



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

工业过程辨识与控制

李少远 蔡文剑 编著



化学工业出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

工业过程辨识与控制

李少远 蔡文剑 编著

普通高等教育“十一五”国家级规划教材



化学工业出版社

·北京·

“过程控制”是自动化专业本科生和控制科学与工程学科研究生重要的专业课，本书针对工业过程系统在辨识与控制方面对现有控制理论和方法提出的要求，重点介绍国内外近年来的进展和作者在这方面的研究工作，书中包括了作者及其研究生们在过程控制领域中的部分科研成果。

本书着重将控制理论中辨识、控制、优化的方法与过程系统的特点有机结合，大部分大型复杂工业过程事实上都是多输入多输出（MIMO）系统，在现有的多变量控制技术当中，许多先进的控制算法如预测控制等都需要已知过程的传递函数矩阵或者整个工作频率范围内频率响应矩阵的完整模型。在许多情况下，这一模型是未知的，并且物理建模所需的代价非常高昂。因此，实用有效的过程完整模型估计方法引起控制界的广泛兴趣，并且近几十年来一直是控制工程中一个积极的研究领域。本书介绍了无论从过程控制理论方面还是过程系统工业应用方面都十分需要的研究内容和方法，书中有几章内容是作者最近得到的结果，如多变量系统在闭环条件下的辨识、多变量系统的配对与结构设计以及过程控制系统的性能评估等，引起同行们的广泛关注与引用。

本书适合高等院校自动化、计算机控制等专业的本科生和控制科学与工程学科的研究生教学使用，亦可供有关科技人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

工业过程辨识与控制/李少远，蔡文剑编著. —北京：化学工业出版社，2010.12

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
ISBN 978-7-122-10043-6

I. 工… II. ①李… ②蔡… III. ①工业-过程控制-高等学校-教材 IV. TB114.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 236102 号

责任编辑：郝英华
责任校对：周梦华

装帧设计：史利平

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）
印 装：三河市延风印装厂
787mm×1092mm 1/16 印张 16 1/4 字数 401 千字 2010 年 12 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686） 售后服务：010-64518899
网 址：<http://www.cip.com.cn>
凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定 价：36.00 元

版权所有 违者必究

前　　言

在“自动控制理论”课程中学到的系统建模与控制的理论方法如何应用到实际系统中，是自动化专业的本科生和控制科学与工程学科的研究生经常感到比较棘手的问题。“过程控制”是一门与实际工业过程控制系统联系十分密切的课程，控制理论中阐述过的这些方法在应用于实际系统中需要考虑的问题是过程控制这门课程的主要任务。

本书着重叙述如何利用控制理论的方法分析设计实际工业过程系统的问题，共有 14 章内容，分为四部分。第一部分为第 1~4 章，主要介绍过程控制系统的动态特性和系统结构，包括 PID 控制器的结构形式、控制系统分析的主要方法、过程控制系统动态特性以及串联、前馈等基本的过程系统结构。第二部分为第 5~9 章，主要从过程控制系统实际应用的角度，分别讲述单变量和多变量系统通过能够被工业现场操作容许的继电反馈和阶跃测试进行系统辨识的方法，特别是作者最近提出的对多变量系统通过阶跃测试进行结构化辨识的方法，这一方法已引起同行的关注和引用。第三部分为第 10~12 章，主要分析了对于多变量控制系统进行输入/输出配对分析、耦合性分析及分散控制器设计的方法与系统稳定性的分析。第四部分为第 13、14 章，主要是对于在线运行的过程控制系统进行性能评估，以及实际过程控制系统的构成，包括传感器、执行机构的选型等内容。

本书在写作上特别注意了控制理论中的分析方法在解决实际过程控制系统设计上的作用，并结合大量的实际过程控制系统实例进行描述，具有较好的工程背景，便于读者对控制理论方法实用性的认识和对实际问题的理解。

本书作者李少远两次到新加坡进行访问，与南洋理工大学的蔡文剑博士在过程控制方面进行了合作研究，书中部分得到的最新结果来自作者所指导的研究生沈玉玲、梅华等的学位论文，整书由李少远完成初稿，经过多次讨论修改完成定稿。在完成本书写作过程中，得到了国家自然科学基金（60774015, 60825302）和国家 863 计划项目（2007AA041403, 2009AA04Z162）以及上海市曙光学者和学科带头人等项目经费上的支持，在此深表感谢！

由于作者水平有限，书中纰漏在所难免，恳请广大读者批评指正。

作　者
2010 年金秋

目 录

1 过程控制的基本概念	1
1.1 工业过程控制系统	1
1.2 PID 控制	3
1.2.1 比例作用	3
1.2.2 积分作用	4
1.2.3 微分作用	5
1.2.4 闭环系统的稳定性	6
1.3 控制器设计的时域方法	11
1.4 控制器设计的频域方法	13
1.4.1 基于频域响应-稳态增益的控制器设计	13
1.4.2 采用频域响应判据设计控制器	14
习题与思考题	17
2 高级过程控制	18
2.1 高级过程控制系统结构	18
2.1.1 直接合成	18
2.1.2 内模控制近似模型调整规律	19
2.2 过程控制系统的积分饱和现象和抗饱和方案	20
2.2.1 输入受限	21
2.2.2 反馈补偿	21
2.2.3 可实现参考值	24
2.2.4 条件积分	25
2.3 先进 PID 控制器参数调整	26
2.3.1 图表法	26
2.3.2 两点法	27
2.3.3 面积法	27
2.4 继电器反馈	28
习题与思考题	31
3 复杂动态系统的控制器设计	32
3.1 复杂过程动态特性	32
3.2 时间延迟系统的控制	34
3.2.1 常规反馈控制器设计	35
3.2.2 Smith 预估器	37
3.2.3 改进的 Smith 预估器	39
3.3 负响应系统	39
3.3.1 负响应系统的控制	41
3.3.2 负响应补偿	43
3.4 开环不稳定系统	46
3.4.1 控制系统设计的难点	46
3.4.2 两步法设计	47
习题与思考题	49
4 复杂控制系统	50
4.1 基本概念	50
4.2 串级控制系统	51
4.2.1 串级控制的基本原理	53
4.2.2 串级控制器参数调整	54
4.2.3 串级控制系统的防积分饱和	56
4.3 前馈控制	56
4.3.1 前馈控制器的设计	57
4.3.2 实际中需要注意的事项	59
4.3.3 反馈/前馈控制	59
4.4 比值控制	60
4.5 单个输入控制多个输出	62
4.6 多个输入控制单个输出	63
4.7 推断控制	64
4.7.1 反馈控制方法	65
4.7.2 串级控制	66
4.7.3 基于估计器的控制	66
4.7.4 推断控制	67
习题与思考题	69

5 工业过程系统的经验建模与辨识	70
5.1 基础概念	70
5.1.1 过程辨识的基本定义	70
5.1.2 经验建模的原则	71
5.2 最小二乘法	74
5.2.1 线性方法	74
5.2.2 线性化模型	77
5.2.3 加权最小二乘法	78
5.2.4 递推最小二乘法	78
5.2.5 指数型遗忘最小二乘法	79
5.3 傅里叶理论	80
5.3.1 傅里叶变换	80
5.3.2 傅里叶变换的性质	81
5.3.3 离散傅里叶变换 (DFT)	84
5.3.4 快速傅里叶变换 (FFT)	84
5.4 描述函数	84
5.4.1 基本概念	84
5.4.2 描述函数估计	85
5.4.3 典型的非线性环节	85
5.4.4 极限环	89
习题与思考题	89
6 基于阶跃响应的参数辨识	90
6.1 阶跃响应辨识的基本概念	90
6.2 开环阶跃测试的典型方法	90
6.2.1 LOG 方法	91
6.2.2 两点法	91
6.2.3 面积法	92
6.3 用于开环回路测试的最小二乘法	94
6.4 经典的闭环回路阶跃测试	96
6.5 系统在 PID 控制下的最小二乘法	97
6.5.1 问题描述	97
6.5.2 递归求解	99
6.5.3 传递函数模型辨识	100
6.5.4 应用和仿真实例	101
习题与思考题	103
7 基于继电测试的参数辨识	104
7.1 继电反馈的基本原理	104
7.1.1 产生稳定的振荡	104
7.1.2 估计传递函数	106
7.1.3 傅里叶变换法	108
7.2 改进的继电反馈测试	108
7.2.1 不对称的开关反馈	108
7.2.2 带磁滞的开关	111
7.2.3 带滞后的磁滞的实现	112
7.2.4 不对称磁滞开关	113
7.3 非传统的继电反馈方法	114
7.3.1 带积分的开关反馈	114
7.3.2 双开关测试	116
7.3.3 开关加阶跃	118
习题与思考题	118
8 基于脉冲响应的参数辨识	120
8.1 脉冲响应辨识	120
8.1.1 基本原理	120
8.1.2 一般理论	121
8.1.3 简单模型形式的辨识	122
8.1.4 从实验数据中获得矩	124
8.1.5 从其他响应中得到脉冲响应数据	126
8.2 基于脉冲响应的频率辨识	127
8.2.1 频率响应	127
8.2.2 频谱	129
8.3 用于自调节过程的辨识	130
8.4 仿真实例	132
习题与思考题	134
9 多变量过程系统的参数辨识	135
9.1 多变量系统辨识的基础概念	135
9.2 TITO 过程闭环阶跃测试	136
9.2.1 分散辨识	136
9.2.2 时域辨识	139
9.2.3 频域辨识	140
9.3 一般 MIMO 过程的辨识	142
9.3.1 测试过程和一般公式	142
9.3.2 解耦辨识系统	145
9.4 不对称双边脉冲辨识	147
9.5 仿真举例	149
习题与思考题	154

10 多变量系统控制基础知识	155
10.1 基本概念	155
10.1.1 输入/输出配对	155
10.1.2 相互关联	156
10.1.3 操作窗口	156
10.1.4 能控性与能观测性	157
10.2 多变量过程模型	158
10.2.1 状态空间模型形式	158
10.2.2 传递函数模型形式	159
10.2.3 两种模型之间的关系	159
10.3 开环分析	160
10.3.1 解析解	160
10.3.2 稳定性	161
10.3.3 开环传递函数分析	163
10.3.4 奇异性-奇异值	164
10.3.5 动态分析	165
10.4 闭环动态分析	167
10.4.1 多变量方框图	167
10.4.2 闭环传递函数	168
10.4.3 闭环暂态响应	168
10.4.4 闭环稳定性	168
习题与思考题	169
11 多变量系统的耦合性分析	170
11.1 预备知识	170
11.1.1 控制回路耦合性的测度	170
11.1.2 基于耦合分析的回路配对	171
11.2 相对增益序列 (RGA)	172
11.2.1 RGA 的性质	172
11.2.2 由第一原理计算 RGA	172
11.2.3 计算 RGA 的矩阵方法	173
11.3 利用 RGA 进行回路配对	175
11.3.1 RGA 元素的说明	175
11.3.2 基本配对规则	175
11.4 附加规则	176
11.4.1 Niederlinski 定理	176
11.4.2 Niederlinski 配对规则	177
11.4.3 Jacobi 特征值判据	177
11.4.4 回路配对规则的应用	178
11.5 其他系统的配对	179
11.5.1 非线性系统的回路配对	179
11.5.2 带积分环节的系统回路配对	182
11.5.3 非方系统的回路配对	182
11.5.4 时间解耦	184
11.5.5 无过程模型的回路配对	185
11.6 相对干扰增益	186
习题与思考题	188
12 MIMO 过程分散控制	189
12.1 预备知识	189
12.1.1 一般概念	189
12.1.2 两入两出系统	190
12.2 经典的多回路控制器设计	192
12.2.1 采用试凑-误差法设计多回路控制器	193
12.2.2 采用最优化方法设计多回路控制器	193
12.2.3 采用 RGA 失调因子法设计多回路控制器	193
12.3 基于回路分解的控制器设计	197
12.3.1 结构分解	197
12.3.2 增益裕度和相角裕度设计	198
12.3.3 仿真实例	199
12.4 基于 Nyquist 稳定性判据设计	201
12.4.1 分散控制系统稳定性分析	201
12.4.2 分散系统的稳定域	203
12.4.3 仿真实例	204
习题与思考题	206
13 控制系统的性能评估与监控	207
13.1 概述	207
13.2 数学基础知识	208
13.2.1 统计学	208
13.2.2 变量的标度化	210
13.2.3 多元线性回归 (MLR)	211
13.2.4 正态分布	211
13.3 性能监测	212
13.3.1 极限测试	212
13.3.2 性能参数的计算	214
13.3.3 \bar{x} (斯华特) 控制图	215

13.3.4 <i>s</i> 控制图	216	13.4.3 CUSUM 控制图	220
13.4 统计过程控制	218	13.4.4 EWMA 控制图	221
13.4.1 质量过程控制的理论基础	218	习题与思考题	224
13.4.2 点图测验和西部电气规则	219		
14 控制系统的构成			225
14.1 概述	225	14.3.1 选择标准	235
14.2 传感器	226	14.3.2 阀门的主要特性	237
14.2.1 选择标准	226	14.3.3 阀门的选择和安装	239
14.2.2 温度传感器	227	14.4 控制信号的传输	241
14.2.3 流量传感器	228	14.4.1 概述	241
14.2.4 压力传感器	231	14.4.2 模拟信号传输	243
14.2.5 液位传感器	233	14.4.3 数字通信	246
14.2.6 在线分析仪	234	习题与思考题	248
14.3 执行器	235		
参考文献			249

1 过程控制的基本概念

1.1 工业过程控制系统

在过程控制系统中，被控对象是工业生产过程中的各种装置和设备，例如换热器、蒸汽锅炉、精馏塔、反应器等。被控量通常是指温度、压力、流量、液位、成分和物性六类参数的控制，被控对象内部所进行的物理、化学过程可以是多种多样的，但从控制系统构成和完成的目标观点来看，它们在本质上有着许多共同点。

【例 1.1】换热器温度控制。

图 1.1 表明了过程中的各种组件和控制回路，可以采用图 1.2 所示方框图来表示。

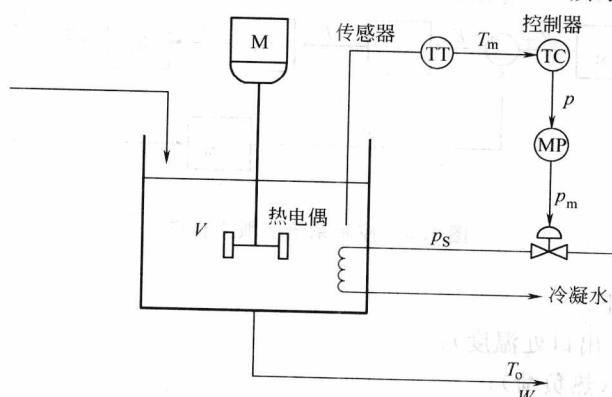


图 1.1 换热器控制框图

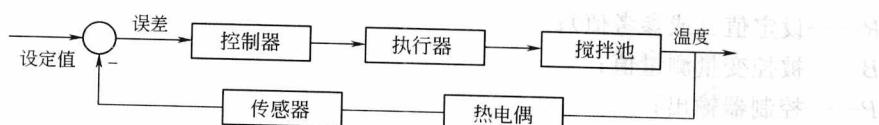


图 1.2 换热器控制系统方框图

【例 1.2】加热器的温度控制（见图 1.3）。

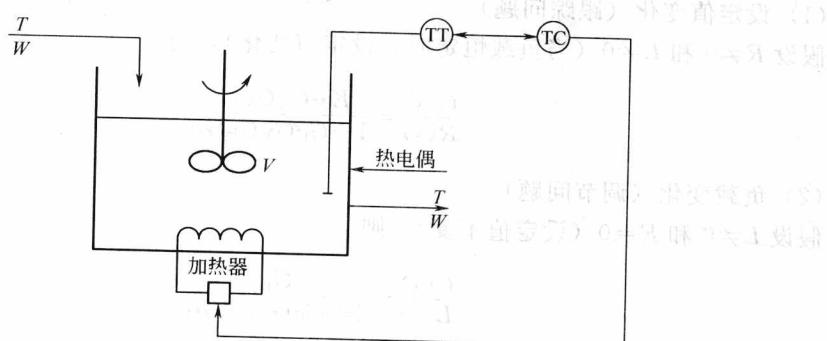


图 1.3 加热器

其控制系统的方框图可表示为图 1.4。

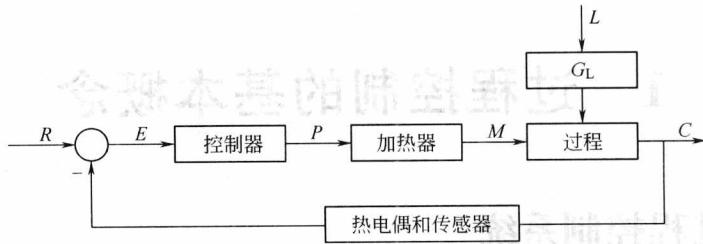


图 1.4 加热器控制系统方框图

通常采用传递函数形式表示系统变量之间的关系，以便于分析控制系统的性能指标（见图 1.5）。

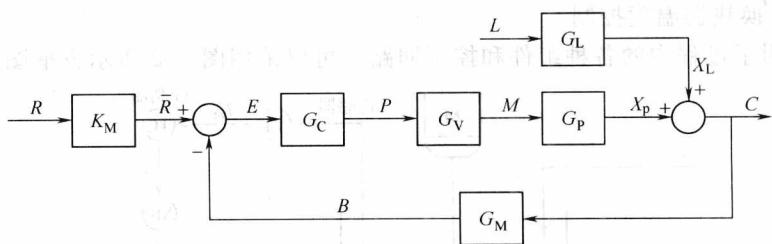


图 1.5 控制系统一般方框图

方框图中符号定义如下。

C ——控制变量（出口处温度）；

M ——控制变量（热负荷）；

L ——干扰（或负载变量），内部温度；

R ——设定值（或参考值）；

B ——被控变量测量值；

P ——控制器输出；

E ——误差信号， $E=R-B$ 。

系统的闭环传递函数可描述如下。

(1) 设定值变化（跟踪问题）

假设 $R \neq 0$ 和 $L \neq 0$ （当负载恒定时，设定值变化），则

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_M G_C G_V G_P}{1 + G_C G_V G_P G_M} \quad (1.1)$$

(2) 负载变化（调节问题）

假设 $L \neq 0$ 和 $R=0$ （设定值不变），则

$$\frac{C(s)}{L(s)} = \frac{G_L}{1 + G_C G_V G_P G_M} \quad (1.2)$$

上述符号 C/L 和 C/R 的分母相同。

1.2 PID 控制

PID 控制器结构简单，易于操作，广泛应用于石油、制药、食品、化工、航空和半导体等工业过程，并具有较好的鲁棒性，对过程参数和干扰的变化不敏感。据统计，在过程控制领域中大约 90% 的控制回路都采用 PID 控制。系统控制框图如图 1.6 所示。

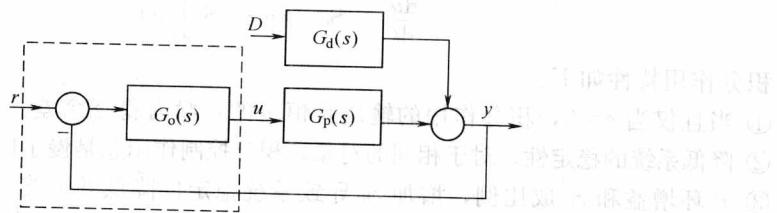


图 1.6 控制系统结构框图

定义

$$e \triangleq r - y \quad (1.3)$$

1.2.1 比例作用

控制器的输出 u 与误差信号 e 成比例关系，即

$$u = K_C e = \frac{1}{\delta} e \quad (1.4)$$

其中， δ 称为比例带。

P 控制的特性是有稳态余差。

【例 1.3】 如图 1.7 所示的换热器的温度控制系统，传感器 θ_T 检测热水温度 θ ，然后送给温度控制器 θ_C 。通过调节蒸汽阀来保持热水出口的温度恒定。换热器的负荷为热水的流量 Q 和出口处温度 θ 。采用比例控制，蒸汽阀的开度作为控制器的输出。

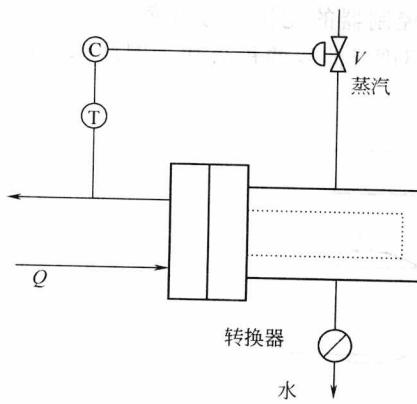


图 1.7 换热器系统

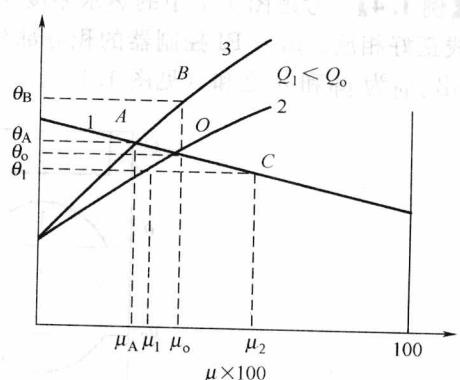


图 1.8 热水温度与蒸汽阀开度的关系

在图 1.8 中，斜线 1 表示比例控制的静态特性，热水温度越高，蒸汽阀的开度越小。没有控制作用时，热水温度和蒸汽阀呈现不同关系，斜线 2 和斜线 3 分别表示不同蒸汽流量时换热器的静态特性。

O 点是初始稳定点，蒸汽流量为 Q_0 ，热水温度为 θ_0 ，阀门开度为 μ_0 。如果蒸汽流量减少到 Q_1 ，通过调节阀门开度将达到新的稳定点 A 。但采用比例控制时，必须有一个偏差量 $\theta_A - \theta_0$ 存在，才能使蒸汽阀开大而保持热量平衡，因此，必定造成热水温度余差。即使存在温度余差，控制效果也优于无控制作用，由图中看出此时热水温度为 θ_B 。

1.2.2 积分作用

在积分作用中，控制器的输出变化率和误差 e 成正比。

$$\frac{du}{dt} = S_0 e \Rightarrow u = S_0 \int_0^t e dt \quad (1.5)$$

积分作用特性如下。

- ① 当且仅当 $e=0$ ，积分作用的输出是恒定的，没有稳态余差。
- ② 降低系统的稳定性。对于相同的对象，积分控制作用总是慢于比例控制。
- ③ 开环增益和 S_0 成比例，增加 S_0 导致系统稳定性降低并最终不稳定。

比例积分控制结合两者的优势，比例控制提高系统的响应时间以及减少干扰，积分控制消除稳态余差。如图 1.9 所示。

$$u = K_C e + S_0 \int_0^t e dt = \frac{1}{\delta} \left(e + \frac{1}{T_I} \int_0^t e dt \right) \quad (1.6)$$

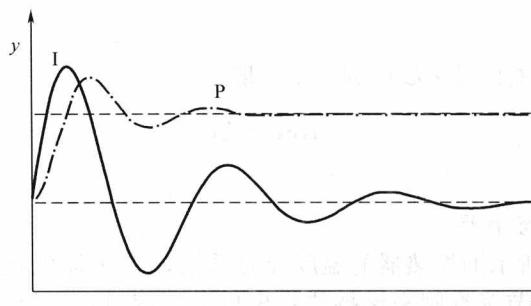


图 1.9 表示当换热器的热水流量阶跃变化时的调节作用

【例 1.4】 考虑图 1.7 中的热水温度 θ ， μ_P 为 PI 控制器的比例部分（蒸汽阀），与温度 θ 曲线正好相反。 μ_I 为 PI 控制器的积分部分，也就是温度 θ 曲线的积分和。因此蒸汽阀的全部输出 μ_{PI} 为 μ_P 和 μ_I 之和（见图 1.10）。

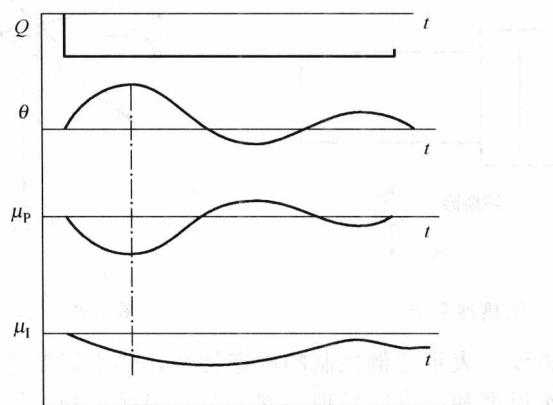


图 1.10 比例和积分作用

1.2.3 微分作用

控制器的输出与误差的变化率成比例。

$$u = S_2 \frac{de}{dt} \quad (1.7)$$

微分控制作用不能单独使用。因为任何控制器都存在死区，当偏差存在且变化很小时，基本上没有微分作用，这样将导致误差的累加。微分作用只能起辅助的控制作用，可以与其他控制作用构成 PD 或 PID 控制器。

PD 控制如下。

$$u = K_C e + S_2 \frac{de}{dt} = K_C \left(e + T_D \frac{de}{dt} \right) = \frac{1}{\delta} \left(e + T_D \frac{de}{dt} \right) \quad (1.8)$$

PD 控制的特性如下。

- ① 稳态时， $de/dt=0$ ，PD 控制存在稳态误差。
- ② 积分作用减少振荡，因此增加系统稳定性。
- ③ 引入积分作用能增加开环增益，因此，提高系统的响应速度。
- ④ 对干扰较为敏感。

微分时间 T_D 可以通过一个斜坡输入响应来定义。

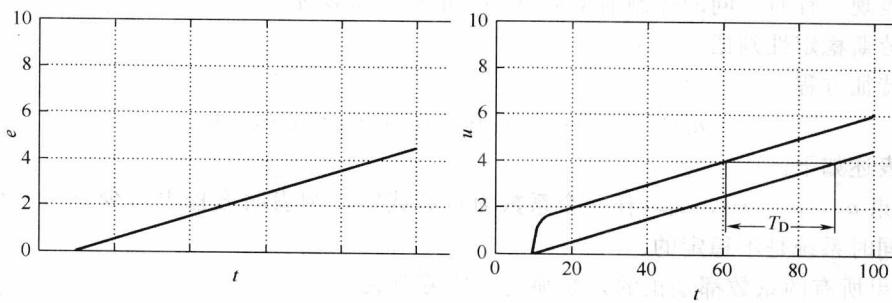


图 1.11 PID 控制的作用

T_D 必须仔细选择。增加微分时间将增加系统的稳定性，然而，当 T_D 的值超过一定的范围，系统将变得不稳定。

PID 控制如下。

$$\begin{aligned} u &= K_C e + S_0 \int_0^t e dt + S_2 \frac{de}{dt} = K_C \left(e + \frac{1}{T_1} \int_0^t e dt + T_D \frac{de}{dt} \right) \\ &= \frac{1}{\delta} \left(e + \frac{1}{T_1} \int_0^t e dt + T_D \frac{de}{dt} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

图 1.11 所示为 PID 控制的作用。

设计 PID 控制器的一般规律如下。

- ① 如果系统有时延并且时间常数较大，采用微分控制。假设系统允许稳态余差则采用 PD 控制，否则采用 PID 控制。
- ② PI 控制一般适用于系统时间常数较小，有小的扰动，同时不允许有稳态余差。
- ③ 比例控制适用于系统时间常数较小，有小的扰动，但允许有稳态余差。
- ④ 如果系统时间常数较大，有大的时延和扰动，往往采用更高级的控制方案。

1.2.4 闭环系统的稳定性

用劳斯判据 判定系统稳定性

对于式(1.1) 系统的特征方程

$$1 + G_C G_V G_P G_M = 0 \quad (1.10)$$

左半平面由闭环传递函数的分母部分组成。特征方程 $(s - p_i)$ 的根决定响应的类型。图 1.12 示出控制系统稳定区域。

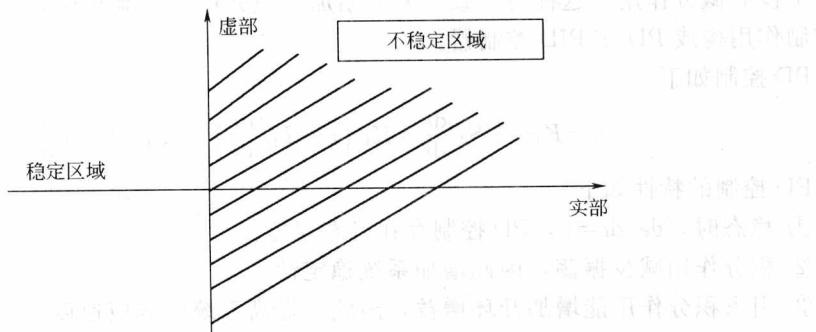


图 1.12 控制系统稳定区域

典型表现（针对不同的控制器增益 K_C ）如图 1.13 所示。

(1) 劳斯稳定性判据

对于特征方程

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0, \quad a_n > 0$$

劳斯判据表述如下。

① 如果 a_0, a_1, \dots, a_{n-1} 任一个系数为负数或零，则表明方程中至少有一个根位于右半平面，同时系统是不稳定的。

② 如果所有的系数都是正的，必须先构造劳斯表。

列	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots
1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots
2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots
3	b_1	b_2	b_3	\dots
4	c_1	c_2	\dots	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
$n+1$	d_1			

当第一列所有的系数都为正时，系统是稳定的。劳斯表的前两行由特征方程的系数组成，从第 3 行开始按照下列方法计算表中的系数。

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} \quad b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} \quad \dots$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1} \quad c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1} \quad \dots$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

整个表格共 $n+1$ 行， n 为特征方程的阶数。

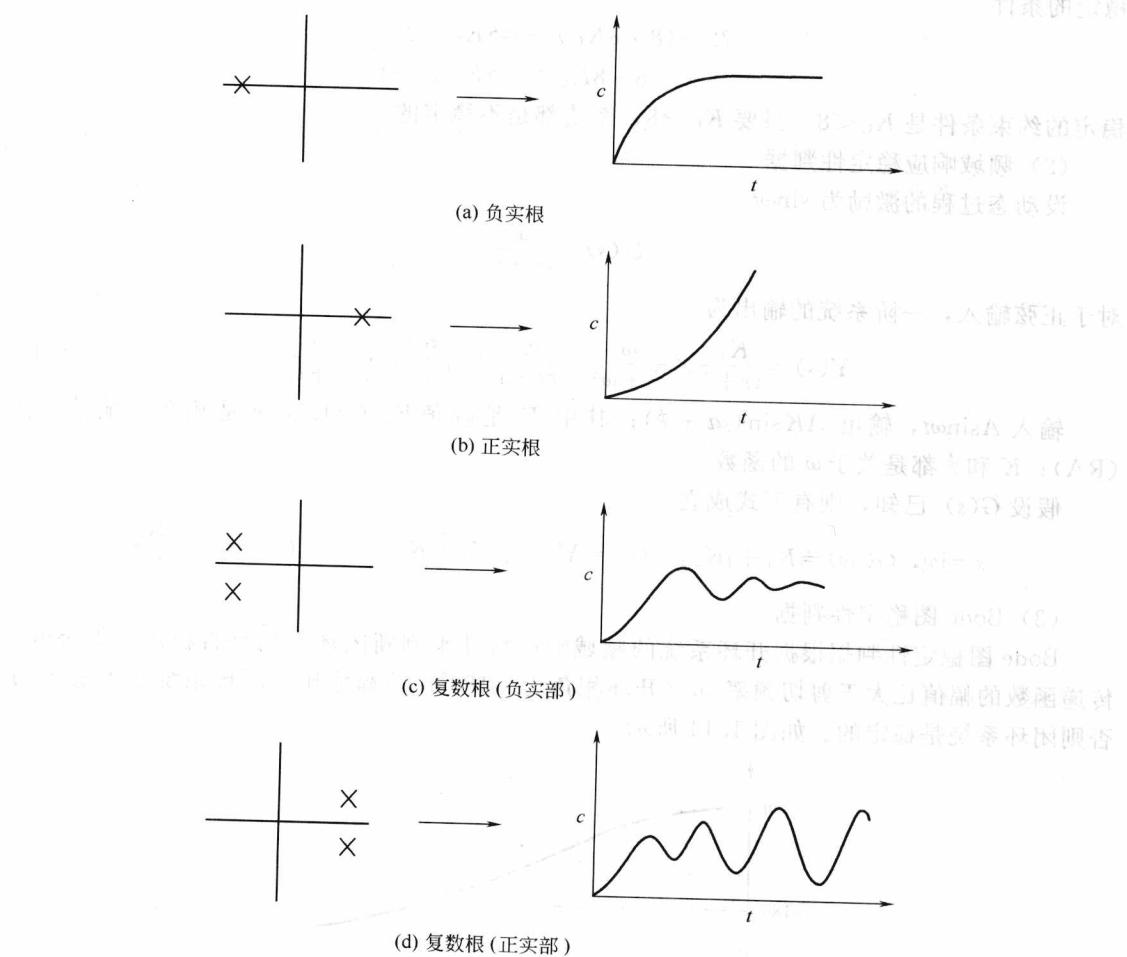


图 1.13 特征方程根对闭环系统响应的影响

【例 1.5】劳斯判据的应用

特征方程 $G_P = G_L = \frac{8}{(s+2)^3}$, $G_V = G_M = 1$, $G_C = K_C$

$$\frac{Y(s)}{L(s)} \Rightarrow 1 + G_C G_V G_P G_M = 0$$

$$1 + \frac{8K_C}{(s+2)^3} = 0$$

$$(s+2)^3 + 8K_C = 0$$

$$s^3 + 6s^2 + 12s + 8 + 8K_C = 0$$

劳斯表

1	12	0
6	$8 + 8K_C$	0
$\frac{6 \times 12 - 1 \times 8 + 8K_C}{6}$	0	0
$8 + 8K_C$	0	0

稳定的条件

$$72 - (8 + 8K_C) > 0 \Rightarrow K_C < 8$$

$$8 + 8K_C > 0 \Rightarrow K_C > -1$$

稳定的约束条件是 $K_C < 8$ 。只要 $K_C \geq 8$, 系统都是不稳定的。

(2) 频域响应稳定性判据

设动态过程的激励为 $\sin\omega t$ 。

$$U(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega} \quad (1.11)$$

对于正弦输入, 一阶系统的输出为

$$Y(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1} \times \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} = \frac{\alpha_0}{\tau s + 1} + \frac{\alpha_1 s}{s^2 + \omega^2} + \frac{\alpha_2}{s^2 + \omega^2} \quad (1.12)$$

输入 $A \sin\omega t$, 输出 $A K \sin(\omega t + \phi)$; 其中 K 是幅值比 (AR), ϕ 是相角, 响应相角 (RA); K 和 ϕ 都是关于 ω 的函数。

假设 $G(s)$ 已知, 则有下式成立。

$$s = j\omega, G(j\omega) = K_1 + jK_2, |G| = AR = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}, \phi = \angle G = \arctan \frac{K_2}{K_1}$$

(3) Bode 图稳定性判据

Bode 图稳定性判据根据开环系统的频域响应特性来判断闭环系统是否稳定。如果开环传递函数的幅值比大于剪切频率 ω_c (开环相角为 -180°) 的幅值比, 闭环系统是不稳定的, 否则闭环系统是稳定的。如图 1.14 所示。

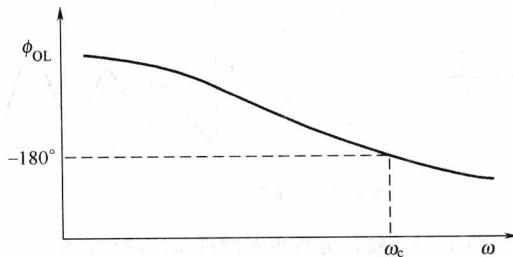


图 1.14 频率特性

以下通过 Bode 图解释频率响应。

在对数坐标图标出 $\lg |G|$ 和 $\phi_{|G|}$, 如图 1.15 和图 1.16 所示。对于传递函数 $G = G_1 G_2 G_3$, 有

$$|G| = |G_1| |G_2| |G_3|$$

$$\lg |G| = \lg |G_1| + \lg |G_2| + \lg |G_3|$$

$$\angle G = \angle G_1 + \angle G_2 + \angle G_3$$

对于传递函数 $G = G_2 / G_1$, 有

$$\lg |G| = \lg |G_1| - \lg |G_2|, \angle G = \angle G_1 - \angle G_2$$

【例 1.6】 设系统传递函数如下。

$$G_P(s) = \frac{2}{(0.5s + 1)^3}$$

其中 $G_V = 0.1$, $G_M = 10$, 采用比例控制, 试判断 $K_C = 1$, $K_C = 4$ 和 $K_C = 20$ 的闭环稳定性。

解 开环传递函数如下。

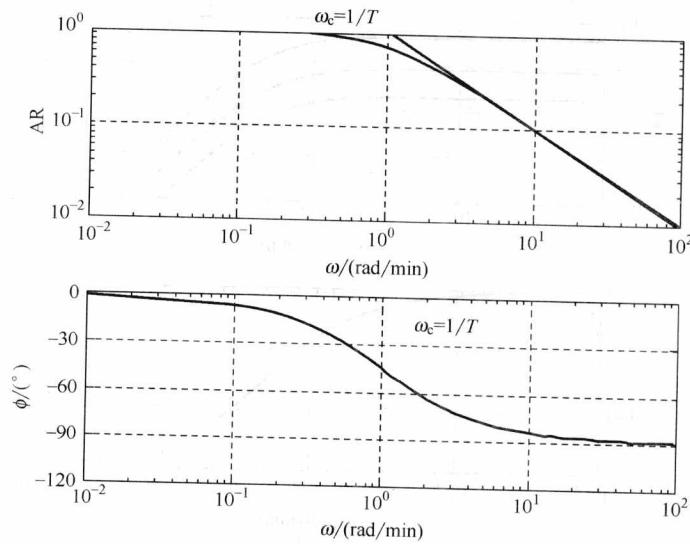


图 1.15 频率特性 Bode 图 (一)

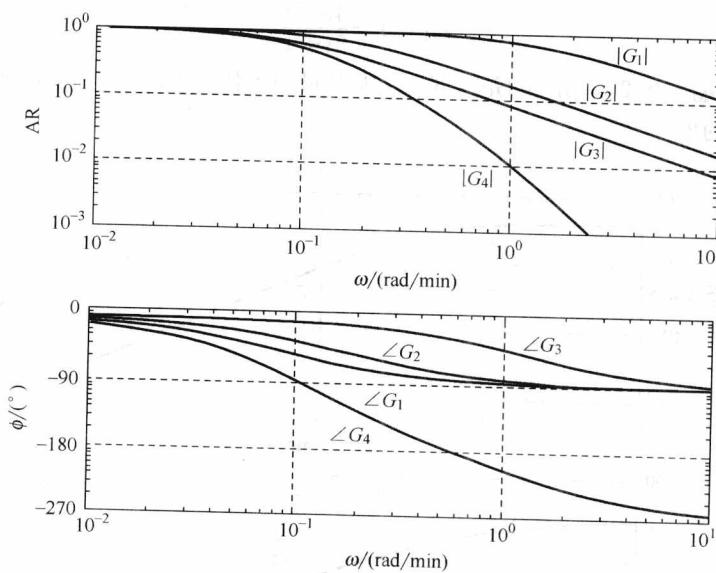


图 1.16 频率特性 Bode 图 (二)

$$G_{OL}(s) = \frac{2K_C}{(0.5s+1)^3}$$

系统的幅频特性如图 1.17 所示，可以看出，三种情况下的相角特性相同，可以得到

K_C	AR_{OL}	是否稳定
1	0.25	稳定
4	1.0	条件稳定
20	5.0	不稳定