



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数字逻辑 电路

第二版

刘常澍 主编

张 涛 王 炜 副主编

刘常澍

赵雅兴

张 涛

王 炜

雷淑英 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数字逻辑电路

Shuzi Luoji Dianlu

第二版

刘常澍 主编

张 涛 王 炜 副主编

刘常澍 赵雅兴 张 涛 王 炜 雷淑英 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是在本书第一版试用的基础上修订而成的。

全书共有 11 章内容：数字逻辑的基础知识，晶体管开关及门电路，组合逻辑电路，集成触发器，时序逻辑电路，中规模集成时序逻辑电路及其应用，存储器与可编程逻辑器件，硬件描述语言 VHDL，可测性设计及边界扫描技术，波形变换与产生电路，数模与模数转换。

本课程是电子信息类专业的主要技术基础课。书中内容的基础理论部分深入浅出，注重实践性，备有大量例题和习题。本书采用国家标准图形符号，在出现符号的地方对其所表示的意义进行简要地解释，读者在学习本书过程的同时逐渐学会识读常用的逻辑符号。

本书适合高等工科院校电子信息、通信、自动化等专业作为技术基础课教材，也可供其他相关专业选用和社会读者阅读。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字逻辑电路/刘常澍主编. —2 版. —北京: 高等教育出版社, 2010. 12

ISBN 978 - 7 - 04 - 030696 - 5

I. ①数… II. ①刘… III. ①数字电路: 逻辑电路 - 高等学校 - 教材 IV. ①TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 198281 号

策划编辑 吴陈滨 责任编辑 王莉莉 封面设计 李卫青 责任绘图 郝林
版式设计 马敬茹 责任校对 金辉 责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120

购书热线 010 - 58581118
咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 天津新华二印刷有限公司

网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787 × 1092 1/16
印 张 26.75
字 数 660 000

版 次 2008 年 2 月第 1 版
2010 年 12 月第 2 版
印 次 2010 年 12 月第 1 次印刷
定 价 38.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物料号 30696 - 00

第二版前言

根据电子信息技术领域对数字电路 EDA (电子设计自动化) 技术应用越来越普及的发展趋势, 考虑到数字器件的发展和数字电路设计理念的变更, 作为普通高等教育“十一五”国家级规划教材, 本书在第一版的基础上作了如下调整:

1. 由于大规模集成电路的发展以及可编程器件的广泛应用, 使得施密特电路、单稳态电路和多谐振荡器电路的形式已经发生了变化, 但是集成触发器是必须让学生掌握的基本知识。为此, 将集成触发器的有关内容单独设一章, 采用传统分析方法的波形变换与产生电路的内容另设一章, 供选用。

2. 时序逻辑电路部分着重基本概念和时序逻辑电路特点的介绍。因中规模集成器件的使用将会逐渐减少, 代之以可编程逻辑器件等, 时序逻辑电路的设计理念和设计方法也随之在改变。尽管如此, 但在利用可编程逻辑器件设计数字电路系统的编程过程中, 由于设计中常常会调用以库文件形式存在的中规模数字器件, 所以中规模数字器件时序逻辑电路的内容又是不可或缺的, 故将中规模数字器件时序逻辑电路单独设一章, 并加进了少量的内容和例题, 供读者选学。

3. 在可编程逻辑器件章节加强了有关开发平台的内容介绍, 以跟随不断发展的 EDA 新技术。

4. 对第一版书中个别欠妥的内容作了修订, 有些图形格式作了调整, 使之更加合理以及在形式上保持一致。

本书内容共 11 章: 数字逻辑的基础知识, 晶体管开关及门电路, 组合逻辑电路, 集成触发器, 时序逻辑电路, 中规模集成时序逻辑电路及其应用, 存储器与可编程逻辑器件, 硬件描述语言 VHDL, 可测性设计及边界扫描技术, 波形变换与产生电路, 数模与模数转换。

考虑到各学校课程设置和要求不尽一致, 本书没有将可选讲的部分标出, 在选讲时可根据各校的教学情况进行取舍。

本书的编写情况如下: 第 7 章由张涛执笔, 第 8 章由赵雅兴执笔, 第 11 章由王炜执笔, 第 2 章由雷淑英执笔, 其余章节由刘常澍执笔并完成全书的统稿工作。在全书的编写过程中一直得到赵雅兴教授的关心与指导, 在此表示感谢。

鉴于作者的水平有限, 不足甚至错误在所难免, 恳请读者指正。

作者

2010 年 7 月于天津

第一版前言

近年来，电子信息领域的技术发展日益加快，数字集成电路的复杂程度、集成度越来越高，因而对EDA（电子设计自动化）的需求越来越高，对于相关基本技能的提高要求也越来越迫切。

教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会对于“数字电路与逻辑设计”课程拟定了教学基本要求，要求中指出，本课程是电子信息类专业的主要技术基础课。其作用与任务是：使学生掌握数字电路的基本分析方法和逻辑设计方法。

本书在多年实际教学的基础上编写而成，考虑到不同院校的课程设置不同，本书没有将可选讲部分标出，在选讲时可根据各校教学要求进行取舍，并建议如下：

1. 第1、2、4章内容分别为数字逻辑的基础知识，晶体管开关及门电路，触发器与波形变换、产生电路，这三章以及第6章存储器与可编程逻辑器件是数字电路的基础内容，教学中选取的内容应以够用为度。

2. 第3章组合逻辑电路与第5章时序逻辑电路两章的内容较多，可在课内讲授基本概念和原理部分，基本内容以外的扩展和例题可以让学生自学。

3. 将硬件描述语言（VHDL）写成独立的第7章，并比较详细地讲述具体内容与列举大量实例，使读者通过本章能够较为全面地学习VHDL。若这部分内容单独设立一门课，则本章可作为参考资料。

4. 第8章可测性设计及边界扫描技术是综述性内容，可使读者了解近年出现的应用最为普遍的边界扫描技术。

5. 第9章数模与模数转换是模拟、数字的结合电路，可将其安排在诸如智能仪器、测控电路等课程内讲授。

书中采用国家标准图形符号，在出现符号的地方对其所表示的意义进行简要解释，使读者在学习本书的过程中逐渐学会识读常用的逻辑符号。

书中备有大量例题和习题，为读者提供了较多的参考和练习。

本书第2章由雷淑英编写，第7章由赵雅兴编写，第9章由王炜编写，其余章节的编写和统稿工作全部由刘常澍完成。赵雅兴教授在本书的编写过程中给予了指导。

北京联合大学李哲英教授审阅了本书的全部书稿，提出了很多改进意见，编者在此表示由衷的感谢。还要感谢李雪花对本书第6章编写所做的工作。

限于编者的水平，本书难免存在缺点或错误，恳请读者批评指正并及时与我们联系。

编者

2007年9月于天津

目 录

第1章 数字逻辑的基础知识	1	2.2.4 TTL集成电路的系列产品	67
引言	1	2.3 其他类型双极型数字集成电路	70
1.1 数字电路的信号	1	2.3.1 ECL (发射极耦合逻辑) 门电路	70
1.1.1 模拟量与数字量	1	2.3.2 I ² L (集成注入逻辑) 门电路	72
1.1.2 数字电路及其信号	2	2.4 CMOS集成门电路	73
1.2 数字电路所用的数制	2	2.4.1 CMOS反相器的电路结构和工作原理	73
1.2.1 二进制数	2	2.4.2 CMOS反相器的输入特性和输出特性	75
1.2.2 十进制数和二进制数的互相转换	3	2.4.3 其他CMOS集成门电路	78
1.2.3 八进制数和十六进制数	4	2.4.4 TTL电路与CMOS电路的连接	82
1.3 数字电路常用的码制与编码	5	2.4.5 低电压CMOS电路及逻辑电平转换器	83
1.3.1 原码、反码和补码	5	2.4.6 CMOS集成电路系列产品	86
1.3.2 BCD码(二-十进制编码)	8	2.4.7 CMOS集成电路使用注意事项	88
1.3.3 格雷(Gray)码	9	本章小结	89
1.4 逻辑代数基本知识	10	思考题及习题	91
1.4.1 基本运算	10	第3章 组合逻辑电路	96
1.4.2 复合运算	12	引言	96
1.4.3 逻辑代数的定律	14	3.1 组合逻辑电路的一般分析与设计	96
1.4.4 逻辑函数的标准形式	15	3.1.1 组合电路的一般分析	96
1.4.5 逻辑函数的化简	21	3.1.2 组合逻辑电路的设计(用门电路)	98
本章小结	33	3.2 常用组合逻辑电路及其中规模集成器件	101
思考题及习题	33	3.2.1 加法器	101
第2章 晶体管开关及门电路	37	3.2.2 编码器	104
引言	37	3.2.3 译码器及数据分配器	108
2.1 晶体管的开关特性及简单门电路	37	3.2.4 数据选择器	115
2.1.1 二极管的开关特性	38	3.2.5 图案移位器	116
2.1.2 双极晶体管的开关特性	40	3.2.6 数码比较器	119
2.1.3 MOS管的开关特性	43	3.2.7 奇偶校验码的产生器/校验器	121
2.1.4 分立元件构成的门电路	47	3.3 用中规模集成器件设计组合逻辑	
2.2 TTL集成门电路	52		
2.2.1 TTL与非门的电路结构与工作原理	52		
2.2.2 TTL与非门的特性	56		
2.2.3 其他类型TTL门电路	62		

电路	122	4.7 各类触发器的开关工作特性及 抗干扰能力比较	151
3.3.1 用数据选择器实现组合逻辑电路	122	本章小结	152
3.3.2 用译码器、加法器实现组合逻辑 电路	125	思考题及习题	153
3.4 组合逻辑电路的冒险	126	第5章 时序逻辑电路	159
3.4.1 竞争与冒险现象	127	引言	159
3.4.2 冒险现象的判断、避免及消除	128	5.1 时序逻辑电路概述	159
本章小结	129	5.2 时序逻辑电路的一般分析	161
思考题及习题	130	5.3 锁存器、寄存器、移位寄存器	164
第4章 集成触发器	134	5.3.1 锁存器	164
引言	134	5.3.2 数码寄存器	164
4.1 基本 RS 触发器	134	5.3.3 移位寄存器	165
4.1.1 用与非门构成的基本 RS 触发器	134	5.4 计数器	169
4.1.2 用或非门构成的基本 RS 触发器	137	5.4.1 同步计数器	169
4.1.3 关于触发信号	138	5.4.2 异步计数器	176
4.2 同步 RS 触发器	138	5.4.3 移存型计数器	179
4.2.1 电路的组成和工作原理	139	5.5 时序逻辑电路的设计	181
4.2.2 带异步置位、复位端的同步 RS 触发器	140	5.5.1 建立原始状态图和原始状态表	182
4.2.3 同步 RS 触发器的工作波形	140	5.5.2 状态化简	182
4.2.4 关于触发器的空翻现象	141	5.5.3 状态分配	184
4.3 主从延迟型 JK 触发器	141	5.5.4 状态转移和激励列表	184
4.3.1 主从延迟型 JK 触发器的结构和 工作原理	141	5.5.5 激励方程和输出方程	185
4.3.2 主从延迟型 JK 触发器的功能 描述	142	5.5.6 画出逻辑图	186
4.3.3 集成主从延迟型 JK 触发器 CT74LS72	143	5.5.7 设计再举例	187
4.4 边沿型 D 触发器	144	5.5.8 输出与输入之间的关系	193
4.4.1 维持阻塞型 D 触发器的组成和工作 原理	144	5.5.9 自启动与非自启动	193
4.4.2 D 触发器的功能描述	145	5.5.10 异步时序电路的设计	195
4.4.3 集成双 D 触发器 CT74LS74	146	5.5.11 输出方波的奇数分频器	197
4.4.4 CMOS 主从结构数据锁定型 D 触发器	147	5.6 序列信号发生器	198
4.5 边沿型 JK 触发器	148	5.6.1 移存器型序列信号发生器	198
4.6 触发器的类型	149	5.6.2 计数器型序列信号发生器	201
4.6.1 T 触发器和 T' 触发器	149	5.6.3 LFSR (线性反馈移存器) 型序列 信号发生器	202
4.6.2 使能触发器	150	本章小结	206
4.6.3 D 和 JK 触发器之间的逻辑关系	151	思考题及习题	207
		第6章 中规模集成时序逻辑电路及其 应用	212
		引言	212
		6.1 锁存器、寄存器、移位寄存器	212
		6.1.1 锁存器	212

6.1.2 数码寄存器	213	8.2.4 子类型 (Subtype)	296
6.1.3 移位寄存器	213	8.2.5 属性 (Attribute)	297
6.1.4 寄存器的应用	217	8.2.6 VHDL 的运算操作符 (Operator) ...	298
6.2 计数器	221	8.3 VHDL 构造体的描述方法	299
6.2.1 同步计数器	221	8.3.1 顺序描述语句 (Sequential Statement)	300
6.2.2 异步计数器	223	8.3.2 并发描述语句 (Concurrent Statement)	306
6.2.3 多级异步二进制计数器	225	8.3.3 断言语句 (Assert Statement)	316
6.2.4 N 进制计数器的组成	226	8.4 数字电路的 VHDL 设计举例	318
6.2.5 计数器应用举例	232	8.4.1 基本逻辑门的 VHDL 设计	318
本章小结	235	8.4.2 组合逻辑电路的 VHDL 设计	318
思考题及习题	235	8.4.3 时序逻辑电路的 VHDL 设计	323
第 7 章 存储器与可编程逻辑器件	239	8.4.4 只读存储器 (ROM) 的 VHDL 设计	331
引言	239	本章小结	332
7.1 存储器	240	思考题及习题	332
7.1.1 SAM (顺序存取存储器)	240	第 9 章 可测性设计及边界扫描技术	334
7.1.2 RAM (随机存取存储器)	242	引言	334
7.1.3 ROM (只读存储器)	249	9.1 概述	334
7.2 可编程逻辑器件 (PLD)	253	9.2 可测性设计	336
7.2.1 PLD 的逻辑表示法	254	9.2.1 特定设计	336
7.2.2 SPLD (简单可编程逻辑器件)	255	9.2.2 结构设计	338
7.2.3 HDPLD (高密度可编程逻辑 器件)	261	9.3 边界扫描测试 (BST)	346
7.2.4 Altera 公司提供的 Quartus II 开发 系统	267	9.3.1 边界扫描设计基本结构	347
7.2.5 Xilinx 公司提供的 ISE 开发系统	274	9.3.2 边界扫描测试的工作方式	349
本章小结	279	9.3.3 边界扫描单元的级联	350
思考题及习题	280	9.3.4 边界扫描描述语言 (BSDL)	351
第 8 章 硬件描述语言 VHDL	282	本章小结	352
引言	282	思考题及习题	352
8.1 VHDL 设计程序的组成	283	第 10 章 波形变换与产生电路	353
8.1.1 实体 (Entity)	283	引言	353
8.1.2 构造体 (Architecture)	285	10.1 脉冲信号	353
8.1.3 包集合 (Package)	288	10.1.1 脉冲信号的描述	353
8.1.4 库 (Library)	290	10.1.2 波形的变换与产生	354
8.1.5 配置 (Configuration)	291	10.2 施密特电路	354
8.2 VHDL 的语言要素	291	10.2.1 施密特电路的特性	354
8.2.1 VHDL 的标识符 (Identifier)	292	10.2.2 用门电路组成的施密特电路	354
8.2.2 VHDL 的数据对象 (Data Object)	292	10.2.3 集成施密特电路	356
8.2.3 VHDL 的数据类型 (Data Type)	293	10.2.4 施密特电路的应用	357

10.3 单稳态电路	358	11.1.6 串行输入的 D/A 转换器	386
10.3.1 单稳态电路的特性	358	11.2 A/D 转换器	387
10.3.2 用门电路组成的单稳态电路	358	11.2.1 A/D 转换器的基本工作原理	387
10.3.3 集成单稳态电路	361	11.2.2 并行比较型 A/D 转换器	389
10.3.4 单稳态电路的应用	365	11.2.3 逐次渐近型 A/D 转换器	391
10.4 多谐振荡器	368	11.2.4 双积分型 A/D 转换器	391
10.4.1 用门电路组成的多谐振荡器	368	11.2.5 A/D 转换器的主要技术指标	394
10.4.2 用施密特电路构成的多谐振 荡器	370	11.2.6 串行输出的 A/D 转换器	395
10.4.3 石英晶体多谐振荡器	371	11.3 D/A 转换器和 A/D 转换器的 应用	396
10.5 555 集成定时器	372	11.3.1 D/A 转换器应用举例	396
10.5.1 集成定时器的工作原理	372	11.3.2 A/D 转换器应用举例	397
10.5.2 555 集成定时器应用举例	373	本章小结	399
本章小结	376	思考题及习题	399
思考题及习题	376	附录	401
第 11 章 数模与模数转换	381	附录 1 逻辑函数列表化简法 C 语言 源程序	401
引言	381	附录 2 国家标准图形符号简表	407
11.1 D/A 转换器	381	附录 3 英汉名词对照 (以英文字母 为序)	410
11.1.1 D/A 转换器的基本工作原理	381	主要参考文献	416
11.1.2 二进制权电阻网络 D/A 转换器	382		
11.1.3 倒 T 形电阻网络 D/A 转换器	383		
11.1.4 权电流型 D/A 转换器	384		
11.1.5 D/A 转换器的主要性能参数	385		

第1章 数字逻辑的基础知识

引言

21世纪是信息化时代，数字化是进入信息化时代的必要条件。数字化的内涵即将信息用数字0、1编码来表述，对于任意的信息传输、处理、存储均用0、1码的形式进行。

0和1两个数码用电路中的两种对立状态表示，如电压的高低、电流的大小、脉冲的有无等，基于这种原理的电路即是数字电路，它通过对电路中状态的变换，来对其代表的信息进行运算、处理、控制、变换等操作。这种电路表现出许多优点：

① 电路仅稳定工作在不连续的、特征差别大的两个对立状态下，则电路的可靠性和稳定性非常高。

② 从理论上讲，信号在处理的过程中不会产生失真。

③ 信息的传输、运算、处理和保存变得更为方便。

④ 对电路的实时控制准确有效。

⑤ 与计算机及外围电路兼容，便于利用计算机进行运算、处理和控制。

⑥ 数字电路可以很方便地级联和扩展，中、大规模数字集成电路的生产和应用都呈现出广阔的空间。

正是基于上述原因，数字电路在近年来得到长足的进步，使得电子设备的可靠性和准确性得到极大提高。

数字电路越来越广泛地应用于工业、交通、军事、广播电视等领域，近些年消费电子的发展方兴未艾，数字电路在此领域大放异彩。

本课程是许多学科的技术基础，也是相关课程的理论基础，如计算机原理、计算机网络、数字通信、数字信号处理、智能仪器及测量、现代自动控制等。

1.1 数字电路的信号

1.1.1 模拟量与数字量

自然界中存在的物理量，如海拔高度、温度、气压、质量、距离、物种数量等，各种各样，千变万化，根据各种量的变化特性，可以概括为模拟量和数字量两大类。模拟量是在时间和数值上连续变化的物理量，如海拔、温度、气压等。数字量在时间和数值上都是不连续的，或者说是离散的物理量，例如对生产线上产品的计件、物种数量的统计等。

模拟量的数字化是对模拟量分离取值的过程。例如气温，一般只按整摄氏度数记录，最小

的统计单位是“摄氏度”，而实际气温变化是连续的，所以记录气温的过程实际是对模拟量数字化的过程。

数字量有一个最小数量单位，数值的不同就是这个最小单位的整数倍不同，而小于这个最小数量单位的数值是没有意义的。例如人口统计中的最小数量单位是1人。

1.1.2 数字电路及其信号

表示数字量的信号称为数字信号，工作在数字信号下的电子电路称为数字电路。数字信号只有0和1两个数码，用电路的两个对立的状态表示这两个数码（如电压的高与低、晶体管的饱和与截止、开关的通与断等）。由于数字电路中只有0和1两个数字，所以在数字运算时采用二进制数制，与人们习惯的十进制有所不同。相对于模拟电路而言，数字电路具有误差小、抗干扰性强、精度高、容易保存等优点。

1.2 数字电路所用的数制

1.2.1 二进制数

用数字表示数量即计数，用一组数码采用一定的计数规则表示数量，即是数制。例如，日常生活中通常采用的数制是十进制，即科学计数制，基数是10，它有0、1、…、9共10个数字符号，计数的规则是“逢十进一”。即在计数过程中，一旦计数满十，就向高位进一。可以用以10为底的幂级数表达式来表示一个 n 位整数、 m 位小数的十进制数

$$\begin{aligned}(D)_{10} &= k_{n-1} \times 10^{n-1} + k_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + k_1 \times 10^1 + k_0 \times 10^0 + \\ &\quad k_{-1} \times 10^{-1} + k_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + k_{-m} \times 10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 10^i\end{aligned}\quad (1-1)$$

式中， k_i 为第 i 位的系数；10为基数； 10^i 为第 i 位的权。处在不同位的数，主要体现在权的大小不同，如十位、百位、千位等；其次是系数不同。任意一个十进制数都可按位展开，即把每一位的位权值与该位的系数相乘，然后对所有位求和。例如

$$(1234.056)_{10} = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}$$

人类文明历史上曾用过不同的计数制，如十二进制、十六进制、六十进制等，按照上述方法，可以写出任意进制（ N 进制）数的表达式

$$\begin{aligned}(D)_N &= k_{n-1} \times N^{n-1} + k_{n-2} \times N^{n-2} + \cdots + k_1 \times N^1 + k_0 \times N^0 + \\ &\quad k_{-1} \times N^{-1} + k_{-2} \times N^{-2} + \cdots + k_{-m} \times N^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times N^i\end{aligned}\quad (1-2)$$

一个 N 进制数，基数是 N ，它有0、1、…、 $N-1$ 共 N 个数字符号，以 N 为基数，计数的规则是“逢 N 进一”，可以用以 N 为底的幂级数表达式来表示一个 N 进制数。

在数字电路和计算机中，都采用二进制计数，即采用“逢二进一”的计数方法。同样，

可以用下式表示一个二进制数

$$(D)_2 = \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 2^i \quad (1-3)$$

二进制的基数是2，只有0和1两个数字符号，在数字电路和计算机中可以很方便地进行处理运算。但二进制数通常位数很多，而且与一般人们计数习惯和形式不一致，因而需将二进制数转换为十进制数，或反之，以利认识和应用，即进行数制转换。

1.2.2 十进制数和二进制数的互相转换

1. 十进制数 - 二进制数转换

十进制数转换到二进制数的过程分两步，对整数部分和小数部分分别进行转换，然后再合成得到结果。

整数部分的转换：一个十进制的整数 $(D)_{10}$ 总可以用二进制数展开，即

$$(D)_{10} = k_n 2^n + k_{n-1} 2^{n-1} + \cdots + k_1 2^1 + k_0 2^0$$

二进制数写为 $(k_n k_{n-1} \cdots k_0)_2$ 。若将 $(D)_{10}$ 除以2，则得到的商为

$$k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1$$

而余数即 k_0 ；然后，再将商数除以2，则所得余数即 k_1 ；……将每次得到的商依次除以2，取它们的余数 $k_0 \cdots k_n$ ，就可求出二进制数的每一位了。所以，十进制数整数部分转换为二进制数的过程是采用逐次除以基数2、再取余数的方法。

例 1-1 将十进制数 $(27)_{10}$ 转换成二进制数。

解：按上述连续除以2的步骤进行

2	27	商	余数
2	13	←	……1 = k_0 最低位
2	6		……1 = k_1
2	3		……0 = k_2
2	1		……1 = k_3
	0		……1 = k_4 最高位

故 $(27)_{10} = (11011)_2$ 。

小数部分的转换与整数部分的转换不同，是通过乘以基数2实现的。

若 $(D)_{10}$ 是一个十进制数的小数，对应的二进制小数为 $(0.k_{-1} k_{-2} \cdots k_{-m})_2$ ，应有

$$(D)_{10} = k_{-1} 2^{-1} + k_{-2} 2^{-2} + \cdots + k_{-m} 2^{-m}$$

如果将两边同乘以2得到

$$2(D)_{10} = k_{-1} + (k_{-2} 2^{-1} + k_{-3} 2^{-2} + \cdots + k_{-m} 2^{-m+1})$$

说明将小数 $(D)_{10}$ 乘以2后，等式右边所得乘积的整数部分即 k_{-1} ，其余为小数部分。

取出 k_{-1} ，将小数部分再乘以2又可以得到

$$k_{-2} + (k_{-3} 2^{-1} + \cdots + k_{-m} 2^{-m+2})$$

同样取出 k_{-2} ，将小数部分再乘以2，……当乘到取出 k_{-m} 后，就依次得到 $k_{-1} k_{-2} \cdots k_{-m}$ 。所

以，十进制数（小数部分）转换为二进制数的过程是采用逐次乘以基数2、再取整数的方法。

例 1-2 将十进制小数 $(0.625)_{10}$ 转换成二进制小数。

解：按上述连续乘以2的步骤进行

$$\begin{array}{r}
 0.625 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 1 \cdots \cdots \quad 1.250 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 0 \cdots \cdots \quad 0.500 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 1 \cdots \cdots \quad 1.000
 \end{array}$$

故 $(0.625)_{10} = (0.101)_2$

不是所有的十进制小数连乘2后小数部分都能达到0，有的会出现无限循环，有的可能二进制小数的位数很多，在这种情况下，转换达到一定精度的位数时舍去后面的小数即可。转换精度的确定，一般以十进制所要求的精度进行换算：二进制每4位小数相当于十进制1位小数的精度（ $1/16 \approx 1/10$ ），二进制每7位小数相当于十进制2位小数的精度（ $1/128 \approx 1/100$ ），二进制每10位小数相当于十进制3位小数的精度（ $1/1024 \approx 1/1000$ ），等等，以此类推。

例 1-3 将 $(0.4)_{10}$ 转换成二进制小数。

解：

$$\begin{array}{r}
 0.4 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 0 \cdots \cdots \quad 0.8 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 1 \cdots \cdots \quad 1.6 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 1 \cdots \cdots \quad 1.2 \\
 \times 2 \\
 \hline
 \text{取 } 0 \cdots \cdots \quad 0.4 \\
 \vdots \qquad \qquad \vdots
 \end{array}$$

以下循环，故 $(0.4)_{10} = 0.0110\cdots$ ，取所需要的位数即可。

2. 二进制数 - 十进制数转换

将一个二进制数转换成十进制数的过程很简单，只需将二进制数按位权展开相加即可。

例 1-4 将二进制数 $(11010.011)_2$ 转换成十进制数。

解：

$$\begin{aligned}
 (11010.011)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\
 &= 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 0.5 + 1 \times 0.25 + 1 \times 0.125 \\
 &= (26.375)_{10}
 \end{aligned}$$

1.2.3 八进制数和十六进制数

用二进制数表示一个数的位数会很多，书写和识别都很不方便，因而将二进制数用八进制数或十六进制数表示被广泛应用。

八进制数有 0、1、…、7 共 8 个数字符号，根据数制规律可知，3 位二进制数可表示成 1 位八进制数，因而转换时只需将二进制数的每 3 位对应转换成 1 位八进制数。带小数的二进制数转换为八进制数时，整数与小数应分别进行转换。即以小数点为基准，向左、向右每 3 位为一组（首尾不足 3 位的以 0 补足 3 位），每组对应转换成 1 位八进制数。

反过来，1 位八进制数则对应 3 位二进制数。

例 1-5 将 $(10110.01011)_2$ 转换成八进制数。

解：

$$\begin{array}{cccc} (010\ 110.\ 010\ 110)_2 & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (2\ 6.\ 2\ 6)_8 \end{array}$$

所以 $(10110.01011)_2 = (26.26)_8$ 。

十六进制数由 0、1、…、9 和 A、B、C、D、E、F 共 16 个数字组成，其中 A、…、F 分别等值于十进制数中的 10、…、15。4 位二进制数可表示为 1 位十六进制数，转换方法可参照八进制数的转换方法进行，但需将二进制数的每 4 位对应转换成 1 位十六进制数。

例 1-6 将二进制数 $(1011010.01111)_2$ 转换成十六进制数。

解： $(1011010.01111)_2 = (5A.78)_{16}$

欲将八进制数和十六进制数转换成十进制数，只需像二进制数转换时那样，按位权展开求和即可。

例 1-7 将十六进制数 $(5A.78)_{16}$ 转换成十进制数。

解： $(5A.78)_{16} = 5 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 7 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2} = (90.46875)_{10}$

十进制数直接转换成八进制数和十六进制数比较繁琐，有时计算容易出错。可以将十进制数先转换成二进制数，然后再转换为八进制数或十六进制数。

例 1-8 将 $(43.3125)_{10}$ 转换成八进制数和十六进制数。

解： $(43.3125)_{10} = (101011.0101)_2 = (53.24)_8 = (2B.5)_{16}$

1.3 数字电路常用的码制与编码

计算机可以存储和处理很多不同的信息，而实际上机器只能识别二进制码，因而要用数码来表示各种各样的信息。

用数码来表示信息的方法很多，建立这种对应关系的过程称为编码，编码所依据的不同的编码规则就称为码制。所以，数码不仅可以表示数量的不同大小，而且还能表示不同的事物。表示事物的这些数码只是事物的代号，而没有数量的含义。例如，不同的电话号码，只是区别不同的电话终端，并不表示数值大小。代替不同事物的数码称为代码。当然，数量也可以用数码来表示，但可以有不同的表示规则，甚至同一个数可以有不同的代码表示形式，因为依据的码制不同。

1.3.1 原码、反码和补码

书写一个带符号数时，可以在数的前面加上一个符号，如 +3、-0.5 等。而在计算机中

的正、负号是用数码来表示的。通常带符号数的最高位为符号位：该位为 0 表示是正数，为 1 则表示是负数。符号位后面的数码表示数值。在计算机中，带符号的二进制数通常有原码、反码和补码三种表示方法。

1. 原码

用原码表示带符号数时，只需将符号位用 0 或 1 表示即可，后面的数字不变。如有两个带符号数 $N_1 = +1100101$ 和 $N_2 = -1100101$ ，用原码表示为

$$N_1 = (01100101)_{\text{原}} \quad N_2 = (11100101)_{\text{原}}$$

原码表示方法简单，但在运算时比较麻烦（尤其是减法运算），运算过程加长，造成电路成本增加和运算速度降低。为此，可采用补码表示方法来加以改善。

2. 反码

用反码表示一个数时，正数的表示方法与原码表示方法相同；如果是负数，最高位仍为符号位，记为 1，其余各位将原数码按位取反，即 0 变成 1，1 变成 0。例如

$$N_1 = +1100101 = (01100101)_{\text{反}}$$

$$N_2 = -1100101 = (10011010)_{\text{反}}$$

3. 补码

在补码表示中，正数的表示方法也与原码表示方法相同；如果数 N 是负数，符号位仍为 1，其余各位取其对应于 2^m 的补数（数 N 的补数为 $2^m - N$ ，这里 $2^{m-1} < N \leq 2^m$ ）。由于是二进制数，求负数的补码可先将其变成反码，然后在最低位加 1 即可。例如

$$N_1 = +1100101 = (01100101)_{\text{补}}$$

$$N_2 = -1100101 = (10011011)_{\text{补}}$$

三种表示方法如表 1-1 所示。

表 1-1 原码、反码和补码的对应关系

十进制	二进制		
	原码	反码	补码
7	0111	0111	0111
6	0110	0110	0110
5	0101	0101	0101
4	0100	0100	0100
3	0011	0011	0011
2	0010	0010	0010
1	0001	0001	0001
0	0000	0000	0000
-0	1000	1111	—
-1	1001	1110	1111
-2	1010	1101	1110

续表

十进制	二进制		
	原码	反码	补码
-3	1011	1100	1101
-4	1100	1011	1100
-5	1101	1010	1011
-6	1110	1001	1010
-7	1111	1000	1001
-8	11000	10111	1000

注：各编码的第1位是符号位；补码列中的空格表示-0无编码；-8的原码和反码应扩展为5位。

原码表示方法简单，符合人们通常的计数习惯，但0的表示不是唯一的。补码的转换虽然稍微麻烦一些，但是0的表示方法是唯一的，主要是用于将减法运算变为用补码的加法来实现。

4. 小数的表示与字长

不论原码、反码或补码，都是按进位关系和整数连续排列起来的，但是当两个数进行运算（指的是定点运算）时，必须整数和小数字长分别相等，即两个数的整数位数应相同，小数的位数也应相同。如果两个数的位数不同或在运算时产生进位超出了原来的位数（称为溢出），就应增加位数（扩展位数），即增加数的字长。

扩展位数应按整数、小数分别扩展，扩展的方法如下。

(1) 正数

无论带符号和不带符号的原码、反码和补码表示的正整数，一律在高位填0补足所少的位数；正小数，一律在低位填0补足所少的位数。

(2) 原码带符号的负数

整数在符号位后的高位填0补足所少的位数，小数在低位填0补足所少的位数。

(3) 反码带符号的负数

整数在符号位后的高位填1补足所少的位数，小数在低位填1补足所少的位数。

(4) 补码带符号的负数

整数在符号位后的高位填1补足所少的位数，小数在低位填0补足所少的位数。

例1-9 写出正数7.5、4.6875的整数、小数各4位字长以及各8位字长的原码、反码和补码。

解：

4位 $(7.5)_{10}$ 原码、反码、补码全为： $(0111.1000)_2$

4位 $(4.6875)_{10}$ 原码、反码、补码全为： $(0100.1011)_2$

8位 $(7.5)_{10}$ 原码、反码、补码全为： $(00000111.10000000)_2$

8位 $(4.6875)_{10}$ 原码、反码、补码全为： $(00000100.10110000)_2$

例1-10 写出负数-7.5、-4.6875的整数、小数各4位字长以及各8位字长的原码、

反码和补码。

解：

$$\begin{array}{ll}
 \text{4位原码: } (-7.5)_{10} = (\mathbf{1111.1000})_{\text{原}} & (-4.6875)_{10} = (\mathbf{1100.1011})_{\text{原}} \\
 \text{8位原码: } (-7.5)_{10} = (\mathbf{10000111.10000000})_{\text{原}} & (-4.6875)_{10} = (\mathbf{10000100.10110000})_{\text{原}} \\
 \text{4位反码: } (-7.5)_{10} = (\mathbf{1000.0111})_{\text{反}} & (-4.6875)_{10} = (\mathbf{1011.0100})_{\text{反}} \\
 \text{8位反码: } (-7.5)_{10} = (\mathbf{11111000.01111111})_{\text{反}} & (-4.6875)_{10} = (\mathbf{11111011.01001111})_{\text{反}} \\
 \text{4位补码: } (-7.5)_{10} = (\mathbf{1000.1000})_{\text{补}} & (-4.6875)_{10} = (\mathbf{1011.0101})_{\text{补}} \\
 \text{8位补码: } (-7.5)_{10} = (\mathbf{11111000.10000000})_{\text{补}} & (-4.6875)_{10} = (\mathbf{11111011.01010000})_{\text{补}}
 \end{array}$$

例 1-11 有两个数: $N_1 = +1011000$, $N_2 = +0100110$, 计算 $N_1 - N_2$ 的值。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } N_1 - N_2 &= N_1 + (-N_2) = (+N_1)_{\text{补}} + (-N_2)_{\text{补}} \\
 &= \mathbf{01011000} + \mathbf{11011010}
 \end{aligned}$$

用竖式表示

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{01011000} \\
 + \quad \mathbf{11011010} \\
 \hline
 \boxed{\mathbf{1}} \mathbf{00110010}
 \end{array}$$

竖式结果中框内的 1 是溢出, 已超出计算所用的位数, 舍去溢出, 所得的结果是两个数差的补码 $\mathbf{00110010}$, 将结果还原为带符号数, 则

$$N_1 - N_2 = +\mathbf{0110010}$$

例 1-12 有两个数: $N_1 = +0100110$, $N_2 = +1010010$, 计算 $N_1 - N_2$ 的值。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } N_1 - N_2 &= N_1 + (-N_2) = (+N_1)_{\text{补}} + (-N_2)_{\text{补}} \\
 &= \mathbf{00100110} + \mathbf{10101110}
 \end{aligned}$$

用竖式表示

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{00100110} \\
 + \quad \mathbf{10101110} \\
 \hline
 \mathbf{11010100}
 \end{array}$$

竖式所得的结果是两个数差的补码 $\mathbf{11010100}$, 还原为带符号数, 则

$$N_1 - N_2 = -\mathbf{0101100}$$

从以上两个例子看, 用补码的加法做减法运算, 则将两个加数都变成补码连同符号一起相加, 得到的和还是补码, 运算的结果还原成带符号的数 (即减法的差)。

1.3.2 BCD 码 (二-十进制编码)

人们通常熟悉的是十进制数, 而数字电路中用的是二进制的计数方法, 为此用二进制数表示十进制数, 即采用二-十进制 (Binary Coded Decimal, BCD) 码。1 位十进制数最少要 4 位二进制数来表示, 即可以从 $\mathbf{0000}$ 、 \dots 、 $\mathbf{1111}$ 中取 10 个组合数来表示 0、1、 \dots 、9。常用的一种编码方法是取自然二进制数的前 10 个数, 称为 8421BCD 码。它是一种有权码 (也称恒权码、定权码、含权码), 即每一位的 1 代表一个固定的权, 将二进制数中所有 1 代表的数值相加就可得到相应的十进制数。这种码表示的意义明显, 转换也很方便, 因而应用最多。除了 8421 码外, 还有几种常用 BCD 码, 各有其编码特点和用途, 见表 1-2。