

(中英国际合作项目和973项目研究成果)

应变局部化 理论及应用

The Theory on Strain
Localization and Its Applications

张义同 齐德瑄 编著



The Theory on Strain Localization and Its Applications

应变局部化理论及应用

(中英国际合作项目和 973 项目研究成果)

张义同 齐德瑄 编著

 **天津大学出版社**
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书介绍了应变局部化的两相平衡模型,揭示了“神奇”的应变局部化现象不过是应变软化材料的一种变形特征。从分岔理论看,应变局部化是应变软化材料在分岔点处的一个稳定的分岔解(势能最小),这个分岔解用传统的分岔方法难以求出,因为传统的分岔分析求出的依然是一个单相解。本书中介绍了各种典型的应变局部化现象和实验结果,介绍了相变理论,用相变分析方法分析了细晶粒低碳钢中的 Lüders 带、单向纤维增强复合材料中的折曲带、NiTi 合金中的马氏体带、岩石层中的折曲带和砂土试件中的剪切带等。分析求解的过程揭示了理论模型的预见性,揭示了数学的严密、精确与美妙。分析结果和相应的实验结果都进行了对比。本书可作为力学、岩土力学、材料科学、地质学等领域的科研参考书和研究生教材。

图书在版编目(CIP)数据

应变局部化理论及应用/张义同,齐德瑄编著. —天津:天津大学出版社,2010. 8

ISBN 978-7-5618-3623-1

I. ①应… II. ①张…②齐… III. ①材料力学 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 156088 号

出版发行 天津大学出版社
出版人 杨欣
地址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
印刷 昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经销 全国各地新华书店
开本 140mm × 203mm
印张 7.75
字数 200 千
版次 2010 年 8 月第 1 版
印次 2010 年 8 月第 1 次
印数 1 - 1 000
定价 29.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换

版权所有 侵权必究



作者简介

张义同，天津大学教授，固体力学专业博士生导师。生于1945年。1970年毕业于清华大学工程力学数学系，后在天津大学获固体力学硕士、结构工程博士学位。从事固体力学数值方法、热黏弹性理论、固体本构理论、屈曲与分岔分析、相变理论、应变局部化理论、盾构掘进土力学和腹主动脉瘤等领域的研究。发表论文100多篇，出版专著有《热黏弹性理论》、《近代织物力学和稳定性分析理论》、《应变局部化理论及应用》以及《隧道盾构掘进土力学》等。

前 言

在自然界和实验室都广泛发现了这样一种现象:在均匀变形的物体或试件中,出现了界线分明的分片均匀变形,例如细晶粒低碳钢中的 Lüders 带、单向纤维增强复合材料中的折曲带、NiTi 合金中的马氏体带、岩石层中的折曲带及砂土试件中的剪切带等等。在这些“带”内的材料的变形明显比“带”外材料的变形大,对弹塑性材料,“带”内的材料已进入塑性,而“带”外的材料还处于弹性。学术界称这种现象为应变局部化。

应变局部化的现象有点“神奇”,许多学者在实验室进行了精巧的实验,直观地显示了应变局部化的发生和扩展过程。对应变局部化的机理的探讨吸引了众多的力学工作者以及材料科学家和地质学家。本书建立了应变局部化的两相平衡理论,揭示了应变局部化的机理:材料的应变软化行为导致应变局部化;或者说,应变局部化是应变软化材料的一种共同的变形特征,虽然不同材料的应变软化的细观机理不同。

这一理论和分析方法与学术界已有工作的联系和区别主要有以下几点。

(1)已有的工作多数是把应变局部化看成是变形过程中的一个分岔问题,但对分岔解的求解依然局限于求其单相的分岔解。本书以一维问题为例,说明应变局部化可以看作为一个分岔问题,但两相平衡解才是其应变能最小的解(即稳定的分岔解)。传统的分岔方法难以求得这个稳定的分岔解,本书用相变分析直接求这个稳定的分岔解。

(2)在单相分岔解的求解过程中,有的学者意识到需要考虑跨越应变局部化交界处的应力的不连续性,有的学者还更深入地意识到,除了考虑跨越应变局部化交界处的应力和应变的不连续性外,还需要补充一个方程,问题才能求解。例如,Jensen (1999) 在分析单向纤维增强复合材料中的折曲带时,建议补充一个“闭锁”条件,并从物理概念出发,未加证明地给出了 $\int_{E^-}^{E^+} T_{AB}^+ dE_{AB}^+ = T_{AB}^- [E_{AB}]$, 其中 T_{AB} 和 E_{AB} 分别是第二 Piola-Kirchhoff 应力张量和 Green 应变张量的分量。这个“闭锁”条件对否? 它与两相平衡模型中的 Maxwell 关系的关系如何? 我们证明了如果用另一对共轭的第一 Piola-Kirchhoff 应力 $\boldsymbol{\pi}$ 和变形梯度 $\boldsymbol{F}$ 来书写,这个“闭锁”条件是正确的,即 $\int_{F^-}^{F^+} \text{tr}(\boldsymbol{\pi}^T d\boldsymbol{F}) = \text{tr}(\boldsymbol{\pi}^T [\boldsymbol{F}])$; 但若按 Jensen 的写法,则应补充一项,即 $\int_{E^-}^{E^+} T_{AB} dE_{AB} = T_{AB}^- [E_{AB}] + \frac{1}{2} F_{iA}^+ [T_{AB}] [F_{iB}]$ 。而且,这两个式子其实都是相变理论中 Maxwell 关系的其他表述形式。

(3)解的完整性。两相平衡分析同时给出平面应变、平面应力下局部变形带的 4 个解,分别对应于两条对称的局部变形带的上、下边界的 4 条法线方向。这些是已有的分析难以做到的。

(4)本书做的是解析分析,方程组的数值求解揭示了一种不多见的收敛过程。在精度较低时,得到两组解(每组 4 个或 8 个),随着精度的提高,这两组解愈来愈接近,当达到某一精度时,这两组解便变成了一组解。求解的过程揭示了理论模型的预见性,揭示了数学的严密、精确与美妙,它给我们关于数学“美”的享受,超出了我们所付出的辛劳。

(5)从得到的数值解中舍掉虚数解,剩下的实数解通常不

止一组,但除一组外,其他组的实数解,总是可以通过物理意义的判断排除掉,例如它们对应的主伸长小于零,或者其方向余弦的绝对值大于1。

本书中介绍的研究成果是在中英国际合作项目《纤维增强复合材料折曲带的表征和失稳研究》(2004.4—2007.3)和国家重点基础研究发展计划(973)子课题“盾构掘进界面稳定性分析”(2007.1—2011.12)(2007CB714001)的研究中取得的。前一个项目受到中国国家自然科学基金委员会和英国皇家学会的联合资助,后一个项目得到国家科技部的资助。

本书的部分内容是和英国 Keele 大学 Yibin Fu(傅依斌)教授合作研究的成果,谨以此书纪念我们的友谊和富有成果的合作。

作者感谢 973 项目首席科学家、浙江大学杨华勇教授和长江学者、天津大学黄田教授的支持。

本书的绝大多数内容以英文在国际和国内学术期刊上发表过。

本书第 4 章的数值计算是由研究生宁加星完成的。

张义同

2009-06-28

于天津大学新园村

2010-01-20

改于天津大学新园村

目 录

第1章 应变局部化现象和实验	(1)
1.1 单向纤维增强复合材料中的折曲带	(1)
参考文献	(6)
1.2 Lüders 带	(9)
参考文献	(11)
1.3 NiTi 合金中的折曲带	(13)
参考文献	(20)
1.4 岩石中的折曲带	(21)
参考文献	(28)
1.5 砂土中的剪切带	(30)
参考文献	(37)
第2章 应变局部化的两相平衡模型	(38)
2.1 多相平衡理论	(40)
2.2 Maxwell 关系	(43)
2.3 弹塑性材料杆的相变分析	(48)
2.3.1 线性强化弹塑性材料的分片光滑应力功函数	(49)
2.3.2 相变的小变形分析	(50)
2.3.3 大变形时的相变分析	(52)
2.3.4 弹塑性材料的应变软化与相变	(54)
2.3.5 结论及对传统概念的修正	(56)
2.4 应变局部化的分岔理论与两相平衡模型	(58)
2.5 缺陷敏感性	(64)
参考文献	(65)
第3章 应变局部化分析	(69)

3.1 支持多相变形的材料的弹塑性模型	(71)
3.1.1 相变材料的弹塑性建模	(73)
3.1.2 平面应力状态下板条两相区的分片均匀近似	(75)
3.1.3 大变形弹塑性本构模型	(77)
3.1.4 弹性相	(79)
3.1.5 单向加载下的上、下屈服点	(79)
3.1.6 塑性相	(80)
3.1.7 多相平衡方程	(81)
3.1.8 折曲带预测	(82)
附录	(85)
参考文献	(88)
3.2 材料软化与应力功函数的非凸性	(91)
3.2.1 应变软化模型	(91)
3.2.2 弹性相	(93)
3.2.3 上、下屈服点	(94)
3.2.4 Lüders 带	(94)
3.2.5 Lüders 带预测	(95)
参考文献	(97)
3.3 单向纤维增强复合材料中的折曲带分析	(100)
3.3.1 控制方程	(101)
3.3.2 应变能函数	(103)
3.3.3 折曲解	(104)
参考文献	(112)
3.4 Lüders 带分析	(119)
3.4.1 弹性相	(123)
3.4.2 上、下屈服点	(124)
3.4.3 Lüders 带	(125)
3.4.4 Lüders 带变形预测	(127)
附录	(130)
参考文献	(134)

3.5 岩石中的折曲带分析	(137)
3.5.1 低应变相中的应力和应变	(139)
3.5.2 折曲带中的应力和应变	(141)
3.5.3 控制方程	(143)
3.5.4 算例	(144)
参考文献	(148)
3.6 砂土中的折曲带分析	(151)
3.6.1 平面应变状态下试件的几何描述	(152)
3.6.2 低应变相的应力和应变	(153)
3.6.3 上、下屈服点	(154)
3.6.4 高应变相的应力和应变	(155)
3.6.5 控制方程	(156)
3.6.6 数值解	(156)
参考文献	(161)
3.7 单向拉伸下 NiTi 合金中的折曲带分析(1)	(165)
3.7.1 奥氏体相	(166)
3.7.2 上、下屈服点的应力状态	(169)
3.7.3 马氏体相	(169)
3.7.4 数值结果	(171)
参考文献	(172)
附录	(174)
3.8 单向拉伸下 NiTi 合金中的折曲带分析(2)	(177)
3.8.1 马氏体带的几何描述	(178)
3.8.2 奥氏体相	(180)
3.8.3 上、下屈服点	(181)
3.8.4 马氏体相	(181)
3.8.5 相变条件	(182)
3.8.6 数值解	(183)
参考文献	(185)
附录	(187)

3.9 平面剪切下 NiTi 合金中的折曲带分析	(191)
3.9.1 平面 X_1OX_2 内剪切板的分片均匀变形	(192)
3.9.2 奥氏体相	(193)
3.9.3 马氏体相	(193)
3.9.4 相变条件	(194)
3.9.5 数值算例解之一	(195)
3.9.6 数值算例解之二	(199)
3.9.7 薄壁 NiTi 合金管的纯扭转	(200)
参考文献	(202)
3.10 薄壁 NiTi 合金圆筒拉扭联合作用下的相变分析	(204)
3.10.1 各向异性板条的几何表示	(204)
3.10.2 大变形正交各向异性弹塑性模型	(206)
3.10.3 拉伸-剪切联合作用下的两相变形	(209)
3.10.4 数值解	(212)
附录 A	(221)
附录 B	(221)
参考文献	(222)
第4章 应变局部化扩展导致盾构掘进界面失稳分析	(225)
4.1 平面应变状态下砂土剪切带的数值模拟	(226)
4.2 隧道盾构掘进界面砂土应变局部化的扩展	(229)
4.2.1 计算模型	(229)
4.2.2 计算结果	(230)
参考文献	(235)
作者课题组与应变局部化相关的论文	(236)

第1章 应变局部化现象和实验

1.1 单向纤维增强复合材料中的折曲带

复合材料在工程中的应用越来越广泛。纤维增强复合材料在复合材料中占有重要的地位。由于纤维的增强,材料在沿纤维方向的拉伸强度得到了明显的提高——这是人们所希望的;但很快又发现,材料在纤维增强方向的压缩强度却低得多。以一种碳纤维-环氧树脂复合材料(纤维体积分数 67.7%)为例,沿纤维增强方向它的拉伸模量为 138 GPa,压缩模量为 126 GPa,拉压模量基本相同;其拉伸强度为 1 890 MPa,其压缩强度却仅有 911 MPa。这对受压的复合材料构件(如潜水艇壳体等)是十分不利的。所以对纤维复合材料受压下破坏的机理和实验研究成了纤维增强复合材料研究领域的热点和重点。

对纤维复合材料的实验研究表明,纤维复合材料在沿纤维方向受压时的破坏模式有以下几种:①“弹性微屈曲”(Elastic micro-buckling),②“塑性微屈曲”(Plastic micro-buckling,也称折曲 Kinking),③“纤维压碎”(Fiber Crushing),④“屈曲层裂”(Buckle delaminating),⑤“劈裂”(Splitting)等。这些见英国皇家学会会员 N. A. Fleck 教授的综述文章(Fleck (1997) 和 Fleck (2001)等)。

在上述各种破坏模式中,第①种“弹性微屈曲”发生在纤维和基体都处于弹性变形状态。Jelt 和 Fleck 做的实验支持了 Rosen 公式。试件是以硅橡胶作为基体,意大利式细面条

(Spaghetti)作纤维(体积分数 31%)制成的,实验结果离 Rosen 公式曲线很近。见 Jelf and Fleck (1992)。其余几种是塑性破坏。显然,“弹性微屈曲”的破坏模式只在弹性很好的柔软材料中发生,从工程应用的强度方面考虑,意义不大。

在塑性破坏模式中,“塑性微屈曲”是工程应用中最容易出现的,又由于其破坏模式的特殊(出现折曲带)和分析的困难,特别受到力学学者和材料科学家的广泛关注。例如,魏悦广、杨卫(1992),Fleck(1993,1997),Wei and Yang (1993),魏悦广、杨卫、黄克智(1994),Moran et al (1995),Christoffersen and Jensen (1996),Shu and Fleck (1997),Jensen (1999),Vogler et al (2001),Bai and Phoenix (2005),等等。单根碳纤维的塑性微屈曲在“纤维压碎”破坏模式中也被观测到了,见 Fleck (1997)和 Prandy and Hahn (1990)。

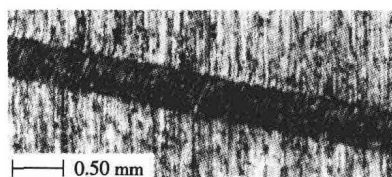


图1 折曲带的细观照片

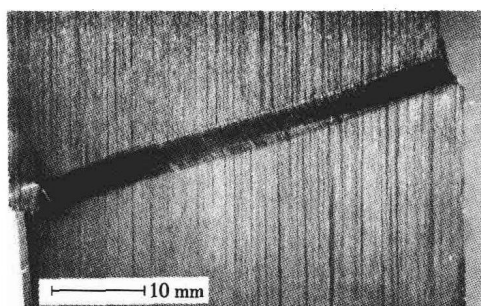
这里的“微屈曲”和通常的“屈曲”有所不同,出现了强间断面——折曲面(跨越折曲面时位移连续,但变形梯度不连续)和折曲带(Kinking band)。折曲带的

照片见图1和图2(a),其典型示意图见图2(b)。

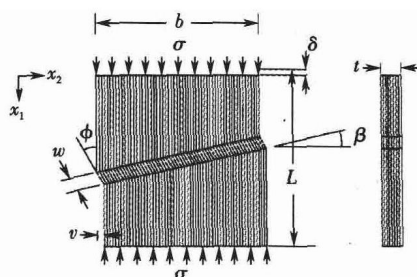
下面的图3是一组折曲带逐渐扩展的显微数字照片。

图4是一张折曲带的细观显微照片,可以清楚地看到,折曲带边界处纤维发生了折断,这是相变界面处变形梯度不连续的一种极端情况。

在纤维复合材料研究领域,实验研究的结果相当丰富,涉及复合材料制造的专利也不少。实验发现(Drzal and Madhukar



(a)



(b)

图2 复合材料中的折曲带

(Vogler and Kyriakides 1999)

(a) 照片; (b) 有几何参数定义的示意图

1993, Peebles 1995): 在纤维和基体材料都相同的试件中, 不同的纤维-基体黏结强度会导致材料沿纤维方向受压时不同的破坏模式和不同的压缩强度。从黏结强度由弱到强, 破坏模式依次是: 层裂屈曲(Delamination buckling)、折曲(Kinking)、纤维多平面压碎(Fiber compressive failure in several planes), 而压缩强度依次是由小到大。不同破坏模式的扫描电镜显微照片见 Drzal and Madhukar (1993) 中的 Fig. 19(a) ~ (c), 示意图见下

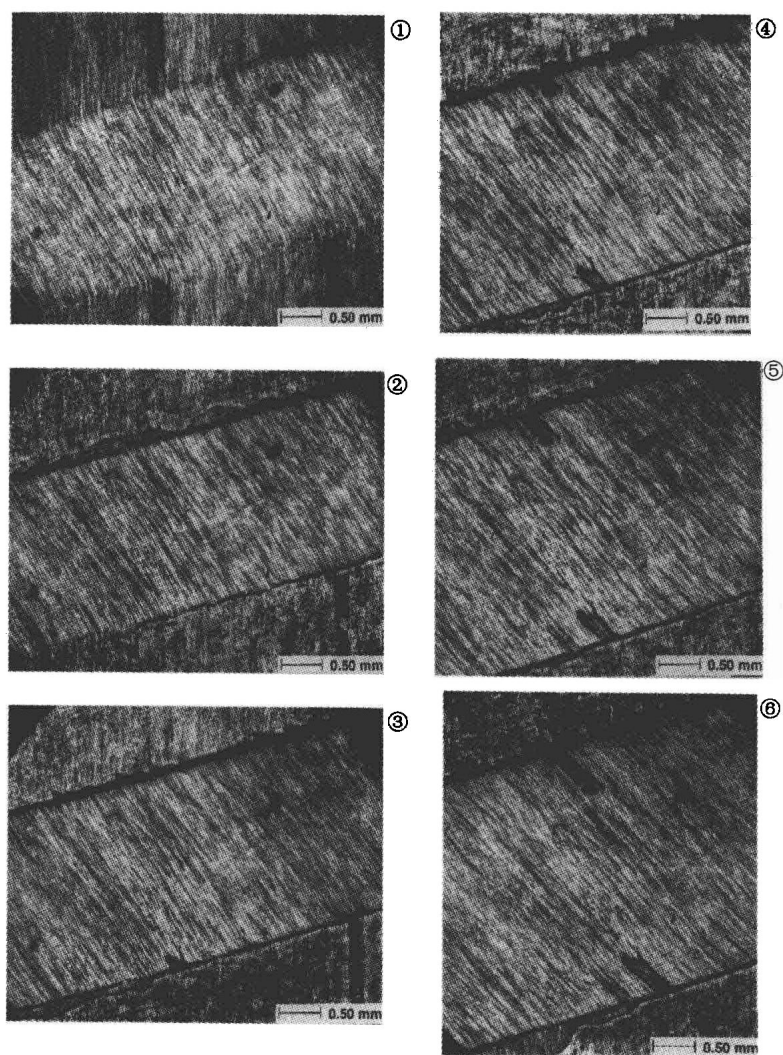


图3 一组折曲带逐渐扩展的显微数字照片
(Vogler and Kyriakides 1999)

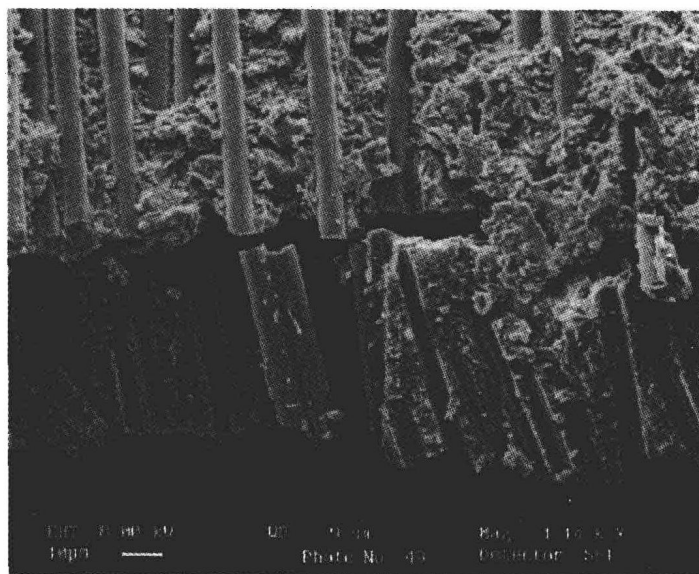


图4 一张折曲带的细观显微 SEM 照片
(Steeves and Fleck 2004)

面的图5。

图5的实验结果是在一条加载路径上,在不同的黏结强度参数处,分岔出了不同的破坏模式——层裂屈曲或折曲,并对应不同的临界应力。如果材料的黏结强度参数比这两个分岔参数都大,材料就不会发生层裂屈曲和折曲,而只能发生纤维压碎破坏,同时临界应力也达到最大。

在纤维复合材料的制造中,不同的纤维-基体黏结强度是通过改变纤维表面的化学或物理结构来得到的,这些表面处理技术(化学的和物理的)多数都申请了专利。

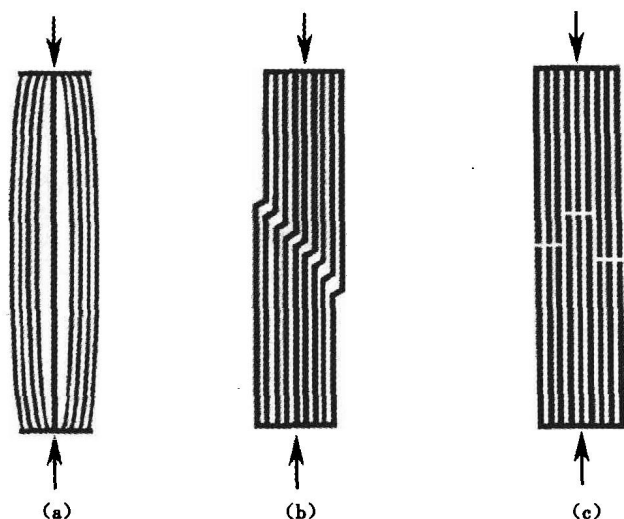


图5 纤维和基体相同,不同的纤维-基体黏结强度
导致的不同的压缩破坏模式

(a) 层裂屈曲 (Drzal and Madhukar 1993); (b) 折曲; (c) 纤维多平面压碎

参考文献

BAI J, PHOENIX S L. 2005. Compressive failure model for fiber composites by kink band initiation from obliquely aligned, shear-dislocated fiber breaks [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 42: 2 089-2 128.

CHRISTOFFERSEN J, JENSEN H M. 1996. Kink band analysis accounting for the microstructure of fiber reinforced materials [J]. *Mechanics of Materials*, 24: 305-316.

CRAIG A STEEVES, NORMAN A FLECK. 2005. Compres-