



数学奥数

天天练

SHU UE

【最新版】

持续畅销了10年的教辅 改版啦!

● 主 编 徐礼华 王学金

小学 6 年级

智慧果 天天练 系列

- 语文综合能力天天练（小学1-6年级）
- 数学奥数天天练（小学1-6年级）
- 英语综合能力天天练（小学3-6年级）
- 阅读与作文天天练（小学1-6年级）

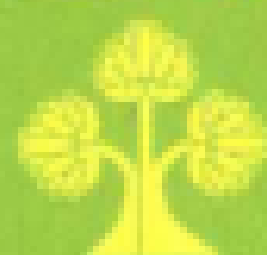


持续畅销了10年的教辅精品改版啦！

☞ 欢迎访问南京大学出版社助学频道，享受增值服务

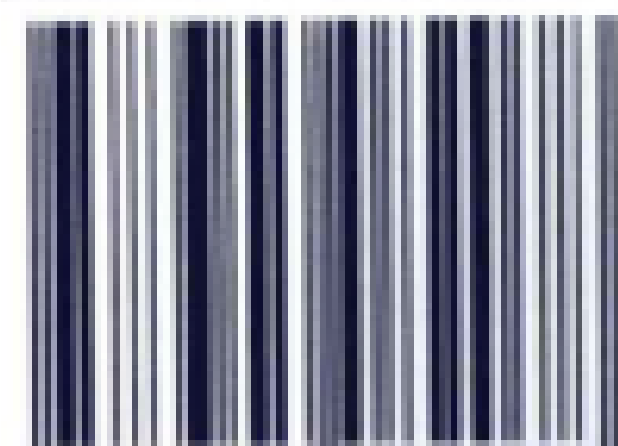
网址：<http://zx.njupco.com>

六年级登录号 1nj62011



□责任编辑 孟庆生
□装帧设计 顾群

ISBN 978-7-305-08207-8



9 787305 082078 >

定价：13.80元

数学竞赛

天天练

【最新版】

主 编 徐礼华 王学金

小学 6 年级



南京大学出版社

第三版修订说明

《数学奥赛天天练》自 2001 年出版以来,深受广大学生、家长和教师的喜爱,不少家长选择本书给孩子自学或与孩子共同探讨解题方法;也有许多学校或辅导班把本书作为奥数辅导教材,进行系统训练,提高了广大学生学习数学的兴趣和解题能力。面对读者众多的好评和热情的反馈,我们由衷地感到欣慰,并表示诚挚的感谢。本丛书出版以来曾经历多次小规模修订,销量经久不衰,在全国同类图书销售市场中闻名遐迩,已成为南京大学出版社教辅读物中的一个优秀品牌。

为了使这套丛书更加符合义务教育课程标准和实验教科书的教学理念,贴近教学内容,我们与时俱进,再次对本丛书进行了一次全面修订。《数学奥赛天天练》(最新版)在保持框架结构和总量不变、不增加学生过重负担的前提下,删去了那些陈旧、偏难的内容,增加了一些新鲜的、现实的、有趣的、富有探索性的内容,以适应新时期培养学生的思维能力、创新能力和实践能力的需要。

《数学奥赛天天练》(最新版)与现行小学数学教材同步,内容更加贴近教材,贴近实际生活,使不同年级学生在掌握数学知识的基础上提高和深化。本丛书更加注重联系社会生活实际,题型具有探索性、思考性、开放性和趣味性。

《数学奥赛天天练》(最新版)题目由易到难,层次清楚,非常便于自学。每一专题安排三天自学和练习,第一天自学“专题精析”、“基础提炼”,并做两道模仿训练题;第二天做两道巩固训练题;第三天做两道拓展提高题,做到天天学,天天练。

欢迎广大小读者和广大教师、家长在使用过程中把你们的批评、建议及时告诉我们,以便我们今后把这套丛书修改得更精更好,更加适应学生的需要。

编者

编委会

主	任	谢 峰	谢梅娣	皋 峰		
副	主	任	李开怀	张振强	黄国华	刘 莉 朱志强
委	员	潘慰高	徐礼华	张志远	王 强	周 凯
		许国涛	李淑珍	陈清雅	赵 玲	孙小燕
		丁学文	徐宏伟	赵 姗	李爱平	金 涛
		李开怀	张振强	朱志强	刘 莉	黄国华
		聂玉芹	顾一芹	李明霞	许小琳	陈 静
		皋学律	陈 宁	戴启明	肖建平	黄伟忠
		盛 开	江卫红	孙有理	许文强	顾晓东
丛 书 主 编		陈 静	秦铭荣			
本 书 主 编		徐礼华	王学金			
本书副主编		徐 彪	徐 姗	盛文玲		
编 者		谢 冰	周 泉	马文涛	袁明明	郁志才
		张裕昌	阙丽君	樊丽萍	薛志刚	颜 亮
		潘 钢				



目录

第 1 专题	分数的大小比较	1
第 2 专题	运用定律简算分数	3
第 3 专题	运用拆合简算分数	5
第 4 专题	分数数列	7
第 5 专题	运用约分法简算	9
第 6 专题	分数的分拆	11
第 7 专题	量率对应	13
第 8 专题	单位“1”的转化	15
第 9 专题	分数还原问题	17
第 10 专题	寻找不变量	19
第 11 专题	假设法解题	21
第 12 专题	列方程解分数问题	23
第 13 专题	一般工程问题	25
第 14 专题	假设法解工程问题	27
第 15 专题	求具体数量问题	29
第 16 专题	周期工程问题	31
第 17 专题	工资分配问题	33
第 18 专题	水管工程问题	35
第 19 专题	估值技巧	37
第 20 专题	定义新运算	39
第 21 专题	圆的周长计算	41
第 22 专题	加减法求面积	43
第 23 专题	割补法求面积	45
第 24 专题	旋转平移法求面积	47
第 25 专题	放大法求面积	49

第 26 专题	辅助线法求面积	51
第 27 专题	方程法求面积	53
第 28 专题	牛顿问题	55
第 29 专题	求两个量的比	57
第 30 专题	比的运用	59
第 31 专题	分数与比的转化	61
第 32 专题	按比例分配	63
第 33 专题	比例的运用	65
第 34 专题	比例法求面积	67
第 35 专题	钟表问题	69
第 36 专题	百分数应用题	71
第 37 专题	利润和折扣	73
第 38 专题	浓度问题	75
第 39 专题	表面积计算	77
第 40 专题	圆柱的体积	79
第 41 专题	圆锥的体积	81
第 42 专题	形体的等积变形	83
第 43 专题	不定方程	85
第 44 专题	行程问题	87
第 45 专题	与环形有关的行程问题	89
第 46 专题	与运动有关的几何问题	91
第 47 专题	最优化问题	93
第 48 专题	最大、最小	95
第 49 专题	逻辑推理	97
第 50 专题	类比法解题	99
第 51 专题	图表法解题	101
第 52 专题	容斥问题	103
第 53 专题	奇妙的数阵	105
第 54 专题	找规律	107
第 55 专题	图形的分合	109
参考答案		111

第 1 专题 分数的大小比较



专题精析

同学们已熟悉整数、小数大小的比较方法,而分数大小的比较就不那么简单了.对于两个不同的分数,有分母相同分子不相同、分子相同分母不相同以及分子、分母都不相同三种情况,其中前两种情况判别大小的方法同学们已经掌握.第三种情况是分子、分母都不同的两个分数,可依据分数的基本性质,将它变为分子相同或分母相同的情况进行比较;也可利用倒数、求差等方法进行比较.



基础提炼

例 1 将下列分数由小到大排成一系列不等式: $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{15}{23}, \frac{10}{17}, \frac{12}{19}$.

解析 比较分数大小的一般方法是:先通分使各分数的分母相同,再比较分子的大小.但对于本题,我们注意到分子的最小公倍数可以方便地求得,故应通过分数的基本性质,使各分数的分子相同,然后比较各分数的分母,分母大的分数反而小. $[2, 5, 15, 10, 12] = 60$,

$$\frac{2}{3} = \frac{60}{90}, \frac{5}{8} = \frac{60}{96}, \frac{15}{23} = \frac{60}{92}, \frac{10}{17} = \frac{60}{102}, \frac{12}{19} = \frac{60}{95}.$$

因为 $90 < 92 < 95 < 96 < 102$, 又因为分子相同,

$$\text{所以 } \frac{10}{17} < \frac{5}{8} < \frac{12}{19} < \frac{15}{23} < \frac{2}{3}.$$

例 2 比较下列每组分数的大小:

$$(1) \frac{4443}{5554}, \frac{5557}{6668}, \frac{6668}{7779}; (2) \frac{218191}{654321} \text{ 和 } \frac{152347}{456789}.$$

解析 (1) 对于这三个分数,无论化分母为相同(即“通分母”),还是化分子相同(即“通分子”),都不太方便.这里可以先讨论它们的倒数,根据倒数愈大,原分数反而愈小(即分子均为 1,分母大的分数反而小)进行比较.

$$\frac{4443}{5554} \text{ 的倒数为 } \frac{5554}{4443} = 1 + \frac{1111}{4443}, \frac{5557}{6668} \text{ 的倒数为 } \frac{6668}{5557} = 1 + \frac{1111}{5557},$$

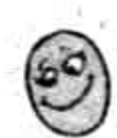
$$\frac{6668}{7779} \text{ 的倒数为 } \frac{7779}{6668} = 1 + \frac{1111}{6668}.$$

$$\text{由于 } \frac{1111}{4443} > \frac{1111}{5557} > \frac{1111}{6668}, \text{ 所以 } \frac{4443}{5554} < \frac{5557}{6668} < \frac{6668}{7779}.$$

(2) 本题也可以用“倒数比较法”(见上例方法),这里介绍借助第三分数进行比较的方法.注意到这两个数都比 $\frac{1}{3}$ 略大,于是可以借助于

$$\frac{1}{3} \text{ 来比较大小: } \frac{218191}{654321} - \frac{1}{3} = \frac{84}{654321}, \frac{152347}{456789} - \frac{1}{3} = \frac{84}{456789}.$$

$$\text{前一个差比较小,故 } \frac{218191}{654321} < \frac{152347}{456789}.$$



模仿训练

练习 1 将下列分数由小到大排成一系列:

$$(1) \frac{10}{17}, \frac{12}{19},$$

$$\frac{15}{23}, \frac{60}{101};$$

$$(2) \frac{2}{3}, \frac{4}{7},$$

$$\frac{3}{11}, \frac{4}{15}.$$

练习 2 比较下列各题中分数的大小:

$$(1) \frac{103}{116},$$

$$\frac{217}{230}, \frac{235}{248};$$

$$(2) \frac{680}{791},$$

$$\frac{432}{543}, \frac{768}{879}.$$

巩固训练

习题 1 在 $\frac{4}{5} > \frac{7}{\square} > \frac{1}{2}$ 中, “ $\square$ ”里可以填写多少个整数?

习题 2 比较大小:

(1) $\frac{117}{448}, \frac{207}{808};$

(2) $\frac{218291}{654321}, \frac{152447}{456789}.$

拓展提高

习题 1 比较分数大小:

(1) $\frac{23}{99}, \frac{2323}{9999}, \frac{232323}{999999};$

(2) $\frac{12345 \times 67890}{12340 \times 67895}, \frac{36}{37}.$

习题 2 比较下列四个算式的大小:

$\frac{1}{11} + \frac{1}{33}, \frac{1}{12} + \frac{1}{29}, \frac{1}{13} + \frac{1}{25}, \frac{1}{14} + \frac{1}{21}.$

第2专题 运用定律简算分数



专题精析 分数、小数四则运算对于培养同学们的计算能力起着十分重要的作用. 在计算正确、合理的同时, 还应运用四则运算的定律, 使计算方法灵活、简便, 以提高计算的速度.



基础提炼

例1 计算: $\left(3.91 + 3\frac{3}{7} + 6.09 + 6\frac{4}{7}\right) \times \left(2\frac{1}{8} - 1.125\right) + \left(1 \div \frac{2}{3} - 1.5\right) \times 6.04$.

解析 在分数运算中, 充分利用四则运算法则和运算定律, 使部分的和、差、积、商成为整数、整十数、整百数, ……使运算简化. 本题运用加法交换律、结合律, 使前一括号中 $3.91 + 6.09$, $3\frac{3}{7} + 6\frac{4}{7}$ 可以凑整.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left[(3.91 + 6.09) + \left(3\frac{3}{7} + 6\frac{4}{7}\right)\right] \times \\ &\quad (2.125 - 1.125) + (1.5 - 1.5) \times 6.04 \\ &= (10 + 10) \times 1 + 0 \times 6.04 \\ &= 20 + 0 \\ &= 20. \end{aligned}$$

例2 计算:

$$\frac{1}{4} \times \left(4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3\frac{3}{5}\right).$$

解析 一般来说, 题中出现两个数相除时, 我们可先将其转化成被除数乘以除数的倒数, 再观察能否运用乘法分配律进行简算. 把题中 $4.85 \div \frac{5}{18}$ 转化成 $4.85 \times 3\frac{3}{5}$ 后, 括号里的式子可以简算.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4} \times \left(4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3\frac{3}{5}\right) \\ &= \frac{1}{4} \times \left(4.85 \times 3\frac{3}{5} - 3\frac{3}{5} + 6.15 \times 3\frac{3}{5}\right) \\ &= \frac{1}{4} \times \left[(4.85 - 1 + 6.15) \times 3\frac{3}{5}\right] \\ &= \frac{1}{4} \times 36 \\ &= 9. \end{aligned}$$



模仿训练

练习1 计算:

$$(1) \left[\left(3\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3}\right) + \left(1\frac{3}{4} + 8\frac{1}{3}\right)\right] \times \left(2 - \frac{7}{20}\right);$$

$$(2) 14 \times \frac{3}{7} + 0.65 \times \frac{8}{13} - \frac{2}{7} \times 14 + \frac{5}{13} \times 0.65.$$

练习2 计算: $3.6 - 3.6 \times \frac{3}{4} +$

$$\frac{7}{8} \times 5 \div \frac{7}{8} \times 5.$$

 巩固训练

习题 1 计算： $6.8 \times \frac{8}{25} + 0.32 \times 4.2 - 8 \div 25$.

习题 2 计算：

$$(1) \left(0.34 \times 2400 \times 0.25 + 3 \times 7 \frac{3}{4} + 26.25 \div \frac{1}{3} \right) \div \frac{2}{13};$$

$$(2) 1 \frac{4}{17} \times \left(2 \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) + 17 \frac{11}{12} \div \frac{17}{21}.$$

 拓展提高

习题 1 计算： $9.81 \times 10\% + \frac{1}{2} \times 98.1 + 0.049 \times 981$.

习题 2 计算： $\frac{8}{15} \times 2 \frac{1}{2} \div \left(6 \frac{2}{3} \times 0.28 + 0.72 \times 6 \frac{2}{3} \right)$.

第3专题 运用拆合简算分数



专题精析 有些复杂的四则计算乍看起来不可以简算,按一般运算方法既费时又易出错,但是通过观察题目数字的特点,把一个数分拆成几个数,或把几个数整合为一个数,再进行巧算,则往往能化难为易。



基础提炼

例1 计算:(1) $1994 \frac{1}{1992} \times \frac{1992}{1993}$;

(2) $41.2 \times 8.1 + 11 \times 9 \frac{1}{4} + 53.7 \times 1.9$.

解析 (1) 将 $1994 \frac{1}{1992}$ 拆成 $1993 + 1 \frac{1}{1992}$, 再进行计算比较简便.

$$\begin{aligned} 1994 \frac{1}{1992} \times \frac{1992}{1993} &= \left(1993 + 1 \frac{1}{1992} \right) \times \frac{1992}{1993} \\ &= 1993 \times \frac{1992}{1993} + 1 \frac{1}{1992} \times \frac{1992}{1993} = 1992 + 1 = 1993. \end{aligned}$$

(2) 算式中第一个乘法算式与第三个乘法算式中分别有两个因数 8.1 和 1.9, 如果算式中的另一个因数相同, 就可以运用乘法分配律, 但另一个因数并不相同, 在这种情况下, 可以运用“拆”的技巧, 将 53.7 拆成 $41.2 + 12.5$ 的和. 这种方法在很多情况下都能运用, 一定要切实掌握. 在计算过程中, 还可再次使用“拆”的方法, 即把 $9 \frac{1}{4}$ 拆成 1.25 与 8 的和. 同学们自己想一想, 为什么要这样拆?

$$\begin{aligned} 41.2 \times 8.1 + 11 \times 9 \frac{1}{4} + 53.7 \times 1.9 &= 41.2 \times 8.1 + 11 \times 9 \frac{1}{4} \\ &+ 41.2 \times 1.9 + 12.5 \times 1.9 = 41.2 \times 8.1 + 41.2 \times 1.9 + 12.5 \times \\ &1.9 + 11 \times 9 \frac{1}{4} = 41.2 \times (8.1 + 1.9) + 1.25 \times 19 + 11 \times 1.25 + 11 \\ &\times 8 = 412 + 1.25 \times (19 + 11) + 88 = 500 + 37.5 = 537.5. \end{aligned}$$

例2 计算: $\left(2890 + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right) \div \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right)$.

解析 可以把 $\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10}$ 想成是一个整体, 暂时用字母 a 来表示这个整体, 则原式转化为 $(2890 + a) \div a$, $(2890 + a) \div a = 2890 \div a + a \div a$.

$$\begin{aligned} \left(2890 + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right) \div \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right) &= 2890 \div \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right) \div \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{7}{10} \right) \\ &= 2890 \times \frac{120}{289} + 1 = 1201. \end{aligned}$$



模仿训练

练习1 计算:

(1) $139 \times \frac{137}{138} +$

$137 \times 1 \frac{1}{138};$

(2) $126 \frac{1}{49} \div 25.$

练习2 计算: $\left(1 \right.$

$\left. + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \times$

$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) -$

$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \right.$

$\left. \frac{1}{5} \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right).$

巩固训练

习题 1 计算： $41\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + 51\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} + 61\frac{1}{5} \times \frac{5}{6}$.

习题 2 计算： $(1 + 0.23 + 0.34) \times (0.23 + 0.34 + 0.65) - (1 + 0.23 + 0.34 + 0.65) \times (0.23 + 0.34)$.

拓展提高

习题 1 计算： $48\frac{7}{10} \times 999 + 48.7 \div (2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6})$.

习题 2 计算： $(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) \times (\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}) - (\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}) \times (\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11})$.

第4专题 分数数列



专题精析

分数数列是指一系列分数，它们的分子、分母有规律排列。这样的数列往往算式较长。我们可以先找到算式排列的内在规律，再根据其内在规律或运用数列求和的公式进行简算。等差数列求和公式： $(\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2 = \text{和}$ 。



基础提炼

例1 计算： $\frac{1}{55} + \frac{2}{55} + \frac{3}{55} + \dots + \frac{10}{55} - \frac{11}{155} - \frac{12}{155} - \frac{13}{155} - \dots - \frac{19}{155} - \frac{20}{155}$ 。

解析 先分类，把分母为55的分为一类，分母为155的分为一类，然后计算所有加数的和，再算出所有减数的和，最后相减。

分母是55的分数相加，可运用等差数列求和公式计算。分母为155的所有分数相加，也可根据此方法简算。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(\frac{1}{55} + \frac{2}{55} + \frac{3}{55} + \dots + \frac{10}{55} \right) - \left(\frac{11}{155} + \frac{12}{155} + \frac{13}{155} + \dots + \frac{19}{155} + \frac{20}{155} \right) \\ &= \frac{(1+10) \times 10}{55 \times 2} - \frac{(11+20) \times 10}{155 \times 2} = 1 - 1 = 0. \end{aligned}$$

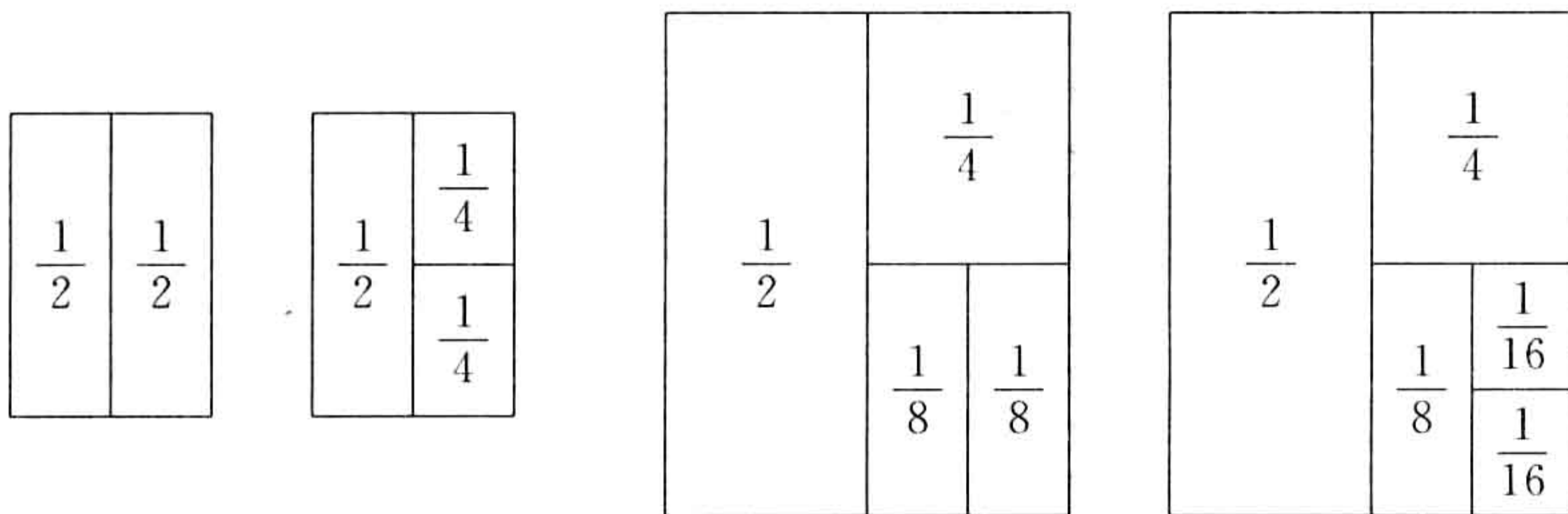
例2 计算： $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \dots - \frac{1}{1024}$ 。

解析 这道题数字又大，算式又长，怎么办？还是先从简单的开始分析。 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ， $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ， $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ ， $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$ 。

$$\text{显然 } 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \dots - \frac{1}{1024} = \frac{1}{1024}.$$

结果是算出了，这里面有什么道理呢？通过上面的分析观察发现，数列的每项中算式的值都是前一项值的一半，看下图同学们就明白了。

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}, 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}, 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}.$$



$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \dots - \frac{1}{1024} = \frac{1}{1024}.$$



模仿训练

练习1 计算：

$$1 \frac{1}{1998} + 2 \frac{3}{1998} + 3 \frac{5}{1998} + 4 \frac{7}{1998} + \dots + 50 \frac{99}{1998}.$$

练习2 计算：

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1024} + \frac{1}{512} + \frac{1}{256} + \dots \\ &+ \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 1024. \end{aligned}$$

巩固训练

习题 1 计算： $\left(1 + \frac{19}{92}\right) + \left(1 + \frac{19}{92} \times 2\right) + \left(1 + \frac{19}{92} \times 3\right) + \cdots + \left(1 + \frac{19}{92} \times 90\right) + \left(1 + \frac{19}{92} \times 91\right)$ 。

习题 2 计算： $\left(1 + \frac{18}{51}\right) + \left(3 + \frac{18}{51} \times 2\right) + \left(5 + \frac{18}{51} \times 3\right) + \cdots + \left(97 + \frac{18}{51} \times 49\right) + \left(99 + \frac{18}{51} \times 50\right)$ 。

拓展提高

习题 1 计算：(1) $\frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{3}{30} + \cdots + \frac{19}{30} - \frac{1}{150} - \frac{3}{150} - \frac{5}{150} - \frac{7}{150} - \cdots - \frac{39}{150}$ ；
(2) $\left(11 - \frac{11}{36}\right) + \left(9 - \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \left(5 - \frac{11}{36} \times 9\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36} \times 11\right)$ 。

习题 2 计算： $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \cdots + \frac{100}{100} + \frac{99}{100} + \cdots + \frac{2}{100} + \frac{1}{100}$ 。

第5专题 运用约分法简算

专题精析

课本中所说的约分方法是:分数的分子和分母同时除以它们的公约数(1除外),使分数成为一个分子、分母都比较小但与原分数相等的分数.这里所说的约分法与课本中的约分稍有不同,这里介绍的约分法是将写成分数形式的算式中分子部分与分母部分同时除以它们的公有因数或公有因式,从而简化计算过程达到简便计算的目的.

例如: $\frac{2 \times \left(1 \frac{4}{7} + \frac{8}{9}\right)}{5 \times \left(1 \frac{4}{7} + \frac{8}{9}\right)}$ 的分子部分与分母部分都有因式 $\left(1 \frac{4}{7} + \frac{8}{9}\right)$, 就可将其“约分”

化简得 $\frac{2}{5}$.

基础提炼

例1 计算: (1) $\left(9 \frac{2}{7} + 7 \frac{2}{9}\right) \div \left(\frac{5}{7} + \frac{5}{9}\right)$;

(2) $\frac{121121121121}{21212121} \times \frac{12121212}{132132132132}$.

解析 (1) 因为被除数与除数的分母相同, 可以将 $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)$ 作为公有因式, 经验证: $9 \frac{2}{7} + 7 \frac{2}{9} = \frac{65}{7} + \frac{65}{9} = 65 \times \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)$, $\frac{5}{7} + \frac{5}{9} = 5 \times \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)$. $\left(9 \frac{2}{7} + 7 \frac{2}{9}\right) \div \left(\frac{5}{7} + \frac{5}{9}\right) = \left(\frac{65}{7} + \frac{65}{9}\right) \div \left(\frac{5}{7} + \frac{5}{9}\right) = \frac{65 \times \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)}{5 \times \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)} = 13$.

(2) 根据该式数字特点, 容易知道:

$$\frac{121121121121}{21212121} = \frac{121 \times 1001001001}{21 \times 1010101}, \frac{12121212}{132132132132} = \frac{12 \times 1010101}{132 \times 1001001001}$$

$$\text{原式} = \frac{121 \times 1001001001}{21 \times 1010101} \times \frac{12 \times 1010101}{132 \times 1001001001} = \frac{11}{21} \times \frac{1}{12} = \frac{11}{252}$$

例2 计算: $\frac{1 \times 2 \times 3 + 3 \times 6 \times 9 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 3 \times 9 \times 15 + 7 \times 21 \times 35}$.

解析 若将分子分母分别算出再计算出最后结果, 显得较麻烦, 但通过仔细审题发现仍有规律可循. 因为 $1 \times 2 \times 3 = 1^3 \times 1 \times 2 \times 3$;

$$3 \times 6 \times 9 = 3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 = 3^3 \times 1 \times 2 \times 3;$$

$$7 \times 14 \times 21 = 7 \times 1 \times 7 \times 2 \times 7 \times 3 = 7^3 \times 1 \times 2 \times 3;$$

$$1 \times 3 \times 5 = 1^3 \times 1 \times 3 \times 5;$$

$$3 \times 9 \times 15 = 3 \times 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 3^3 \times 1 \times 3 \times 5;$$

$$7 \times 21 \times 35 = 7 \times 1 \times 7 \times 3 \times 7 \times 5 = 7^3 \times 1 \times 3 \times 5. \text{ 所以}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 \times 2 \times 3 + 3 \times 6 \times 9 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 3 \times 9 \times 15 + 7 \times 21 \times 35} \\ &= \frac{1^3 \times 1 \times 2 \times 3 + 3^3 \times 1 \times 2 \times 3 + 7^3 \times 1 \times 2 \times 3}{1^3 \times 1 \times 3 \times 5 + 3^3 \times 1 \times 3 \times 5 + 7^3 \times 1 \times 3 \times 5} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times (1^3 + 3^3 + 7^3)}{1 \times 3 \times 5 \times (1^3 + 3^3 + 7^3)} = \frac{1 \times 2 \times 3}{1 \times 3 \times 5} = \frac{2}{5}. \end{aligned}$$



模仿训练

练习1 计算:

$$\frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{666666 \times 666666}$$

练习2 计算:

$$\frac{1 \times 2 \times 3 + 2 \times 4 \times 6 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 7 \times 21 \times 35}$$

巩固训练

- 习题 1 计算：(1) $\frac{1993+1992 \times 1994}{1993 \times 1994 - 1}$ ；
- (2) $\frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 6 + 4 \times 8}{2 \times 3 + 4 \times 6 + 6 \times 9 + 8 \times 12}$ 。

习题 2 计算：

$$\frac{100 \times 89 + 100 \times 99 - 89 \times 11 - 89 \times 89}{54 \times 2 + 99 \times 98 + 45 \times 2}$$

拓展提高

习题 1 计算：

$$\frac{1990 + 19901990 + 199019901990}{1989 + 19891989 + 198919891989} - \frac{1}{1989}$$

习题 2 计算：

$$\frac{1 \times 3 \times 5 + 2 \times 6 \times 10 + 3 \times 9 \times 15 + \cdots + 50 \times 150 \times 250}{2 \times 4 \times 6 + 4 \times 8 \times 12 + 6 \times 12 \times 18 + \cdots + 100 \times 200 \times 300}$$