华章数学译丛

HZ BOOKS
华章教育

48

PEARSON

Modeling Derivatives Applications in Matlab, C++, and Excel

金融衍生品建模

基于Matlab、C++和Excel工具

(美) Justin London 著

郭梁 黄茜 等译
海通期货研究所

机械工业出版社
China Machine Press

华章数学译丛

48

Modeling Derivatives Applications in Matlab, C++, and Excel

金融衍生品建模

基于Matlab、C++和Excel工具

(美) Justin London 著

郭梁 黄茜 等译
海通期货研究所

机械工业出版社
China Machine Press

本书主要讲述重要的衍生品定价模型，并运用 Matlab、C++和 Excel 对包括信用衍生品（如信用违约掉期和信用关联记录）、债务抵押债券（CDO）、住房抵押贷款支持证券（MBS）、资产支持证券（ABS）、互换、固定收益证券，以及日渐重要的天气、电力、能源衍生品等进行建模．本书提供了 Matlab 和 C++的示例代码，这些代码都可以更改和扩展，以满足实际需要．读者将从衍生品模型的数据、理论和代码执行上获益．

本书适合作为统计、金融数学、经济管理等相关专业的教材，也可供对金融衍生品建模感兴趣的读者参考．

本书版权登记号：图字：01-2009-5638

图书在版编目（CIP）数据

金融衍生品建模：基于 Matlab、C++和 Excel 工具/（美）伦敦（London, J.）著；郭梁等译．—北京：机械工业出版社，2010.9
（华章数学译丛）
书名原文：Modeling Derivatives Applications in Matlab, C++, and Excel
ISBN 978-7-111-31296-3

Ⅰ．金…　Ⅱ．①伦…　②郭…　Ⅲ．①计算机辅助计算-软件包，Matlab-应用-金融市场-经济模型 ②C 语言-程序设计-应用-金融市场-经济模型 ③电子表格系统，Excel-应用-金融市场-经济模型 Ⅳ．①F830.9-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 133215 号

机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街 22 号　邮政编码　100037）
责任编辑：王春华
北京市荣盛彩色印刷有限公司印刷
2011 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
186mm×240mm・28.25 印张
标准书号：ISBN 978-7-111-31296-3
定价：65.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
客服热线：（010）88378991；88361066
购书热线：（010）68326294；88379649；68995259
投稿热线：（010）88379604
读者信箱：hzjsj@hzbook.com

译者序

30年前，金融衍生品还是一个深奥且专业的课题. 作为金融衍生品市场最发达的国家，美国创造出了很多金融衍生品工具，如金融期货、期权、货币互换等. 随着人们对金融衍生品的需求逐渐增加，世界各地还出现了若干新兴的金融市场，如芝加哥国际货币市场、新加坡国际货币交易中心、伦敦国际金融期货交易所、法国国际金融期货交易所等，人们在其中从事金融衍生品交易. 不可否认，金融工具在防范投资风险或借贷风险方面有明显的作用，不少新的工具突破了传统上对金融机构在业务范围、利率方面的管制. 各种金融期货、期权、货币互换等新的金融工具相继出现，提供了更为广泛的资金筹措渠道，同时降低了融资成本，这在一定程度上规避或减轻了投资风险. 金融衍生品市场的发展，促进了金融业的进一步发展，促进了经济与金融的国际化.

2008年，一场突如其来的全球金融危机使得衍生品成为众人瞩目的焦点，有一些人认为作为衍生品的信用违约掉期（CDS）是导致金融危机的罪魁祸首之一. 尽管市场跌宕起伏，质疑声尚未停歇，但衍生品市场整体仍呈增长趋势. 根据美国期货业协会（FIA）对全球69个期货、期权交易所的数据统计，2008年全球场内衍生品成交量达176.5亿张，同比增长13.7%，其中期货成交量达82.91亿张，期权成交量达93.61亿张.

无论与欧美发达国家相比，还是与相同类型的发展中国家相比，我国在金融衍生品交易方面的落后是毋庸置疑的. 股指期货、利率期货、汇率期货以及相应的期权交易已经成为大多数经济体不可或缺的一部分. 国内利率和汇率尚未完全市场化，利率、汇率衍生品的推出仍遥遥无期. 股指期货准备了好几年，但何时推出仍然没有确切的时间表.

时至今日，对国内投资者而言，用数量工具构建衍生品模型仍然比较陌生. 金融衍生品的缺乏导致国内对衍生品的建模、定价等知之甚少，这方面的书籍也相当有限. 因此，当海通期货研究所决定翻译引进若干期货领域的权威著作并介绍给广大的中国读者时，我便自告奋勇地提出负责此书的翻译工作，希望能为推进中国衍生品市场的发展贡献自己的一份绵薄之力.

由于工作繁忙，以及尽快出版的需要，我和海通期货研究所的同事们一起完成了翻译任务. 本书翻译的分工是：前言、第1章由刘佳利负责翻译，第2章、第3章由王智泽负责翻译，第4章、第5章由龚劼负责翻译，第6章由黄茜、郭梁负责翻译，第7章由郭梁负责翻译，第8章、第9章由黄茜负责翻译，附录、参考文献由杨钤雯负责翻译. 译稿由郭梁、黄茜、简比佳审校.

郭梁
海通期货研究所
2010年8月7日

前　言

随着新型的金融衍生品（如信用衍生品）的迅猛发展，上百家金融机构正在交易这些复杂的金融工具，并雇用了成千上万的金融、技术专业人员为他们建立有效而准确的模型. 由此带来的就是对于 C++和 Matlab（衍生品模型构建与执行所采用的两种常用语言）等编程工具的广泛应用，使从业人员拥有熟练应用这些程序语言进行编程的技能也变得愈加重要. 此外，Excel 作为当前许多金融机构自营部门的前端交易应用工具，熟练操作 Excel 也是非常重要的.

本书是第一本详细涵盖了重要的衍生品定价模型的书，书中运用 Matlab、C++和 Excel 对包括信用衍生品（如信用违约掉期和信用关联记录）、债务抵押债券（CDO）、住房抵押贷款支持证券（MBS）、资产支持证券（ABS）、互换（掉期）、固定收益证券，以及日渐重要的天气、电力、能源衍生品等进行建模. 读者将从衍生品模型的数据、理论和代码执行上获益.

本书列举了大量的 Matlab、C++和 Excel 的应用实例. 为了展示这些模型在实践中如何运用，书中所有例子皆来源于 Bloomberg 实时数据. 本书旨在教会读者怎样正确地开发和执行衍生品程序，以帮助他们在开发应用程序时能找到适合的程序代码. 最好的学习方法是参照例子运行代码. 各章内容分别如下：

- 第 1 章：互换和固定收益债券.
- 第 2 章：copula 和 copula 方法论.
- 第 3 章：住房抵押贷款支持证券.
- 第 4 章：债务抵押债券.
- 第 5 章：信用衍生品.
- 第 6 章：天气衍生品.
- 第 7 章：能源和电力衍生品.
- 第 8 章：运用 Matlab 执行能源衍生品模型. 本章内容是在休斯敦大学全球能源管理学院金融学教授、院长 Craig Pirrong 的原著基础上编写而成.
- 第 9 章：商业房地产支持证券（一种资产支持证券）. 在新加坡国立大学房地产金融系 Tien-Feo Sing 教授的原著基础上编写而成.

为了向读者提供多种不同视角和尽可能全面的信息，整本书汇集了多位行业骨干和专家的各类开发成果与模型. 本书不仅涵盖复杂的衍生品模型及所有编码，还结合了行业专家的重要成果. 例如，第 2 章和第 5 章提到了 Galiani(2003)，第 4 章提到了 Picone(2004)，第 1 章和第 3 章讨论了 Johnson(2004)，以及 Doerr(2002)、Xiang(2004) 和 Xu(2004) 的关于能源衍生品的宝贵研究. 在第 8 章，Craig Pirrong讨论了 PJ（Pirrong-Jermayakan）模型，一个双向交替的隐式有限差分法（ADI）对能源衍生品定价的求导方案. 第 9 章中，Tien-Feo Sing 利用蒙特卡罗模型给资产支持证券定价. 此外，致谢中提到的许多人都向本书提供了代码.

本书着重强调怎样利用 C++、Matlab 和 Excel 对价格、贸易和对冲交易这些复杂的模型进行执行和编码，并没有集中讨论设计模式或最好的编码技术（这些也许会在随后发行的版本

中讨论). 在构建面向对象的代码时，效率和模块化是重要的设计目标. 鉴于建立利息树时的一些常规化程序，本书一些例子中的C++编码可能会更趋向于模块化. 本书的重点是提供适合读者的工作执行方式. 然而，本书也为如何建立有效的模型提供了一些论述和有用的技巧. 例如一个常见问题：当开发运用和存储多维数据模型时，如何进行数据结构的内存分配. 使用一个预定义的二维数组，由于它是固定大小的，所以不是最有效的分配内存的方法. 如果你不知道这种结构能存储多少实际数据，有很多内存也许会闲置和浪费. 另一方面，预定义数组的大小可能不够大.

虽然二维数组很容易定义，但使用数组模板类（能够处理多维）和C++中标准模板库(STL）的向量更有效，因为它们是动态的，且不会占用过多内存. 本书运用了这些结构，当然也有一些二维数组. Matlab 作为一种矩阵操作语言，如果数组的大小没有预先定义，那么当数据被使用时，Matlab 将提供自动内存分配. 在 Matlab 里，所有的数据被当做矩阵对象，例如，单个的数字被当做一个 1×1 的阵列. 数据能从一个对象里加入或移走，这个对象将动态扩展或者减少内存空间.

尽管我们努力想把拼写错误都找出来，但鉴于本书的篇幅以及复杂性，不可避免地还是会有一些错误. 任何更正都会公示在网站上.

希望本书能带给你开发、构建、测试你自己模型的基础. 与此同时，通过利用前期测试代码，能节省大量的开发时间.

致谢

特别感谢以下人员提供的代码以及为此书所做的贡献：

Ahsan Amin
Sean Campbell
Francis Diebold
Uwe Doerr
Stefano Galiani
Michael Gibson
Stafford Johnson
Jochen Meyer
Dominic Picone
Craig Pirrong
Eduardo Schwartz
Tien Foo Sing
Liuren Wu
Lei Xiong
James Xu

目　录

第 1 章　互换与固定收益工具

互换（或称为掉期）常被用于对冲资产负债表的利率风险敞口，以及债券或债务组合的利率风险敞口. 通过与资产负债表的固定收益资产与负债（如债券或债务）久期的一一匹配，互换可以使得资产负债表对利率波动风险免疫. 理想情况下，这种利用互换进行的对冲应该尽可能地一方面满足固定收益组合的久期匹配，另一方面还要满足固定收益组合的现金流匹配. 例如，假设某银行拥有一个浮动利率的贷款务组合，其久期为 5 年. 该银行可以签署一个久期同样为 5 年的互换合约（互换的久期为固定利率部分久期与浮动利率部分久期的差值），该互换合约的性质是以支出浮动利率的现金流来换取收入固定利率的现金流（通过该互换合约可以有效地将浮动利率的贷款转换为固定利率贷款，同时锁定固定的利息收入）. 通常来讲，由于没有完全一致的现金流匹配，这类交易总是存在一定的基差风险，例如，从贷款上收到的利息与互换上需要付出资金的并不完全一致. 但是，总体上讲，银行还是可以降低自身在收益率曲线平移方面所需要面对的风险. 此外，货币市场上的机构投资者也可以利用在芝加哥期货交易所（CBOT）上市的国债期货与互换期货来构造一个对冲工具，以对冲企业债、政府债组合的利率风险. 由于互换期货有较好的标准性与流动性，与直接用互换相比，互换期货正在成为一个对冲固定收益组合风险的更便宜、更有效的途径[1]. 本章主要探讨对冲利率风险的有关细节，以及债券组合如何利用互换与固定收益类工具（如期货等）.

1.1 节将介绍用欧洲美元期货来计算 LIBOR 互换利率. 1.2 节探讨短期国债与长期国债，包括它们的报价与定价方式. 1.3 节将讨论对收益率曲线的自举分析（bootstrap）来计算互换的贴现利率. 1.4 节将讨论利用固定收益工具来对冲债券头寸与利率变化. 1.5 节将讨论债券久期、修正久期，以及每基点美元价值（DV01）的计算，后者对计算互换的久期与修正久期是非常必要的，因为一个典型的固定换浮动利率互换包含两个部分，这两个部分分别相当于一个固定利率债券与一个浮动利率债券. 1.6 节将介绍利率期限结构. 1.7 节将探讨如何量化对收益率曲线的自举分析. 1.8 节将介绍如何利用 Matlab 进行自举分析，并给出例子，而在 1.9 节中，我们探讨在 Excel 环境中的自举分析. 1.10 节将介绍在 Matlab 环境中利用 BDT 利率模型和 HJM 利率模型进行互换的一般性定价. 1.11 节将介绍利用利率期限结构来给互换定价，比如从零息债券或付息债券现金流分析中取得的远期利率曲线. 在 1.12 节中，我们应用并定价固定换浮动互换，包括利用 C++ 计算久期与风险暴露. 最后，1.13 节则提供了一个在 Matlab 中定价百慕大互换的例子.

1.1　欧洲美元（利率）期货

有时用每年 3 月、6 月、9 月、12 月到期的欧洲美元期货[2] 来计算到期期限大于 1 年的互换的 LIBOR 互换零息利率. 欧洲美元的利率可以被用来计算较长期限的远期利率. 在美国，LIBOR 即期利率通常被用来定义到期期限大于 1 年的 LIBOR 零息利率曲线. 于是，欧洲美元期货典型地应用于到期期限在 1 年与 2 年之间的互换利率分析，有时也会应用于 5 年、7 年，甚至 10 年的到期期限. 此外，用来定义债券面值收益（par yield）的互换利率，常被用来计算到

期期限大于 1 年的零息利率曲线. 通过 LIBOR 即期利率、欧洲美元期货以及互换利率的组合，就可以利用自举分析得到 LIBOR 或者互换的零息曲线.

典型地，将欧洲美元期货的利率转换为远期利率需要做一个凸度调整. 对于较短的到期期限（小于 1 年）而言，欧洲美元期货利率可以被视同为相应的远期利率. 但是，对于更长的到期期限而言，期货与远期合约的差异在利率波动难以预测时就变得重要起来[3].

假设欧洲美元期货的报价为 P，那么一张合约的面值就是

$$10\,000(100-0.25(100-P)) \tag{1.1}$$

即相当于 10 000 乘以期货价格，其中期货价格为 100－0.25（100－P）. 假设 P=96.7，则合约价值为

$$10\,000(100-0.25(100-96.7)) = \$991\,750$$

欧洲美元合约与短期国债合约类似，但也有一些重要的区别. 欧洲美元合约与短期国债合约的标的面值都是 1 000 000 美元. 然而，对于短期国债合约来讲，合约价值在到期日会趋近于 1 000 000 美元面值的 91 天到期的短期国债价值. 如果该合约被持有到期，标的证券会进行交割[4]. 欧洲美元期货合约则是在交割月的第三个星期三之前的第二个伦敦工作日进行现金清算[5]. 最后一次的对盘将合约的价值调整为

$$f_0 = (\$1\,000\,000)\left(\frac{100-0.25R}{100}\right) = 10\,000(100-0.25R)$$

这里 R 为当时 LIBOR 市场欧洲美元利率的报价[6]. 欧洲美元利率的报价等于欧洲美元以季度复利计算的 90 天实际利率[7]. 这不是一个贴现率. 正如赫尔指出的，“因此，欧洲美元期货合约是一个以利率为标的的合约，而短期国债期货合约则是一个以短期国债价格（或者说贴现率）为标的的合约.”[8]

1.2 短期国债与长期债券

短期国债是美国财政部发行的短期贴现债券. 该债券发行时，在面值的基础以一定的贴现折扣发行. 短期国债的报价为其面值 100 美元的折扣率. 到期时，持有者以短期国债的全部面值兑现. 累计利息的每个基点（或每日盘算）是以实际天数除以 360 来计算，这里是假设每年有 360 天，而利息以购买与卖出之间经过的实际天数来进行累计. 短期国债的报价是短期国债以 360 天计算的年化美元收益，以其面值的百分比来表示：

$$\frac{360}{n}(100-P) \tag{1.2}$$

这里 P 为一个面值为 100 美元还有 n 天到期的短期国债的美元价值[9]. 而贴现率并不等于短期国债的到期收益率. 如果 90 天短期国债的美元价值为 99，那么该短期国债的报价将是 1.00. 90 天的到期收益率将是 1/99，即 1.01%. 将之转换为：

$$\frac{1}{99}\times\frac{360}{90} = 0.040\,4$$

或以实际天数除以一年 360 天为基点，每年 4.04%. 另外，还可以这样转换：

$$\frac{1}{99}\times\frac{365}{90} = 0.040\,96$$

或以实际天数除以一年 365 天为基点，大约每年 4.10%. 两种利率的表达方式都是基于 90 天时间的季度复利计算法. 为了直接比较财政部利率与国债报价得出的收益率，通常每半年复利计算（即每 180 天复合计算）采用以实际天数除以 365 天为基点的方式. 复合利率就是所谓的债券同等收益率. 在这里，债券同等收益率就是

$$\frac{1}{99}\times\frac{365}{180}=0.020\,48$$

对于短期国债（到期期限小于 182 天）来说，货币市场收益率可以用债券同等收益率乘以 360/365 来得到. 在这个例子里，它是 2.02%.

短期国债期货的交割或交易标的物为一个到期期限为 91 天、面值为 1 000 000 美元的短期国债. 它们被用来投机或者对冲短期利率风险. 短期国债期货的价格通过银行间货币市场（IMM）指数或贴现率 R_d 来报价：

$$\mathrm{IMM}=100-R_d$$

理论上，短期国债定价要通过一个持有成本模型

$$f_0=S_0^M(1+R_f)^T \tag{1.3}$$

得到，这里

$f_0=$ 短期国债期货价格

$T=$ 期货到期时间

$S_0^M=$ 到期期限为 $M(=91+T)$ 的即期短期国债的价格

$R_f=$ 无风险收益率或回购利率

根据 Johnson（2004）[10]的观点，假设 161 天短期国债的即期利率是 5.7%，70 天的回购利率（或无风险收益率）是 6.38%，那么 70 天到期的短期国债期货合约的价格将是

$$f_0=(97.584\,4)(1.063\,8)^{70/365}=98.748\,7$$

这里

$$S_0^{161}=\frac{100}{(1.057)^{161/365}}=97.584\,4$$

期货价格是受套利力量掌控的. 如果期货市场价格高于 f^*，套利者就会卖空期货合约买进即期短期国债. 举例来说，假设期货市场价格为 $f^{M=70/365}=99$，某个套利者将会卖空期货，同意在 70 天之后以 99 元的价格卖出一个 91 天短期国债. 同时，他将会买进现货多头，以 6.38% 的利率借入 97.584 4 来购买报价在 97.584 4 的 161 天短期国债现货，借款期限为 70 天. 70 天后的到期日，这个套利者将会通过期货空头交割来以 $f^{M=70/365}=99$ 的价格卖掉手中的短期国债（此时该短期国债距离到期日还有 91 天），并且把借入的钱还上，本息共计 $f^*=98.748\,75$，赚取了现金（CF_T）2 513 美元：

$$\begin{aligned}CF_T&=f_0^M-f_0^*=f_0^M-S_0^M(1+R_f)^T\\&=99-97.584\,4(1.063\,8)^{70/365}=99-98.748\,7=0.251\,3\end{aligned}$$

因此，现金流或利润是

$$CF_T=(\$1\,000\,000)\left(\frac{0.251\,3}{100}\right)=\$2\,513$$

注意，如果 $f^M=99$，某货币市场经理若计划投资 70 天收益率为 6.38%的短期国债，可以

通过购买 161 天的短期国债并卖空 70 天的短期国债期货来锁定卖出价格，这种方式能获得更大利润. 例如，还是利用之前的数据，如果一个货币市场经理本来计划投资 70 天 97.5844 金额的短期国债，他可以买入相应金额的 161 天短期国债，并以 99 的价格卖空相应的期货. 与原来 70 天收益率为 6.38%的短期国债相比，他的收益率将是 7.8%：

$$R = \left(\frac{99}{97.5844}\right)^{365/70} - 1 = 0.078$$

如果市场价格低于 f^*，那么套利者将买入期货，卖空现货. 假设 $f^M=98$，套利者将买入期货多头，也就是同意在 70 天之后以 98 美元的价格买入到期期限为 91 天的短期国债；并且卖空现货，也就是借入 161 天的短期国债，以 97.5844 的价格卖出，将换得的现金以 6.38%的收益率投资 70 天. 70 天之后的到期日，套利者将以 98（f^M）的价格买入短期国债期货（现在该国债期货的到期期限为 91 天），用这个买入的短期国债去平掉之前的现货空头，并且在整个投资过程中获得 98.74875（f^*），实现净收入现金流 7 487 美元.

$$\begin{aligned} CF_T &= f_0^* - f_0^M = S_0^M(1+R_f)^T - f_0^M \\ &= 97.5844(1.0638)^{70/365} - 98 = 98.7487 - 98 = 0.2513 = 0.7487 \end{aligned}$$

因此，现金流或利润是

$$CF_T = (\$1\,000\,000)\left(\frac{0.7487}{100}\right) = \$7\,487$$

如果持有成本模型成立，那么 70 天短期国债的即期利率（回购利率）将会等于 161 天短期国债多头与 70 天短期国债空头的合成利率（隐含回购利率）：

买 161 天短期国债 $S_0^{161} = 97.5844$

短期国债的空头为 $f_0^M = f_0^* = 98.74875$

$$R = \left(\frac{98.74875}{97.5844}\right)^{365/70} - 1 = 0.0638$$

此外，如果持有成本模型成立，那么期货的到期收益率（YTM）将会等于隐含的远期利率 F. 后者锁定未来 70 天进行的 91 天的投资，如下所述：

1. 卖出 70 天短期国债，价格为 $S_0^{70}=98.821$.
2. 买入 $n=\dfrac{S_0^{70}}{S_0^{161}}=\dfrac{98.821}{97.5844}=1.01267$ 的 161 天短期国债，价格为 97.5844.
3. 70 天后，以 100 的价格平仓短期国债空头.
4. 再过 90 天后，平仓原来的 161 天短期国债，收到：1.01267（100）=101.267.

$$R = \left(\frac{101.267}{100}\right)^{365/91} - 1 = 0.0518 = F_{91,70}$$

相当于

$$YTM_f = \left(\frac{100}{98.74875}\right)^{365/91} - 1 = 0.0518$$

1.2.1　利用短期国债期货避险

货币经理常用短期国债进行避险. 假设某货币经理预计将于 6 月收到一笔 500 万美元的现金流，而他计划用这笔资金投资 91 天的短期国债. 当时 6 月期的短期国债期货的 IMM 报在 91

(6 月 IMM=91，或 R_D=9%)，该货币经理可以通过买入 5.115 张 6 月期短期国债期货多头的方式锁定 9.56%的收益率：

$$f_0^{\text{June}} = (\$1\,000\,000)\left(\frac{100-(9)(0.25)}{100}\right) = \$977\,500$$

$$YTM_f = \left(\frac{\$1\,000\,000}{\$977\,500}\right)^{365/91} - 1 = 0.095\,6$$

$$n_f = \frac{CF_T}{f_0} = \frac{\$5\,000\,000}{\$977\,500} = 5.115\text{ 张长期合约}$$

假设到了 6 月，91 天的短期国债即期利率为 8%. 该货币经理将发现短期国债的价格高于 980 995 美元，但是，通过期货的平仓则可以实现 17 877 美元的利润. 将这部分利润与 500 万美元的现金加在一起，该经理仍然可以买入 5.115 张短期国债[11]，并获得针对 500 万美元本金而言的 9.56%的收益率：

在 6 月合约到期时，短期国债即期利率为 8%

$$\text{即期利率} = S_T^{91} = \frac{\$1\,000\,000}{(1.08)^{91/365}} = \$980\,995$$

$$\text{利润} = \pi_f = [\$980\,995 - \$997\,500](5.115) = \$17\,877$$

$$\text{对冲比率} = n_{TB} = \frac{CF+\pi_f}{S_T^{91}} = \frac{(\$5\,000\,000 + \$17\,877)}{\$980\,995} = 5.115$$

$$\text{合约价值} = f_0^{\text{June}} = (\$1\,000\,000)\left(\frac{100-(9)(0.25)}{100}\right) = \$977\,500$$

$$\text{收益率} = R = \left[\frac{(\$1\,000\,000)(5.115)}{\$5\,000\,000}\right]^{365/91} - 1 = 0.956 = 9.56\%$$

又设到了 6 月，91 天的短期国债即期利率为 10%. 该货币经理将发现短期国债的价格低于 976 518 美元，但是，通过期货的平仓会实现 5 025 美元的亏损. 将 500 万美元的现金支付完 5 025美元的亏损后，因为短期国债的价格更低了，该经理仍然可以买入 5.115 张短期国债，并获得针对 500 万美元本金而言的 9.56%的收益率：

在 6 月合约到期时，短期国债即期利率为 10%

$$S_T^{91} = \frac{\$1\,000\,000}{(1.10)^{91/365}} = \$976\,518$$

$$\pi_f = [\$976\,518 - \$997\,500](5.115) = -\$5\,025$$

$$n_{TB} = \frac{CF+\pi_f}{S_T^{91}} = \frac{(\$5\,000\,000 - \$5\,025)}{\$976\,518} = 5.115$$

$$f_0^{\text{June}} = (\$1\,000\,000)\left(\frac{100-(9)(0.25)}{100}\right) = \$977\,500$$

$$R = \left[\frac{(\$1\,000\,000)(5.115)}{\$5\,000\,000}\right]^{365/91} - 1 = 0.956 = 9.56\%$$

可以发现，无论利率如何变化，货币经理都可以获得 9.56%的收益率.

1.2.2 期货多头避险：对 182 天短期国债进行合成期货避险

假设某货币经理预计将于 6 月收到一笔 500 万美元的现金流，而他计划用这笔资金投资

182 天的短期国债. 由于短期国债期货标的合约的到期期限为 91 天，该经理需要同时买入 6 月与 9 月的短期国债期货多头（注意两个合约之间的间隔大约为 91 天）来锁定 182 天的短期国债收益. 如果当时 6 月期的短期国债期货的 IMM 报在 91，9 月期的短期国债期货的 IMM 报在 91.4，该经理将通过同时买入 5.115 张 6 月短期国债期货多头与 5.11 张 9 月短期国债期货多头的方式来锁定 182 天短期国债 9.3%的收益率：

$$6\text{ 月 IMM} = 91,\text{或 } R_D = 9\%$$

$$9\text{ 月 IMM} = 91.4,\text{或 } R_D = 8.6\%$$

$$f_0^{\text{June}} = (\$1\,000\,000)\left(\frac{100-(9)(0.25)}{100}\right) = \$977\,500$$

$$f_0^{\text{Sept}} = (\$1\,000\,000)\left(\frac{100-(8.6)(0.25)}{100}\right) = \$978\,500$$

$$YTM_f^{\text{June}} = \left[\frac{\$1\,000\,000}{\$977\,500}\right]^{365/91} - 1 = 0.095\,6$$

$$YTM_f^{\text{Sept}} = \left[\frac{\$1\,000\,000}{\$978\,500}\right]^{365/91} - 1 = 0.091$$

$$n_f^{\text{June}} = \frac{CF_T}{f_0} = \frac{\$5\,000\,000}{\$977\,500} = 5.115$$

$$n_f^{\text{Sept}} = \frac{CF_T}{f_0} = \frac{\$5\,000\,000}{\$978\,500} = 5.112$$

因此，收益是

$$YTM_f^{182} = [(1.095\,6)^{91/35}(1.091)^{91/365}]^{365/182} - 1 = 0.093$$

假设在 6 月，91 天短期国债利率为 8%，182 天短期国债利率为 8.25%. 根据这些利率，91 天现货短期国债的价格将是

$$S_T^{91} = \frac{\$1\,000\,000}{(1.08)^{91/365}} = \$980\,995$$

182 天现货短期国债的价格将是

$$S_T^{182} = \frac{\$1\,000\,000}{(1.08)^{182/365}} = \$961\,245$$

如果持有成本模型成立，那么 9 月份期货合约在 6 月份时的价格为

$$f_0^{\text{Sept}} = S_0^{182}(1+R_f)^T = \$961\,245(1.08)^{91/365} = \$979\,865$$

以这些价格，经理可以从期货上获取的利润为

$$6\text{ 月 } \pi_f = [\$980\,995 - \$977\,500]5.115 = \$17\,877$$

$$9\text{ 月 } \pi_f = [\$979\,865 - \$978\,500]5.11 = \$6\,975$$

通过同时平仓两种期货合约（后者抵消了短期国债期货价格的上升），获得了总计为 24 852 美元的利润，并可以购买

$$n_{TB} = \frac{\$5\,000\,000 + \$24\,852}{\$961\,245} = 5.227$$

182 天短期国债，收益率为

$$R = \left[\frac{(5.227)(\$1\,000\,000)}{\$5\,000\,000}\right]^{365/182} - 1 = 0.093$$

或 500 万美元基础之上的 9.3%.读者可以验证，如果 91 天与 182 天短期国债利率上升，收益率仍将是 9.3%.此外，国债期货合约需要交割或购买一张面值为 100 000 美元的国债，而期货合约允许交割的国债种类有许多.因此，需要通过一个转换因子来确定被交割的国债所对应的期货价格.在实践中，通常是交割时计算下来最便宜的国债被用来交割.国债期货的报价是以一张票息 8%、每半年付息、15 年到期、面值为 100 美元的国债为基础的.

在 Matlab 中，我们可以通过在美国中长期国债表中将美国短期国债市场参数重设为零息债券的方式来直接比较短期国债与中长期国债，具体可通过以下函数来实现：

```
[TBondMatrix, Settle] = tbl2bond(TBillMatrix)
```

TBillMatrix 表示的是短期国债参数.一个 $N\times 5$ 的矩阵，其中每一行表示一个短期国债，N 是短期国债的数量；每一列则分别是 [Maturity Days Maturity Bid Asked AskYield]，如表 1.1 所示.

表 1.1

参数	说明
Maturity	作为一连串的日期数字，使用 datenum 可将字符串转换为日期数字
DaysMaturity	到期日作为一个整数.到期日以越日为基础表示，从结算日到期限日的真正天数是 DaysMaturity+1
Bid	给出银行贴现率.贴现率按票据的买入面值报出，并且年利率以单利计算（小数位采取十进制方式）
Asked	给出银行贴现率（小数位采取十进制方式）
AskYield	卖方收益率：持有票据至到期日获得债券等值收益，并且年利率以单利计算，假定为 365 天（小数位采取十进制方式）

长期国债参数则由 **TBondMatrix** 来表示，一个 $N\times 5$ 的矩阵，其中每一行表示一个同等的长期国债（零息）；每一列则分别是 [CouponRate Maturity Bid Asked AskYield]，如表 1.2 所示.

表 1.2

参数	说明
CouponRate	票面利率总是维持在 0
Maturity	期限作为一连串的日期数字，与短期国债的到期日期相同
Bid	买方报价基于 $100 面值
Asked	卖方报价基于 $100 面值
AskYield	卖方收益率：有效回报从持有时间到期为止，年利率以复利计算

例 1 1997 年 12 月 22 日公布的短期国债市场参数：

```
TBill = [datenum('jan 02 1998') 10 0.0526 0.0522 0.0530
        datenum('feb 05 1998') 44 0.0537 0.0533 0.0544
        datenum('mar 05 1998') 72 0.0529 0.0527 0.0540];
```

执行如下函数：