

数学教学艺术概论

● shu xue jiao xue
yi shu gai lun
肖柏荣 著

安徽教育出版社

肖柏荣 著

数学教学艺术概论

安徽教育出版社

数学教学艺术概论

肖柏荣 著

安徽教育出版社出版发行

(合肥市金寨路 381 号)

新华书店经销 合肥南方激光照排部照排

合肥东方红印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:6.75 字数:150000

1996年2月第1版 1996年2月第1次印刷

印数:2.000

ISBN 7-5336-1778-9/G·2314

定价:6.50 元

发现印装质量问题影响阅读,请与承印厂联系调换

前　　言

教 学是一门科学，又是一门艺术，这已成为人们的共识。然而，在相当的一段时间里，人们对教学艺术的研究与教学科学相比要逊色得多。近年来，才逐渐成为教学研究的热门领域，引起许多专家、学者和教师的研究兴趣。正是在这种诱惑下，作者产生了对数学教学艺术的理论探索的欲望，并引起对多年中学数学教学艺术追求的回忆。

数学教学艺术的理论研究具有综合性，它涉及许多相关学科。本书运用了现代教学论、教学艺术论、心理学、教育心理学、教育哲学、教学美学的研究成果，尤其是数学教学论、数学学习论、数学方法论、数学教育哲学的有关知识和理论，对数学教学艺术作理性剖析。同时，通过对许多数学名师进行教学艺术构思和教学艺术表达的实践经验，来归纳、论证数学教学艺术的理论和方

法，从而使数学教学艺术的研究从理论与实践两个方面得到丰富。可以相信，数学教学艺术的研究对于充实数学教学的理论体系及指导数学教学实践都会有十分重要的价值，它和数学教科学研究的相辅相成，必将对中学数学教学起到更加积极的推动作用。

全书共分六章。第一二章侧重对数学教学艺术的理性剖析，论述了数学教学艺术的含义、特点和研究的意义，进而探讨数学教学艺术赖以存在的科学基础：美学基础、哲学基础、心理学基础、教育学基础等；第三四五章侧重研究数学教学艺术的具体实践，包括数学教学过程的艺术，数学教学的语言、非语言与板书艺术，培养和激发学生非智力因素的艺术；第六章侧重从教学艺术创造的心理条件出发，论述了数学教师的教学艺术修养。

在成书过程中，学习了许多教学论、教学艺术、数学教育科学等方面的论著，参阅了大量的文献资料，它们对本书的撰写起了很大的启迪作用。在此，谨向有关的作者表示衷心的感谢。

由于对数学教学艺术的研究才刚刚起步，本书只是一种探索，加之自己的水平和能力所限，一定有很多疏误之处，恳请专家与广大读者不吝指正。

作 者

1994年12月于南京

目 录

第一章 概述	1
§ 1 教学的艺术因素	2
§ 2 数学教学艺术	7
§ 3 研究数学教学艺术的对象、内容、意义和方法	21
第二章 数学教学艺术的科学基础	25
§ 1 数学教学艺术的美学基础	25
§ 2 数学教学艺术的哲学基础	36
§ 3 数学教学艺术的心理学基础	46
§ 4 数学教学艺术的教育学基础	58
第三章 数学教学过程的艺术	70
§ 1 备课与设计的艺术	70
§ 2 导入与结尾的艺术	86
§ 3 启发与提问的艺术	98
§ 4 组织与管理的艺术	109
§ 5 指导数学解题活动的艺术	116
第四章 数学教学的语言、非语言与板书艺术	136
§ 1 数学教学的语言艺术	136

§ 2	数学教学中的非语言艺术	149
§ 3	数学教学中的板书艺术	156
第五章	数学学习中的非智力因素.....	166
§ 1	数学学习中的动机和兴趣	167
§ 2	数学学习中的情感和意志	181
第六章	数学教师的教学艺术修养.....	192
§ 1	不断提高数学教师的自我修养	192
§ 2	努力在数学教学实践中形成独特的 教学艺术风格	203

第一章

概 述

什么是教学？翻开中外教育史，关于它的定义可谓众说纷纭。随着学校的产生和教学的专门化，教学作为学校教育的最基本的手段，本质是指教师教和学生学的共同活动。是在教师的引导下，根据一定的教学目标，组织学生有计划有目的进行学习的过程。

教学是一门科学。这不仅因为课堂教学所传授的知识内容是人类文化和智慧的结晶，是严谨的科学。而且这种传授又是以促进年轻一代身心的全面和谐发展为目的，是以相对科学的方法进行的。作为研究教学一般规律的学科——教学论，从建立到发展正是围绕着教学论的科学化这条基本线索而展开的。教学又是一门艺术。这是因为课堂教学给予教师充分自由创作的余地，可以像美术家、音乐家那样，以独特的个性来发挥和施展自己的才能。并且这种艺术创作的成果不是被人们称颂的巨幅画卷，也不是流传百世的乐章，而是年轻一代的灵魂。由于某种历

史的原因，对教学艺术的深入研究近年来还刚刚开始，对学科教学艺术的研究更显不足。本章将通过对教学艺术的历史探索和教学艺术研究的现代发展，揭示教学的艺术因素。在此基础上，对数学教学艺术进行概述。

§ 1 教学的艺术因素

一 对教学艺术的历史探索

从教学研究的历史来看，从古代直到文艺复兴时代，教学基本上被视为一种艺术。许多中外教育家大都是从艺术的角度来论述教学的。

我国古代就有不少大教育家积累了丰富的教学艺术经验和技巧，并提出了宝贵的思想。先师孔子在长期的教学实践中创造了启发诱导，因材施教的艺术。孟子提出“教亦多术矣”，强调教学方法的多样性，这是教学的生命活力所在。墨子也是强调方法多样、善于引导的教学艺术。荀况对教学中的答问更有独到的见解。他说：“不问而告谓之傲，问一而告二谓之曠。傲，非也；曠，非也——君子如向矣。”（《荀子·劝学》）即指学生没有求知解惑的要求，教者就没有必要主动去告诉他；学生问一个问题，教者就没有必要告诉他两个问题。教者要视学生求知的程度来进行教学，否则就不会获得好的教学效果。荀子还认为回答学生提问要察言观色，善于掌握分寸，不可只凭主观热忱，盲目地进行说

教。关于教学艺术的比较早的专门系统的论述见于《学记》。《学记》对教学艺术有许多精辟的论述,例如其中关于教学语言艺术的一段精彩论述:“善歌者使人继其声,善教者使人继其志。其言也,约而达,微而臧,罕譬而喻,可谓继志矣。”意思是教学语言的艺术在于简炼而又透彻,精微而又至善,善用譬喻使人顿然明晓。再如关于启发的艺术,论说更为精妙:“君子之教喻也:道而弗牵,强而弗抑,开而弗达。”意即好的教师对学生的启发诱导是:引导学生而不牵着鼻子走,鼓励学生而不强迫他们,启发学生思考而不把答案点破,让他们自己悟出。这是充满辩证法的教学艺术。梁启超赞誉《学记》为:“乃专标诲人之术,以告天下之为人师者。”从某种意义看,《学记》是世界教育史上最早的一部教学艺术论。

我国近现代的许多教育家也都提出过教学艺术的思想。如俞子夷在《教学法的科学观和艺术观》中说:“教学法一方面要以科学做基础,一方面又不能不用艺术做方法。”^①蔡元培、陶行知、叶圣陶等也都在自己的教育、教学论著中论述过教学艺术问题。

在西方,古希腊苏格拉底(Socrates)创立的“产婆术”教学技巧,就是一种典型的教学艺术。古罗马的昆体良(M. F. Quintilianus)主张教师应因人而异地发挥自己的教学艺术。17世纪捷克大教育家夸美纽斯(J. A. Comenius)在《大教学论》的序言中写道:“大教学论是阐明把一切事物教给一切人类的全部艺术”,这是一种“教得使人感到愉快”的艺术,明确提出了教学论是一门艺术的著名论断。法国教育家卢梭(J. J. Rousseau)强调教学

^① 罗明基主编:《教学论教程》,黑龙江人民出版社1987年版,第306页。

艺术的真谛在于探索培养学生对学问的兴趣和研究学问的方法。德国教育家第斯多惠(F. A. W. Diesterweg)也认为“教学艺术不在于传授本领,而在于激励、唤醒和鼓舞”。^①俄国大教育家乌申斯基(Ушинский)在心理学、生理学、哲学的基础上研究教育及其对象——人,他得出的结论是:教学的艺术胜于科学。前苏联现代著名教育家苏霍姆林斯基(В. А. Сухомлинский)集丰富的教学经验和深厚的教学理论于一身,从理论与实践的结合上指出:“教学和教育过程有三个源泉:科学、技巧和艺术。”^②

二 教学艺术研究的现代发展

尽管中外教育家有很多关于教学是一门艺术的论述,但几十年来依然有教学是科学还是艺术的争论。1951年美国教育研究专家赫修特(G. Hight)出版《教学艺术》一书,强调教学是一门艺术,不是科学。他认为,教学主要是人与人(教师与学生、学生与学生)之间的相互交流和影响。这种交流和影响更多地赖于情感、兴趣、需要、价值等因素或过程。而这些因素或过程完全在科学把握之外的。赫修特的这种看法,引起许多教学研究专家对教学艺术研究的关注,也引来许多反对的看法。盖奇(L. Gage)即认为教学是一门科学,而不是艺术。如果把教学视作艺术,并排除对它的科学探索,就会使教学变为纯粹主观的

^① 第斯多惠:《德国教师教育指南》,见《西方资产阶级教育论著选》,人民教育出版社1964年版,第377页。

^② 苏霍姆林斯基:《和青年校长的谈话》,上海教育出版社1983年版,第10页。

动,最终陷入不可知论。由此引发了一场教学是科学还是艺术的争论。不过,后来他们都在不同程度上修正了自己的看法。另一位教学研究专家加拉赫(J. J. Gallagher)则明确提出调和观点。他认为,可以承认教学是一门艺术,但应强调教学的科学性。他将教学与外科手术相比,认为许多人之所以在外科手术过程中死去,原因之一是人们对外科手术的艺术性估计太高,而对科学性估计太低。他又指出,若把教学较多地看作只有像少数艺术家那样的人才拥有的技能或技术,必然使教学变得神秘莫测,为一般人所不能把握。所以,他认为应该把教学视为艺术与科学的结合。加拉赫的观点后来为更多的人所接受。现在越来越多的人倾向于承认教学既是一门科学,又是一门艺术,是科学与艺术的辩证统一。

近年来,教学艺术的研究有长足发展。这是因为,一方面当代科学技术的迅猛发展,导致了多学科的相互渗透。渗透的结果使科学发展呈现既高度综合、又高度分化的趋势,以至出现新的研究领域,产生新的边缘性学科。在这种情况下,必然引起教学论的巨大反应和变化。在教学中,怎样精心设计教学过程,怎样灵活多样地选择教学方法及运用教学手段,怎样科学且艺术地教学管理,怎样使教学系统优化控制,怎样优化把握和运用教学情感和教学心理,怎样既传授知识又发展学生的智力和非智力因素等等,这些问题远已超出了一般教学论的范围,需要通过对教学艺术的研究来解决。另一方面,虽然教学科学的研究取得显著成果,并有了严密的理论体系,但广大教师常感到难于完全转化为教学实践。要真正使教学科学转化为实践,还必须借助于教学艺术。目前,我国不少《教学论教程》均增添了教学艺术专章,教学艺术的专著也开始面世。研究的内容涉及教学艺术的含义

和本质、教学艺术与教学科学的关系、教学艺术的特点和功能、教学艺术论的框架和体系等诸多方面。教学艺术的研究开始出现一个新的天地。

对教学进行美学思考,从审美的角度来把握教学活动是现代教学艺术研究的一个显著特点。

艺术,是人类按照美的规律创造世界,同时也按照美的规律创造自身的实践活动^①。美是艺术之真谛,是艺术生命之源泉。人类的一切活动要想达到艺术的境地,就必须在其中融进美的创造和追求,教学活动也不例外。教学美正是教学与美学的融合,是立足于教学规律和美的规律基础上的一种创造。传统教学艺术观的局限之一就在于把教学艺术囿于教师教的狭窄范围内,认为教学艺术仅是教师个人的教学技艺或教学技巧。因此审美性也只是就教师教学的技巧而言,其表现范围十分狭窄。现代教学艺术观则以审美性为核心,以教学的整体构成为出发点,纵观教学活动的全貌。认为只有在教学领域的一切方面都表现出丰富或较丰富的审美性,才能堪称达到艺术的境地。传统教学艺术观的局限之二是只强调教师教学技巧形成的经验基础,从而导致多年来很多人都在简单地脱离教学是一门科学来谈论教学是一门艺术,甚至把它们置于对立的地位,偏见地认为教学的艺术部分只是教学中按照科学标准尚未成熟和完善的地方。如果照此推理,随着教学科学化的推进,教学科学的领地不断扩大,那么相应的教学艺术的领地必然会逐渐缩小,乃至最后遭到彻底的吞没。以审美性为现代教学艺术的核心,可以避免上述错误见解。随着科学的高速发展,教学的全面科学化终会实现。即使

① 孙美兰主编:《艺术概论》,高等教育出版社 1989 年版,第 1 页。

到了那一天,以审美性为核心的现代教学艺术依然不会消亡。恰恰相反,教学的科学化将会为教学增添更丰富的审美内容,使教学艺术放射出更夺目的光辉。它们两者的关系是:教学的科学化为教学的艺术化奠定更坚实的基础,教学艺术化是教学科学化的提炼和升华。最高的教学境界是科学化与艺术化的统一。

§ 2 数学教学艺术

数学是一门重要而应用广泛的学科,被誉为锻炼思维的体操和人类智慧王冠上最明亮的宝石。数学教学艺术的讨论应比一般的教学艺术有着更为丰富和具体的内容。笔者不打算肤浅地停留在作简单的三段论推理上,而准备从数学与数学教学的特点出发,对数学教学艺术的含义、本质与特点作进一步阐述。

一 数学的艺术

数学是什么?恩格斯曾经说过:“数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。”这一经典性的概括距今已有 100 多年,20 世纪数学的蓬勃发展引起了数学家们对上述定义的讨论。有些数学家仍认为数学是一种科学,只要对“空间形式”和“数量关系”作广义的理解,恩格斯的答案大体上还是恰当的。有些数学家认为数学是一种文化,这是由于数学对象与文化对象一样,并非物质世界中的真实存在,而是抽象思维的产物。还有些数学家认为数学是一种艺术,与音乐相类似,可看成人类思维

的自由创造。远在古希腊的毕达哥拉斯(Pythagoras)学派就认为：数学和音乐能净化人的灵魂。19世纪数学家西尔维斯特(J. J. Shlvester)曾大声疾呼：“音乐可否看作感觉的数学，数学可否看作推理的音乐？它们的实质一样！”^①他还说：“的确，现在应该承认关于数学是自由艺术之一员的断言是完全合适的。看来整个美学可以认为是具有四个中心的构架，这些中心可以看作是四面体的顶点，它们就是史诗、音乐、造形和数学。”^②

从数学哲学角度讨论数学的本质，应立足于对数学特点的定性分析。

关于数学的特点，我国学者从50年代以来借鉴前苏联学者的有关论著表述为高度的抽象性、体系的严谨性和应用的广泛性。近年来，虽有质疑提出，一般还是认为这种表述较好地反映了数学的本质特征。

抽象性并非数学所特有，但数学抽象有其自身的特殊性。数学是从量的方面反映客观现实的。这就是说，在数学抽象中我们仅保留了事物的量的特征，而完全舍弃了它们的质的内容。这种特殊的抽象内容正是数学抽象与其它科学中的抽象的一个重要区别。正如恩格斯所说：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。这些材料以极度抽象的形式出现，这只能在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。但是，为了能够从纯粹的状态中研究这些形式和关系，必须使它们完全脱离自己的内容，把内容作为无关紧要的东西放在一边；这

① [美]H·伊夫斯著，欧阳绎译：《数学史概论》，山西经济出版社1986年版，第373页。

② J. N. Kapur著：《数学家谈数学本质》，北京大学出版社1989年版，第24页。

样,我们就得到了没有长宽高的点、没有厚度和宽度的线、 a 和 b 与 x 和 y ,即常数和变数;只是在最后才得到悟性的自由创造物和想象物,即虚数。”^①

数学抽象与其它科学中的抽象的另一重要区别是数学的抽象程度要远远超出其它科学中的一般抽象。其它科学的概念都有现实世界中存在的直接原型,而数学中有许多概念并非建立在对真实事物或现实的直接抽象之上,而是较为间接的抽象的结果,亦即是在抽象基础上的再抽象。例如,物理中的匀速运动、简谐振动都是从现实原型直接抽象得到的,而数学中的一次函数概念则是在上述抽象基础上的再抽象。另外,数学中还有一些概念(如虚数)与真实世界的距离是更为遥远,以致被称作“自由创造物和想象物”。正是这些“远离自然界的,从人的脑子中源源不断地涌现出来的概念”逐渐取代了“具有明显直观意义”的对象在现代数学的地位,数学有时被誉为“创造性的艺术”。

数学抽象的特殊性还在于它的特殊方法。在数学研究中,无论所涉及的对象是否具有明显的直观意义,都只能依靠相应的定义去进行演绎推理,而不能求助于直观。因此,数学抽象事实上是一种“构造性”的活动(称“逻辑建构”)。这就是说,数学对象是通过逻辑建构得到构造的。有的数学家选用了“模式”的概念,把数学的研究对象称为“量化模式”,把数学定义为是对量化模式的建构与研究。这种模式论的观点为思维的创造性活动提供了极大的自由性。博歇(M. Bocher)正是从数学家的活动是创造性的活动出发,把数学看作一门艺术。他说:“我几乎更喜欢把数学看作艺术,然后才是科学,因为数学家的活动是不断创造的,

① 引自《马克思恩格斯选集》,人民出版社 1972 年版,第三卷,第 77 页。

它虽不被感官的外界所控制,却和艺术家,例如画家的活动相似,我相信这不是幻想出来的,而是真实情况。数学家的严格演绎推理在这里可以比作画家的绘画技巧,就如同不具备一定的技巧就成不了好画家一样,不具备一定准确程度的推理能力就成不了数学家。”^①

数学体系的严谨性,主要是指数学的证明过程要求从一些初始概念和命题(公理)出发,按照一定的逻辑规则,推演出所有的命题来。任何一个命题的证明都只能以初始概念与公理、已证得的定理为依据,每个定理最终地在数学中成立是在进行了严格的逻辑证明之后,并且这对每一个懂得有关理论的人来说,都是确定无疑和无可争辩的。哈代(G. Hardy)把数学中的定理、公式等称为“数学艺术造型”,这种数学艺术造型是由概念塑造的(概念便是雕塑材料),是由数学家创造性地运用雕塑技法(主要是逻辑)加工而成的。因此,他认为“数学家跟画家或诗人一样,也是艺术家”。^②

如上所说,数学结论的正确是建立在严格的演绎证明的基础之上。但是,这些结论是怎样被发现的?一般地说,数学发现中既包含有直觉的成分,又包含有逻辑的成分;即既是一种无意识的、非逻辑的思维活动,又是一种自觉的、逻辑的思维活动。因此,有的数学教育家、方法论专家对“严谨性”这一特点提出质疑,认为这既不符合数学发展的历史过程,也不符合学生的学习过程。一个人的数学思维,有宏观和微观两个方面。宏观上,数学思维乃是生动活泼的策略创造,其中包括经验归纳、类比联

① 《数学家谈数学本质》,第186页。

② 许康、周复兴编著:《数学与美》,四川教育出版社1991年版,第111页。