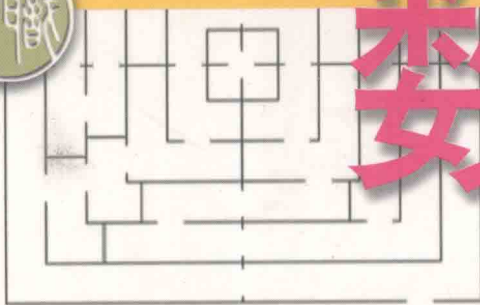


湖北省中等职业学校教材（试用）
湖北省职业教育教材审定委员会审定



数学

MATHEMATICS

湖北科学技术出版社

下册

主编 黄象鼎
主审 郑延履

湖北省教育厅组编

湖北省中等职业学校教材(试用)
湖北省职业教育教材审定委员会审定

数 学

下册

湖北省教育厅组编

主编	黄象鼎		
主审	郑延履		
编者	杨永洲	钟建华	张帆
审稿	张小莉		

湖北科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学 / 黄象鼎主编. — 武汉: 湖北科学技术出版社,
2003.8

湖北省中等职业学校教材(试用)

ISBN 7-5352-3064-4

I. 数... II. ①湖... ②黄... III. 数学课—专业学校—教材
IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 071005 号

湖北省中等职业学校教材(试用)
数学(下册)

© 湖北省教育厅 组编
主编 黄象鼎 主审 郑延履

责任编辑:冯友仁

封面设计:王 梅

出版发行:湖北科学技术出版社

电话:87679468

地 址:武汉市雄楚大街 268 号湖北出版文化城 B 座 12-14 层

邮编:430070

印 刷:湖北新华印务有限公司

邮编:430034

787 毫米 × 1092 毫米

16 开

20 印张

358 千字

2003 年 8 月第 1 版

2003 年 8 月第 1 次印刷

印数 00 001-50 000

ISBN 7-5352-3064-4 / G · 759

全套定价:25.70 元 本册定价:14.00 元

本书如有印装质量问题 可找承印厂更换

内 容 提 要

本书是湖北省教育厅组织编写的中等职业学校试用教材《数学》的下册,主要内容包括:立体几何基础知识、数列及其极限、排列与组合、函数的极限与连续性、导数及其应用、积分及其应用、概率及统计初步、线性代数初步.

本教材体现以素质教育为基础,以学生发展为本的教育思想,加强基础、注重应用,教材内容丰富,深入浅出,有大量的例子与图示,每章均有小结与阅读材料.

本教材可供中等职业学校的各类专业使用.

前 言

为贯彻执行教育部于2000年下发的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》,经湖北省职业教育教材审定委员会同意,由湖北省教育厅组织编写了这套公共《数学》试用教材,供全省各类中等职业学校使用.全套教材分为上、下两册出版,各有十章内容.本教材按照六个模块编排,第一模块为函数,第二模块为向量、复数,第三模块为解析几何、立体几何,第四模块为极限、导数、积分,第五模块为概率与统计初步,第六模块为行列式、矩阵、线性方程组.

本套教材根据《中等职业学校数学教学大纲(试行)》的要求,体现以素质教育为基础、以学生发展为本的教育思想,贯彻“加强基础,注重能力的培养,突出应用,增加弹性,适度更新,兼顾体系”的原则.结合我省中等职业教育实际,在知识结构、教学内容、习题编排等方面,力求突出以下几点:提供丰富多彩的素材、营造生动活泼的版面、贯彻深入浅出的原则、重视数形结合的方法、强化计算工具的使用、培养科学进取的精神.将现代生活及各类专业学习中均有广泛应用的基础知识作为必学内容,以保证高中阶段的基本教学水准.同时适度更新教学内容,注意渗透现代数学的观点和方法,为学生继续学习奠定良好的基础.

教材通过模块的编排,具有一定的弹性,从而适用面更为广泛,便于各类中等职业学校根据不同专业的不同需求和学生的实际情况选择不同的内容,使教材更好地体现中等职业教育的特色.教材展现了以实际问题为引例,抽象得出数学概念,再应用相关知识解决简单实际问题的过程.教材内容力求简要清晰、编排紧凑,尽量避免繁琐的理论推导,而通过实例加以剖析引导,注重对学生的应用意识和能力的培养.尽量做到具有时代气息,并注意与日常生活、工农业生产相联系,增加了与社会生活有关的或能引起学生兴趣的阅读材料和具有应用价值的例题与习题,激发学生学会运用数学的思想方法和思维方式分析解决实际问题的热忱,增强学生的自主探索

意识和理解、应用数学的信心。

另外,本套教材在一些数学概念或名词后面附上了英文,对学生的英语学习起到一种帮助作用,这也是本书的一个特点。

为方便教学,与教材相配套的教学参考书和练习册同步发行。在教材中,每节内容之后的练习题可供课堂练习使用;每章的复习题可供复习本章知识和习题课时使用;练习册可供学生课外作业使用;少量难度较大的习题,供学有余力的学生练习。

本套教材由武汉大学数学与统计学院黄象鼎教授任主编。参加编写的有武汉交通职业学院井石峰、武汉市第二轻工业学校杨永洲、湖北省实验幼儿师范学校关业刚、武汉市第二职业教育中心学校钟建华和张帆。其中第1章至第5章由关业刚编写,第6章至第10章由井石峰编写,第11章和第12章由张帆编写,第13章至第16章和第20章由杨永洲编写,第17章至第19章由钟建华编写。黄象鼎教授对全书作了重要修订。

本教材在编写过程中,得到了编者所在学校领导的大力支持和有关教师的热忱帮助;武汉大学郑延履教授对本教材作了认真细致的审阅,提出了许多宝贵的修改意见与建议,在此一并表示诚挚的谢意。

由于编写水平有限,教材中难免有错误或不妥之处,诚恳地希望从事职业教育的教师与读者批评指正。

编者

2003年4月

目 录

第 11 章 直线和平面	(1)
§ 11-1 平面	(1)
§ 11-2 空间直线的位置关系	(5)
§ 11-3 直线和平面的位置关系	(10)
§ 11-4 三垂线定理	(16)
§ 11-5 平面与平面的位置关系	(19)
第 11 章小结	(24)
复习题 11	(26)
阅读材料 11	(28)
* 第 12 章 多面体和球	(30)
§ 12-1 正棱柱	(30)
§ 12-2 正棱锥	(33)
§ 12-3 正棱台	(37)
§ 12-4 球	(41)
第 12 章小结	(43)
复习题 12	(44)
阅读材料 12	(46)
第 13 章 数列与数列的极限	(48)
§ 13-1 数列	(48)
§ 13-2 等差数列	(52)
§ 13-3 等比数列	(57)

§ 13-4 等差数列与等比数列的简单应用	(63)
§ 13-5 * 数列极限	(66)
第 13 章小结	(72)
复习题 13	(73)
阅读材料 13	(76)
第 14 章 极限与连续	(77)
§ 14-1 初等函数	(77)
§ 14-2 函数的极限	(83)
§ 14-3 极限的运算	(89)
§ 14-4 函数的连续性	(94)
第 14 章小结	(99)
复习题 14	(101)
阅读材料 14	(103)
第 15 章 导数及其应用	(104)
§ 15-1 导数的概念	(104)
§ 15-2 函数的求导法则	(109)
§ 15-3 微分及导数的应用	(116)
第 15 章小结	(126)
复习题 15	(129)
阅读材料 15	(131)
第 16 章 积分及其应用	(132)
§ 16-1 定积分的概念	(132)
§ 16-2 牛顿-莱布尼茨公式、定积分的性质	(139)
§ 16-3 不定积分	(142)
§ 16-4 简易积分表及其使用	(149)
§ 16-5 定积分的计算举例与应用	(152)
第 16 章小结	(161)

复习题 16	(164)
阅读材料 16	(167)
附录:简易积分表.....	(168)
第 17 章 排列、组合与二项式定理	(175)
§ 17-1 两个基本计数原理	(175)
§ 17-2 排列的计数	(179)
§ 17-3 组合的计数	(183)
§ 17-4 二项式定理	(189)
第 17 章小结.....	(193)
复习题 17	(194)
阅读材料 17	(196)
第 18 章 概率初步.....	(197)
§ 18-1 随机事件	(197)
§ 18-2 事件的概率	(202)
§ 18-3 概率的加法与乘法公式	(207)
§ 18-4 随机变量	(212)
第 18 章小结.....	(219)
复习题 18	(221)
阅读材料 18	(223)
* 第 19 章 统计初步	(224)
§ 19-1 数据整理	(224)
§ 19-2 正态分布	(230)
§ 19-3 总体数字特征的点估计	(236)
§ 19-4 一元线性回归方程	(240)
第 19 章小结.....	(246)
复习题 19	(247)
阅读材料 19	(249)

第 20 章 线性代数初步	(250)
§ 20-1 行列式	(250)
§ 20-2 矩阵的概念和运算	(266)
§ 20-3 逆矩阵	(277)
§ 20-4 * 矩阵的初等变换.....	(285)
§ 20-5 * 线性方程组.....	(291)
第 20 章小结.....	(300)
复习题 20	(302)
阅读材料 20	(306)

第 11 章 直线和平面

在初中,我们学习了平面几何,研究了平面图形的一些性质和应用,可是在解决实际问题中,只知道这些几何知识还是不够的,例如,建造厂房、制造机器、修筑堤坝等,都需要进一步研究空间图形的问题.

立体几何的研究对象是空间图形.这一章,我们学习立体几何的基础知识.

§ 11-1 平 面

一、平面及其表示法

几何里的平面(plane)和直线(line)一样,是无限延展的,没有边界的.常见的桌面、黑板面、平静的水面都是平面的局部形象.

我们不能把一个无限延展的平面在纸上表示出来,通常用平面的一部分表示平面.当我们从适当的角度和距离观察桌面或黑板面时,感到它们都很像平行四边形.因此,在立体几何中,通常画平行四边形来表示平面(图 11-1),要把它想像成无限延展的.当平面是水平放置的时候,通常把平行四边形的锐角画成 45° ,横边画成等于邻边的两倍.当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮部分的线段画成虚线或不画(图 11-2),这样,看起来立体感强一些.

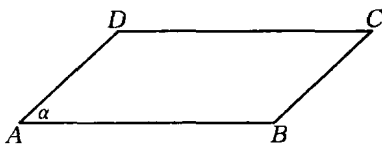


图 11-1

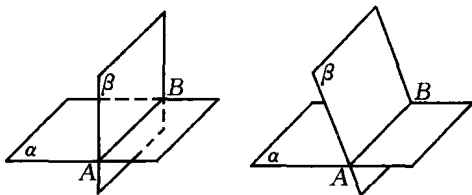


图 11-2

平面一般用一个希腊字母 $\alpha, \beta, \gamma \cdots$ 来表示,还可以用表示平行四边形的对角顶点的字母表示.例如图 11-1 中的平面 α ,平面 AC 等.

二、平面的基本性质

在日常生活中,我们对平面都有了一定的直观认识,知道什么样的物体表面是“平的”.在学习几何时,仅靠直观感性认识是不够的,还要进一步学习平面的特征性质.

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上的所有点都在这个平面内(图 11-3).

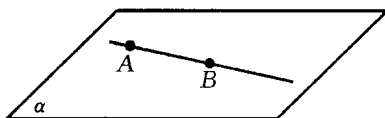


图 11-3

这时我们说,直线在平面内或平面经过直线.

利用这个性质,可以判断一条直线是否在一个平面内.

公理 2 如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,这些公共点的集合是经过这个点的一条直线(图 11-4).

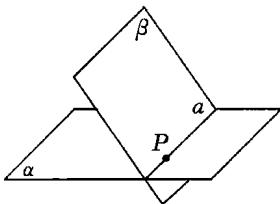


图 11-4

以后说到两个平面,如不特别说明,都是指两个不重合的平面.

如果两个平面有一条公共直线,则称这两个平面相交,这条公共直线叫做两个平面的交线(intersecting line).如图 11-4,平面 α 与 β 相交,交线是直线 a .

公理 3 经过不在同一条直线上的三点有且只有一个平面(图 11-5).

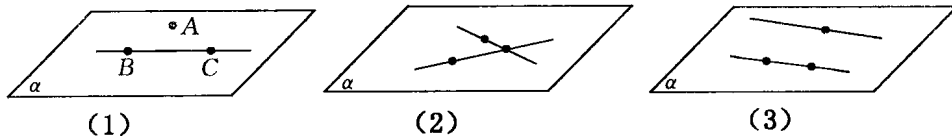


图 11-5

例如:一扇门用两个合页和一把锁就可以固定了.

公理 3 也可简单地说是,不共线的三点确定一平面.

过不共线三点 A, B, C 的平面通常记作平面 ABC .

根据上述公理,可以得出下面的推论:

推论 1 经过一条直线和这条直线外的一点,有且只有一个平面(图 11-5(1))

下面证明推论 1:

已知 直线 l , 点 A 是直线 l 外一点.

求证 过直线 l 和点 A 有且只有一个平面.

证明 点 A 是直线 l 外一点,在 l 上任取两点 B, C ,根据公理 3,经过不共线的三点 A, B, C 有一个平面 α . 因为点 B, C 在平面 α 内,所以根据公理 1,直线 l 在平面 α 内,即平面 α 是经过直线 l 和点 A 的平面. 又因为 B, C 在 l 上,所以任何经过点 A 和 l 的平面一定经过点 A, B, C . 于是再根据公理 3,经过不共线的三点 A, B, C 的平面只有一个,所以经过 l 和点 A 的平面只有一个.

类似地,可以得出下面两个推论:

推论 2 经过两条相交直线有且只有一个平面(图 11-5(2)).

推论 3 经过两条平行直线有且只有一个平面(图 11-5(3)).

如果空间几个点或几条直线都在同一平面内,那么我们就说它们共面.

如果构成图形的所有点都在同一平面内,则这类图形叫**平面图形**(plane figure). 例如,我们学过的三角形、平行四边形、梯形和圆等都是平面图形. 如果构成图形的点不全在同一平面内,则这类图形叫做**立体图形**(solid figure). 例如,我们学过的长方体、球等都是立体图形(图 11-6).



图 11-6

我们在初中学过的平面图形的某些性质,例如全等、平行、相似等,对空间里的平面图形仍然成立.

我们把空间看作点的集合. 这就是说,点是空间的基本元素,表示空间内的一个确定位置,它没有大小. 直线和平面都是空间的子集;直线是平面的子集,于是我们可用集合语言来描述点、直线和平面之间的关系以及图形的性质. 例如:

点 A 在平面 α 内,记作 $A \in \alpha$,点 A 不在 α 内,记作 $A \notin \alpha$;

直线 l 在平面 α 内,记作 $l \subset \alpha$,直线 l 不在平面 α 内,记作 $l \not\subset \alpha$;

平面 α 与平面 β 相交于直线 a ,记作 $\alpha \cap \beta = a$;

直线 l 和直线 m 交于点 A , 记作 $l \cap m = \{A\}$, 简记作 $l \cap m = A$.

公理 1 用集合符号可表示成:

如果点 $A \in$ 平面 α , 点 $B \in$ 平面 α , 则直线 $AB \subset \alpha$.

附:水平放置的平面图形的直观图的画法

把空间图形画在纸上或黑板上, 这就是用一个平面图形来表示空间图形. 这样的平面图形不是空间图形的真实形状, 而是它的直观图. 如图 11-7 是正方体的一种直观图. 正方体的各个面本来都是正方形, 但是在直观图中, 有一些面画成了平行四边形, 虽然直观图是和空间图形不同的平面图形, 但它有较强的立体感.

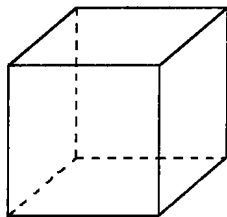


图 11-7

要画空间图形的直观图, 首先要学会水平放置的平面图形的直观图的画法. 下面举例说明一种常用的画法:

例 1 画水平放置的正六边形的直观图(图 11-8).

画法 (1) 在已知正六边形 $ABCDEF$ 中, 取对角线 AD 所在直线为 x 轴, 取对称轴 GH 为 y 轴, 画对应的 x' 轴、 y' 轴, 使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$.

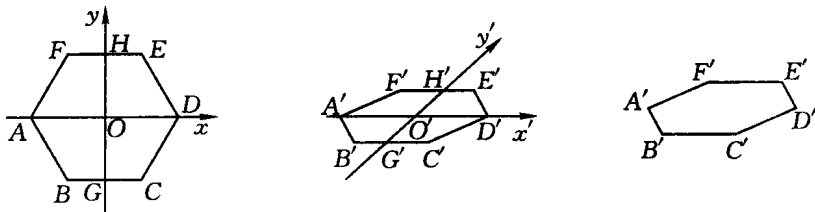


图 11-8

(2) 以点 O' 为中点, 在 x' 轴上取 $A'D' = AD$, 在 y' 轴上取 $G'H' = \frac{1}{2}GH$. 以点 H' 为中点画 $F'E'$ 平行于 x' 轴, 并等于 FE ; 再以 G' 为中点画 $B'C'$ 平行于 x' 轴, 并等于 BC .

(3) 连结 $A'B'$ 、 $C'D'$ 、 $D'E'$ 、 $F'A'$, 所得的六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 就是正六边形 $ABCDEF$ 的直观图.

注意: 图画好后, 要擦去辅助线, 包括 x' 轴、 y' 轴及为画图添加的线.

上面画直观图的方法叫做斜二测画法, 这种画法的规则是:

(1) 在已知图形中互相垂直的轴 Ox 、 Oy , 画直观图时, 把它画成对应的轴 $O'x'$ 、 $O'y'$, 使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°), 它们确定的平面表示水平平面.

(2) 已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段, 在直观图中分别画成平行于 x' 轴或 y' 轴的线段.

(3) 已知图形中平行于 x 轴的线段, 在直观图中保持原长度不变; 平行于 y 轴的线段, 长度为原来的一半.

练习 11-1

1. 能不能说一个平面长 4 米, 宽 2 米? 为什么?
2. 画三个平行四边形表示不同位置的平面.
3. 当线段 AB 在平面 α 内时, 直线 AB 是否在平面 α 内? 为什么?
4. 当直线 l 不在平面 α 内时, l 与平面 α 的公共点最多有几个?
5. 判断下列命题的真假:
 - (1) 两个平面的交线可能是一条线段;
 - (2) 过一条直线的平面有无数个;
 - (3) 经过空间任意三点有且只有一个平面.
6. 为什么说平行四边形和梯形是平面图形?
7. 四条线段首尾连结, 所得的图形一定是平面图形吗? 为什么?
8. 一条直线和两条平行直线都相交, 这三条直线是否共面?

§ 11-2 空间直线的位置关系

一、两条直线的位置关系

在初中几何里, 我们知道: 平面内的两条直线的位置关系只有相交和平行两种.

空间的两条直线之间还有另外一种位置关系. 观察图 11-9 中的直线 AA' 与 BC . 可以看出, AA' 与 BC 不同在任何一个平面内, 它们既不相交也不平行.

我们把不同在任何一个平面内的两条直线叫做**异面直线**(skew lines).

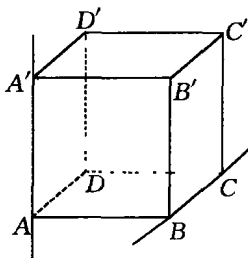


图 11-9

空间的两条直线的位置关系有以下三种:

- (1) 相交直线——在同一个平面内,有且只有一个公共点;
- (2) 平行直线(parallel lines)——在同一个平面内,没有公共点;
- (3) 异面直线——不同在任何一个平面内,没有公共点.

画异面直线时,可以画成如图 11-10 那样,以显示出它们不共面的特点.

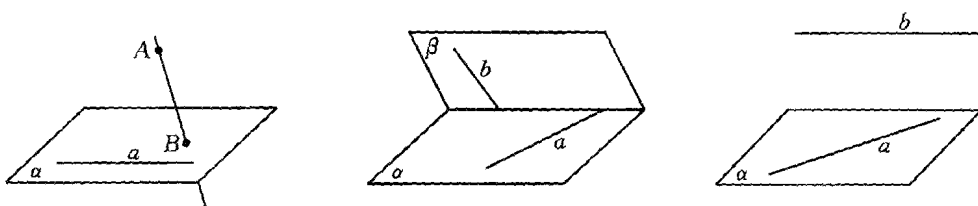


图 11-10

在图 11-10(1) 中,直线 AB 与平面 α 相交于点 B ,点 A 在 α 外,直线 a 在 α 内但不过点 B ,这时直线 AB 和 a 一定是异面直线(否则, AB 与 a 共面,可推得点 A 在 α 内,这与已知点 A 在 α 外矛盾).由此得到如下判定异面直线的方法:

连结平面内一点与平面外一点的直线,和这个平面内不经过此点的直线是异面直线.

二、空间直线的平行关系

在平面几何中,我们曾学过:“在同一个平面内,如果两条直线都和第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行”.实际上,这条性质可以推广到空间.

公理 4 平行于同一条直线的两条直线互相平行.

公理 4 所表述的性质,通常又叫做空间平行线的传递性.

例如,图 11-11 里三棱镜的三条棱,如果 $AA' \parallel BB'$, $CC' \parallel BB'$,这时必有 $AA' \parallel CC'$.

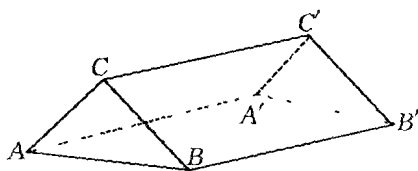


图 11-11

定理 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同,那么这两个角相等.

已知 $\angle BAC$ 和 $\angle B'A'C'$ 的边 $AB \parallel A'B'$,

$AC \parallel A'C'$, 并且方向相同(图 11-12)。

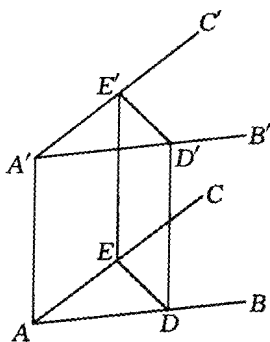


图 11-12

求证 $\angle BAC = \angle B'A'C'$.

证明 在 $\angle BAC$ 和 $\angle B'A'C'$ 的两边上分别截取 $AD = A'D'$, $AE = A'E'$.

$\because AD \parallel A'D', AD = A'D'$,

$\therefore A'D'DA$ 是平行四边形.

$\therefore AA' \parallel DD', AA' = DD'$.

同理 $AA' \parallel EE', AA' = EE'$.

根据公理 4 得 $DD' \parallel EE'$, 又可得 $DD' = EE'$.

$\therefore$ 四边形 $D'E'ED$ 是平行四边形.

$\therefore ED = E'D'$.

$\therefore \angle BAC = \angle B'A'C'$.

例 1 已知 四边形 $ABCD$ 是空间四边形(四个顶点不共面的四边形), E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

求证 四边形 $EFGH$ 是平行四边形(图 11-13).

证明 连结 A 与 C, B 与 D ,

$\because E, F$ 是 $\angle ABC$ 的 AB, BC 边上的中点,

$\therefore EF \parallel AC$.

同理 $HG \parallel AC$,

$\therefore EF \parallel HG$ (公理 4).

同理 $EH \parallel FG$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

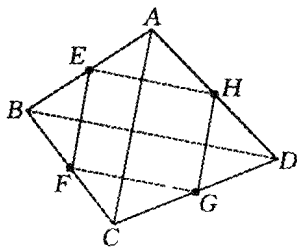


图 11-13

三、异面直线所成的角

直线 a, b 是异面直线. 经过空间任意一点 O , 分别引直线 $a' \parallel a, b' \parallel b$. 因为两条相交直线和另外两条相交直线分别平行时, 两组直线所成的锐角(或直角)相等(为什