”国家级规划教材项目。

“推荐示范教材”的编写和出版是一种尝试，赢得了许多院校和老师的参与和支持。在此，我们衷心地感谢积极参与的广大教师，同时真诚地希望有更多的读者参与到“推荐示范教材”的进一步建设中，为推进农林类专业理科基础课程教学改革，培养适应经济社会发展需要的基础扎实、能力强、素质高的专门人才做出更大贡献。

中国农业大学出版社

2009 年 8 月

内容简介

本书为高等农林院校概率论与数理统计课程教材。全书共有9章：概率论基础、一维随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、数理统计的基本概念、假设检验、统计分析（回归分析与方差分析）、数学建模介绍与数学实验。

本书是编者经多年教学实践及研究，不断总结经验的基础上编写而成的。注重统计思想方法的渗透，淡化经典概率；加强数学建模与数学实验，通过数学建模与数学实验的手段与方法强调随机应用问题的处理，从而提高学生对随机问题的认识及解决能力。

本书可作为高等农林院校概率论与数理统计课程教学用书，以及相关科技人员的参考书。

前　言

随机现象反映着自然界中诸多带有偶然因素的事情，了解并设法解决处理这类问题，掌握处理随机问题的基本思想与方法已经成为当代大学生基本能力的一个重要标志。

本书是在教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会领导下，针对农林院校人才培养目标而为农林院校开设概率论与数理统计课程编写的。考虑农林院校学生的特点及培养要求，编写过程中，在内容取舍上注意必需够用、突出思想方法，遵循教指委下发的关于本课程的教学基本要求，同时根据教学改革的趋势，注意淡化经典概率内容而侧重数理统计，尤其是统计分析的思想和方法，引入数学建模与数学实验以使学生在学习中能运用现代观点和方法去思考解决相应的问题。文字处理上，力求简洁、通俗、直观易懂。书中列举了大量较为典型、易于接受、能说明问题的例题，配备了相当数量的习题，也列举了部分实际应用上的问题。

本书由杜忠复、崔文善、雷鸣担任主编，徐文科、李永慈、李辉、吴素文、吴清太、刘郁文、何延治担任副主编，全书由杜忠复统一制订编写大纲并统一定稿。

参加本书编写工作的人员还有王殿坤、张丽春、杨海涛、葛立、董建国等。

中国农业大学出版社在本书的编写出版过程中从各方面给予了我们大力的支持和帮助，这里我们也一并表示感谢。

本书是编者在多年从事概率论与数理统计教学、总结经验的基础上编写而成的，适用于该课程在多学时情况下的教学，使用者可根据具体情况选择教学内容。由于编者学识有限，不妥之处敬请同行指正。

编者

2009 年 10 月

目录 CONTENTS

Chapter 1 第 1 章 概率论基础

Foundation of Probability Theory

概率论与数理统计是研究随机现象及其统计规律的一门学科，是统计学的理论基础，是近代数学的重要组成部分。本章将介绍概率论的基本概念，并进一步讨论事件之间的关系及其运算，概率的性质及计算方法等，这些都是我们学习概率论与数理统计的基础。

1.1 随机事件与样本空间

1.1.1 随机现象和必然现象

人们在生产活动、社会实践和科学试验中所遇到的自然现象和社会现象大体分为两类：一类是确定性现象，另一类是随机现象。

所谓确定性现象，是指事先可预知的，一定条件下必然发生的现象。例如，每天早晨太阳从东方升起；在标准大气压下，水加热到 100℃时会沸腾；竖直向上抛一重物，则该重物一定会竖直下落等。这类现象的结果是可以准确预知的。

所谓随机现象，是指事先不能预知的，在一定条件下可能发生这样的结果，也可能发生那样的结果，具有偶然性的现象。例如，抛一枚硬币，观察下落后的结果，有可能正面向上，也可能反面向上；观察种子发芽的情况，某粒种子可能发芽，也可能不发芽；某个射手向一目标射击，结果可能命中，也可能不中。这类现象的结果在试验之前是不可能准确预知的。

随机事件在一次试验中，可能发生，也可能不发生，带有不确定性。但在多次重复实验中，这些无法准确预知的现象并非杂乱无章，而是存在着某种规律的，我们称这种规律为随机现象的统计规律。概率论与数理统计就是揭示和研究随机现象统计规律的一门数学学科。概率论与数理统计的理论和方法在物理学、医学、生物学等学科以及农业、工业、国防和国民经济等方面都具有极广泛的应用。

1.1.2 样本空间和随机事件

为了获得随机现象的统计规律，必须在相同的条件下做大量的重复试验，若一个试验满足以下三个特点：

(1)在相同的条件下可以重复进行；

(2)每次试验的结果不止一个，但是在试验之前可以确定一切可能出现的结果，一次试验中有且只有其中的一个结果发生；

(3)每次试验结果恰好是这些结果中的一个，但试验之前不能准确地预知哪种结果会出现。就称这种试验为**随机试验**，也简称为**试验**，我们常用 E 来表示。

随机试验的每一个可能的结果称为**基本事件**，有时也称为**样本点**，常用 ω 表示。而所有样本点组成的集合称为**样本空间**，通常用 Ω 表示。显然 $\omega\in\Omega$。

[例 1] 观察一粒种子的发芽情况，一次观察就是一次试验，试验的结果为

$\omega_1=$"发芽"，$\omega_2=$"不发芽"，$\Omega_1=\{\omega_1,\omega_2\}$

[例 2] 掷两枚硬币，观察正反面的情况，试验的可能结果有

$\omega_1=\{H,H\},\omega_2=\{H,T\},\omega_3=\{T,H\},\omega_4=\{T,T\}$，$\Omega_2=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4\}$

[例 3] 观测某地的年降雨量，则试验的样本空间为

$\Omega_3=[0,+\infty)$

[例 4] 从 J,Q,K,A 四张扑克中随意抽取两张，则试验的样本点与样本空间为

$\omega_1=\{J,Q\},\omega_2=\{J,K\},\omega_3=\{J,A\},\omega_4=\{Q,K\},\omega_5=\{Q,A\},\omega_6=\{K,A\}$

$\Omega_4=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\}$

需要注意的是

(1)样本空间中的元素可以是数也可以不是数。

(2)从样本空间含有样本点的个数来看，样本空间可以分为有限与无限两类。例如以上样本空间中 $\Omega_1,\Omega_2,\Omega_4$ 含有有限个样本点，故为有限样本空间，而 Ω_3 中样本点的个数为无限个，为无限样本空间。

随机试验 E 的样本空间 Ω 的任一子集称为**随机事件**，简称**事件**，常用大写字母 $A,B,C\cdots$表示。在试验中，如果出现 A 中所包含的某一个基本事件 ω，则称 **A 发生**，并记作 $\omega\in A$。反之则称 **A 不发生**，记作 $\omega\notin A$。

因为 Ω 是由所有基本事件所组成的，因而在任一次试验中，必然要出现 Ω 中的某一基本事件 ω。也就是在试验中，Ω 必然会发生，所以今后用 Ω 来表示一个**必然事件**。又因为空集 $\varnothing$ 也可以看作是 Ω 的子集，且它不包含任何基本事件，故每次试验中 $\varnothing$ 必定不会发生，故我们称 $\varnothing$ 为**不可能事件**。

[例 5] 同时抛三枚硬币，顺次记录出现正反面的情况，得样本空间为

$\Omega=\{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$

$A=$"正面出现两次"$=\{HHT,HTH,THH\}$

$B=$"正面出现两次以上"$=\{HHH,HHT,HTH,THH\}$

$C=$"正反面次数不相等"$=\Omega$

$D=$"正面出现超过三次"$=\varnothing$

1.1.3 事件之间的关系和运算

一个样本空间 Ω 中，可以有很多的随机事件，为了将复杂事件用简单事件来表示，以便研究复杂事件发生的可能性，需要建立事件之间的关系和事件之间的运算。

1. 事件的包含

如果事件 A 中任一样本点都属于 B，称事件 A 包含于事件 B（或称事件 B 包含事件 A）。记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$，它的几何表示如图 1.1.1 所示。或用概率的语言说“事件 A 发生必然导致 B 发生”。例 5 中有 $A\subset B$。因为不可能事件 $\varnothing$ 不含有任何样本点 ω，故对任一事件 A，我们约定 $\varnothing\subset A$。

2. 事件的相等

若 $A\subset B$ 与 $B\subset A$ 同时成立，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$。或用概率的语言说“事件 A 发生则等同于事件 B 发生”。

3. 事件的并（或事件的和）

由事件 A 与事件 B 中所有样本点组成的事件称为 A 与 B 的和事件，记作 $A\cup B$ 或 $A+B$。它的几何表示如图 1.1.2 所示。或用概率的语言说“事件 A 与事件 B 中至少有一个发生”。

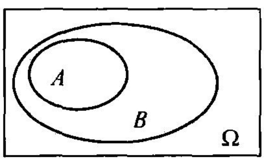


图 1.1.1

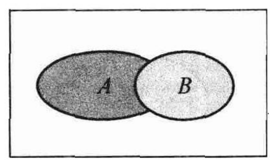


图 1.1.2

如在掷骰子的试验中，记事件 $A=$“出现奇数点”$=\{1,3,5\}$，记事件 $B=$“出现的点数不超过 3”$=\{1,2,3\}$，则 A 与 B 的并为 $A\cup B=\{1,2,3,5\}$。

和事件可以推广到更多个事件上去，n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 至少一个发生的事件称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件，记作 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$。

4. 事件的交（积）

由既属于 A 又属于 B 的样本点组成的集合，称为事件 A 和事件 B 的交或积，记作 $A\cap B$ 或 AB。它的几何表示如图 1.1.3 所示。或用概率的语言说“A 与 B 两个事件同时发生”。

如在掷骰子的试验中，记事件 $A=$“出现奇数点”$=\{1,3,5\}$，记事件 $B=$“出现的点数不超过 3”$=\{1,2,3\}$，则 A 与 B 的交为 $A\cap B=\{1,3\}$。

积事件可以推广到更多个事件上去，n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生的事件称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件，记作 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n=\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$。

5. 互不相容事件（或互斥事件）

若事件 A 和事件 B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称事件 A 和事件 B **互不相容**（或称互

斥事件)。它的几何表示如图 1.1.4 所示。

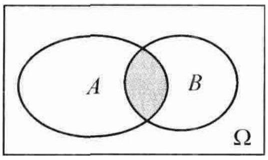


图 1.1.3

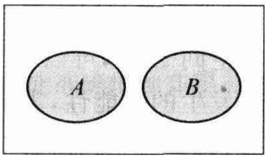


图 1.1.4

6. 对立事件(或互逆事件)

由 Ω 中不属于 A 的样本点组成的集合,称为事件 A 的对立事件,记作 $\overline{A}=\Omega-A$。亦称 A 的逆事件。它的几何表示如图 1.1.5 所示。或用概率的语言说"A 不发生"。显然:$A\overline{A}=\varnothing$,$A\cup\overline{A}=\Omega$,$\overline{\overline{A}}=A$。

由于 $A\overline{A}=\varnothing$,互逆事件一定是互不相容事件,但反之则不成立。因为它缺少了 $A\cup\overline{A}=\Omega$ 这个条件。

7. 事件的差

由属于 A 但不属于 B 的所有样本点组成的集合,记作 $A-B$,另记 $A\overline{B}$。它的几何表示如图 1.1.6 所示。或用概率的语言说"事件 A 发生而事件 B 不发生"或"事件 A 发生且 $\overline{B}$ 发生"。

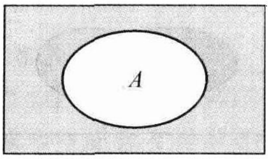


图 1.1.5

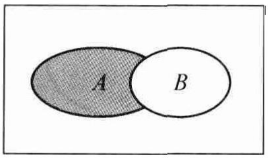


图 1.1.6

例如在掷骰子的试验中,记事件 A="出现奇数点"=$\{1,3,5\}$,记事件 B="出现的点数不超过 3"=$\{1,2,3\}$,则 A 与 B 的差为 $A-B=\{5\}$。

有了以上的定义,我们就可以把对事件的分析转化为对集合的分析,利用集合间的运算关系来分析事件之间的关系。但是,我们要注意学会用概率的语言来描述各种事件,并会用这些运算关系来表示一些事件。

8. 事件的运算性质

(1)交换律

$$A\cup B=B\cup A,A\cap B=B\cap A \tag{1.1.1}$$

(2)结合律

$$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C,A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C \tag{1.1.2}$$

(3)分配律

$$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C),(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C) \tag{1.1.3}$$

(4)对偶律(德莫根公式)

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\ \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B} \tag{1.1.4}$$

德莫根公式可以推广到多个事件的场合:

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A}_i,\ \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A}_i \tag{1.1.5}$$

[例 6] 设 A,B,C 是 Ω 中的三个事件，用事件的运算式子表示下列各事件。

(1)三个事件恰好有两个发生：$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup \overline{A}BC$

(2)三个事件至少发生一个：$A\cup B\cup C$

(3)三个事件中至少发生两个：$AB\cup BC\cup AC$

(4)A 与 B 发生，C 不发生：$AB\overline{C}$ 或 $AB-C$

(5)A,B,C 都不发生：$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 或$\overline{A\cup B\cup C}$

(6)A,B,C 至多发生一个：$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\cup A\overline{B}\overline{C}\cup \overline{A}B\overline{C}\cup \overline{A}\overline{B}C$

[例 7] 某人加工了三个零件，设事件 $A_i(i=1,2,3)$ 表示“加工的第 i 个零件是合格品”，试用 $A_i(i=1,2,3)$ 表示下列事件。

(1)只有一件合格品：$A_1\overline{A}_2\overline{A}_3\cup \overline{A}_1A_2\overline{A}_3\cup \overline{A}_1\overline{A}_2A_3$

(2)只有第一件合格：$A_1\overline{A}_2\overline{A}_3$

(3)至少有一件合格：$A_1\cup A_2\cup A_3$

(4)最多有一个合格：$\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3\cup A_1\overline{A}_2\overline{A}_3\cup \overline{A}_1A_2\overline{A}_3\cup \overline{A}_1\overline{A}_2A_3$

(5)三件全合格：$A_1A_2A_3$

(6)至少有一件不合格：$\overline{A}_1\cup \overline{A}_2\cup \overline{A}_3$

1.2 随机事件的概率

对于随机事件 A，在一次试验中是否发生具有不确定性，但是在多次重复试验中它的发生却能呈现出一定的规律性，即它出现可能性的大小是可以度量的，我们把度量事件发生可能性大小的数值称为随机事件 A 发生的概率，这一节将从不同角度给出随机事件概率的定义。

1.2.1 随机事件的频率

定义 1 设在 n 次随机试验中事件 A 发生了 μ 次，则称 μ 称为事件 A 发生的频数，而称

$$f_n(A)=\frac{\mu}{n} \tag{1.2.1}$$

为 n 次随机试验中事件 A 发生的**频率**。

易知频率具有下述性质：

(1)非负性 即 $0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$；

(2)规范性 即若 Ω 是必然事件，则 $f_n(\Omega)=1$；

(3)有限可加性 即若 A,B 互不相容，则 $f_n(A\cup B)=f_n(A)+f_n(B)$。

为了研究在抛掷硬币的试验中，“出现正面”这一事件发生的规律，历史上一些著名的科学家曾做了大量试验，其部分试验结果如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1

试验者	抛掷次数 n	正面向上的次数 μ	正面向上的频率
德莫根	2 408	1 061	0.440 6
蒲丰	4 040	2 048	0.506 9
皮乐逊	24 000	12 012	0.500 5

从表 1.2.1 中可以看出，出现正面的频率虽然随着 n 的不同而不同，但却都在 0.5 这个数值附近摆动，n 越大，频率越接近 0.5。因此我们可以说，在抛硬币的试验中频率出现的总趋势是随着试验次数的增多而逐渐稳定在 0.5 这个数值附近。随试验次数的增加，频率所稳定于的数值就是随机事件发生的概率。

定义 2　在相同的条件下，重复进行 n 次试验，如果随着试验次数的增大，事件 A 出现的频率 $f_n(A)$ 稳定地在某一常数 p 附近摆动，则称常数 p 为事件 A 发生的概率，记作

$$P(A)=p$$

这个定义称为概率的**统计定义**。从上面的两个定义可以看出，频率与概率是不相同的，频率随着试验的结果而变化，但是概率却是固定不变的。概率的统计定义有以下基本性质：

(1)对于任意给定的事件 A，有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$；

(2)$P(\Omega)=1, P(\varnothing)=0$；

(3)对于 k 个两两互不相容的事件 $A_1, A_2\cdots, A_k$，有

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)。$$

由频率的性质及频率与概率的关系，容易理解上述性质的正确性。

1.2.2　古典概率模型

人们在生活中最早研究的是一类简单的随机试验，比如足球比赛中扔硬币挑边问题，围棋比赛中猜谁先走的问题。这类试验的共同特点是

(1)试验的样本空间只含有有限个基本事件；

(2)在一次试验中，每个基本事件发生的可能性是相同的。

这两个特点分别称为有限性与等可能性。具备这两个特点的试验是大量存在的，它曾经是概率论中主要研究的对象，人们常把具备有限性与等可能性的试验模型称为古典概率模型，简称古典概型。

定义 3　设 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$ 为古典概率模型的样本空间，规定 $P(\omega_i)=\dfrac{1}{n}, i=1,2,\cdots,n$，设事件 A 包含 r_A 个样本点，则规定事件 A 发生的概率为

$$P(A)=\frac{r_A}{n} \tag{1.2.2}$$

这个定义称为概率的**古典定义**。按照这种定义方式，求事件的古典概率就要求出样本空间中所包含的样本点个数与所求事件包含的样本点的个数。在确定概率的古典方法中大量使用排列与组合公式，下面我们介绍两条计数原理：乘法原理与加法原理。

加法原理　如果某件事可由 k 类不同途径之一去完成，在第一类途径中有 m_1 种完成方法，在第二类途径中有 m_2 种完成方法…在第 k 类途径中有 m_k 种完成方法，那么完成这件事