

义务教育课程标准实验教科书



# 数学教师教学用书

SHUXUE JIAOSHI JIAOXUE YONGSHU

四年级 上册



北京师范大学出版社  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS



义务教育课程标准实验教科书

# 数 学

## 教师教学用书

四年级 上册

义务教育数学课程标准研制组 组编



北京师范大学出版社

**本册教材配套资源**

- 数学伴你成长 (四年级上册)
- 数学新课程测试与评价 (四年级上册)
- 数学寒假生活 (四年级)
- 伴你教数学 (四年级上册)
- 数学教学挂图 (四年级上册)
- 基础教育课程改革实践与探索 数学 (1~6年级) 2001
- 基础教育课程改革实践与探索 数学 (1~6年级) 2002
- 基础教育课程改革实践与探索 数学 (1~6年级) 2003
- 新世纪的足迹——小学数学优秀论文集
- 新世纪的足迹——小学数学优秀课例文集

市场营销部电话 010-58808015 58804236

邮购科电话 010-58808083

教材发展部电话 010-58802783

教材服务部电话 010-58802814

学科编辑部电话 010-58802836 58802832 58802786

传 真 010-58802838

电子邮箱 shuxue1 @ bnup.com.cn

基础教育教材网址 <http://gbjc.bnup.com.cn>

教材编写组专业支持电话 010-62368601

传 真 010-62362855

电子邮箱 xsjmath@126.com

新世纪小学数学网址 <http://www.xsj21.com>

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街19号 邮政编码: 100875)

<http://www.bnup.com.cn>

出版人: 赖德胜

北京京师印务有限公司印刷 全国新华书店发行

开本: 185 mm×260 mm 印张: 11.5 字数: 270千字

2006年6月第3版 2006年6月第1次印刷

定价: 15.60元

# 致 教 师(一)

北京师范大学出版社出版的新世纪小学数学教材的全称为：新世纪《义务教育课程标准实验教科书·数学》。本教材的研制历时十多年，1989年开始筹备与申报《21世纪中国数学教育展望——大众数学的理论与实践》研究项目，1992年该项目经全国教育科学规划领导小组正式确立为国家级“八五”哲学社会科学规划青年专题（教科规字[1992]1号），课题组从理论研究、国际比较、现状反思、中国古代数学与数学教育的特点以及现代数学发展趋势等多个角度开展了全方位的研究与探索。在此基础上，课题组制订了《数学课程改革方案（实验稿）》，并在时任教育部基础教育课程教材研究中心主任的游铭钧先生以及一批数学家、数学教育家的支持下，于1994年开始组织编写第一版小学数学实验教材（浙江教育出版社出版）。第一轮自愿参加实验工作的只有17所学校，之后实验范围逐年增加。1998年在教育部基础教育司有关领导的直接指导下，与吉林省教育学院合作，着手进行第二版实验教材（北京师范大学出版社出版）的编写，实验学校的学生数超过3万人，遍布全国十多个省、市、自治区。2001年，按照教育部的统一部署，由义务教育数学课程标准研制组负责，以《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》（以下简称《标准》）的基本理念与具体内容目标为依据，着手进行第三版实验教材（北京师范大学出版社出版）的编写工作。教材经全国中小学教材审定委员会初审通过，从2001年秋季起在全国实验区逐步推广使用。

本文说明的教材均是第三版的各册教材内容。这套教材是在深入研究国内外数学课程的基础上，试图通过教材的编写，建立促进学生发展、反映未来社会需要、体现素质教育精神的小学数学课程体系。本体系建立的目的是使学生体会数学与大自然及人类社会的密切联系；体会数学的价值，增强理解数学和应用数学的信心；初步学会运用数学的思维方式去观察、分析并尝试解决日常生活以及现实社会中的某些问题，进而形成勇于探索、勇于创新的科学精神；获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识（包括数学事实、数学活动经验）和必要的应用技能。

## 第一部分 教材的总体特点

### 一、教材编写的基本思路

遵循“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的教育思想，本套教材在研究建国以来历次小学数学课程、教材改革经验的基础上，又汲取了大量的国外课程、教材建设的成功经验。同时，教材编写者充分地考虑到我国义务教育的普及性、基础性和发展性的特点，也充分考虑到未来社会对公民数学素养的要求，力求形成以下教材编写的基本特点。

（一）重视学生的生活经验，密切数学与现实的联系，引导学生在理解的基础上学习数学，促进学生对数学的认识

重视学生生活经验，使学生在已有的知识和经验中学习新的知识，已成为当前国际数学课程和教学改革的基本共识。每个在校的儿童，他们都有着丰富的生活体验和知识积累，这其中包含着大量的数学活动经验与运用数学解决问题的策略；同时，在现实生活中，小学生

可以广泛地接触到数、量、空间、图形、数据、可能性、关系等丰富的数学世界。因此，教材十分注重数学与现实的联系，一方面注重与日常生活、现实空间的联系；另一方面注重联系学生的现实，即学生已有的经验、知识、能力、情感、态度、兴趣等。教材从学生的生活经验出发，设计了许多学生生活中感兴趣的、有数学价值的情境，使学生在研究问题的过程中学习数学、理解数学和应用数学。例如，在数与运算的学习中，教材突出对数的实际意义及对运算意义的理解，强调以现实的、有趣的与学生知识经验密切相关的问题引起学生讨论，在解决问题的过程中学习和应用所学知识。在空间与图形的学习中，教材将学生的视野拓宽到人类生活的空间，通过学生身边的物体引入对立体图形和平面图形的学习，并增加了确定位置、图形变换等与学生生活经验密切联系的内容。在统计的学习中，教材安排了大量学生周围的话题，鼓励学生通过收集数据、整理数据、分析数据来作出判断。与此同时，教材又安排了“数学游戏”“数学故事”“实践活动”等学生喜爱的、又乐于接受和愿意思考的学习内容。教材安排这些丰富多彩的内容，其目的是让学生能从身边的事例或者感兴趣的问题入手，学习数学、理解数学、应用数学。

随着学生年龄的增长和活动空间的拓展，教材逐步将学生的视野从自我世界、周围环境引向现实社会、科学技术等更为广阔的空间，选择了更为丰富的素材，同时特别注意挖掘富有时代气息的问题。例如，在四年级上册“认识多位数”的学习中，教材突出了多位数与现实生活的紧密联系，安排了人口、海洋、星球等丰富的素材，帮助学生理解周围世界中处处有数学，体会到数学在社会生活中有着广泛的应用。

教材通过“数与计算、量与测量、空间与图形、统计与概率、实践与综合应用”等基本领域反映运用数学研究现实世界的基本过程，有机地渗透数感、符号感、空间观念、统计思想、推理意识等重要的数学思想和思维方式，并以此为主线选择和安排教学内容。主要体现在每一册教材都设计了多个能激发起学生内在学习动力的情境与活动，引导学生学习用数字、符号、图表、图形刻画、描述或解释隐含在具体情境中的数学现象和问题，建立初等的数学模型，如加法、减法、乘法、除法及其运算性质；基本图形的形状、长度、面积、体积及其关系；图形的平移、旋转、位置与坐标及其简单的应用；数据的收集、处理、呈现，以及分析与判断；在小学6年的数学学习过程中，教材都不断地引导学生学会有条理地思考，学会寻找足够的数据、资料支持自己的观点，学会利用数学工具向别人解释自己所获得结论的合理性，学会从多个角度思考和描述数学问题。

（二）展现知识的产生和应用过程，形成“问题情境—建立模型—解释与应用”的基本叙述模式，引导学生逐步形成多样化的、科学合理的学习方式

教材对重要的数学内容按照“问题情境—建立模型—解释与应用”的叙述方式编排，即创设一个学生熟悉的问题情境，通过观察、实践、探索、思考、交流逐步建立这一问题的数学模型，然后运用这一模型去解释一些现象，或解决一些问题。通过上述的过程，学生将逐步掌握基本的数学知识和方法，形成良好的数学思维习惯和应用意识，提高自己解决问题的能力，感受数学思考的乐趣，增进学好数学的信心，获得对数学较为全面的体验与理解。

例如，三年级下册“认识分数”单元，教材是从学习 $\frac{1}{2}$ 开始的。教材创设了“分苹果”的情境，鼓励学生根据生活经验得到“一个苹果平均分给两个人，每人分到半个苹果”，传

统教材往往在此就引入 $\frac{1}{2}$ 的意义、读法和写法,这样做既忽视了学生的生活经验及创造潜能,也没有体现出学习数学符号的优越性。其实,学生在正式学习分数以前,“一半”等名词已经出现在他们的口头语言中,只是还不曾想过要用什么符号来表示它们,教材以此为基础让学生讨论用什么方式来表示“一半”这个问题。在讨论过程中,一方面学生可以意识到原来学过的数不够用了,要另想办法表示“一半”;另一方面鼓励学生发挥想象,大胆创造表示“一半”的方法。在此基础上再引入“一半可以用 $\frac{1}{2}$ 来表示”,并在多种表示方式的对比中,体会用 $\frac{1}{2}$ 表示“一半”的优越性,感受学习分数的必要性和数学符号的优越性。这实际上是让学生经历了从问题情境中建立模型的过程。进而,教材让学生在“涂一涂”“折一折”“说一说”等操作与描述活动的过程中,体会 $\frac{1}{2}$ 不仅可以表示半个苹果,还可以表示半片树叶、半张纸等,对 $\frac{1}{2}$ 这一模型进行了进一步的解释和应用,并使学生感受到数学模型的作用。当然,在此过程中,学生理解了分数所表示的具体意义,认识了分数各部分的名称,初步掌握了分数的写法和读法。

实践证明,教材的这一基本叙述模式有利于学生从生活经验和客观事实出发,在研究具体问题的过程中学习、理解和应用数学。这一模式也打破了以往单纯由教师讲的“注入式”教学模式,为学生提供了大量观察、操作、实验、思考与交流的机会。同时,这一模式既有利于学生掌握数学知识的内涵,又有利于引导学生学会数学地思考,提高解决问题的能力,发展良好的情感体验。

### (三) 以数学活动为线索安排教材内容,促进学生自主地参与、探究和交流

自20世纪60年代以来,我国小学数学教材基本是以“例题、练习”的形式呈现的,在此后的多次教材改编中也基本保留了这一形式。教材往往通过简单的例子引入所学的内容后,就会安排一些例题,当学生理解例题之后,教材中就会安排相应配套习题,给予学生练习的机会。这样做的主要目的是为了在教学活动中师生有一个共同参照的典型题目,便于学生掌握与教师的考评。而在《标准》中则明确指出:“数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平与已有的知识经验基础上。教师应激发学生的学习积极性,向学生提供充分从事数学活动的机会。帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,获得广泛的数学活动经验。”“教材为学生的学习活动提供了基本线索”,这实际上要求必须改变传统教材的呈现方式。

按照《标准》的要求,教材突破了以往的以例题为中心的呈现方式,以学生的数学活动为线索,展开相关知识的学习。教材设立了“看一看”“做一做”“想一想”“说一说”“读一读”“我的成长足迹”“问题银行”等栏目,促使学生在观察、操作、思考、交流、反思等活动中,掌握基本的知识和技能,发展数学思考和解决问题的能力,初步形成良好的情感、态度 and 价值观。

例如,在三年级下册“轴对称图形”的学习中,教材体现了“直观认识—在操作中体会轴对称现象的整体特征—应用特征(辨别、作图、想象)”的过程,设计了观察、操作、想

象、思考、交流等多种活动。首先鼓励学生通过观察、欣赏民间剪纸，直观认识轴对称现象；再经历“折一折、剪一剪”“猜一猜、剪一剪”等操作活动，逐步感知轴对称现象的整体特征；进而再辨认图形是否是轴对称图形、在方格纸（钉子板）上画（围）出轴对称图形、摆出轴对称图形，进一步体验轴对称图形的特征。

让学生经历丰富多彩的数学活动本身有着多方面的意义。第一，它代表了对公民素质的新要求。为了适应未来社会，公民应具有的实践能力、创新精神、合作交流能力、终身学习能力等必然需要在亲身的实践活动中逐渐形成。第二，它代表了对数学的全面认识。数学不仅仅是概念、定理、公式的汇集，更是人们对客观世界定性把握、定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论，并进行广泛应用的过程。第三，它代表了对教学过程的重新定位。学习活动是学生以自身已有的知识和经验为基础的主动建构的过程；教学过程是数学化实践的一部分，是教师和学生共同进行的一种富有挑战性的“再创造”。教师可以根据各种数学活动的特点，运用多种方式开展教学，以便有效地促进学生积极参与、独立思考、合作交流，从而获得对所学知识的理解。第四，它保障了课程目标的全面实现。不仅仅数学思考、解决问题、情感与态度方面的目标需要学生亲身的实践和自我的体验，知识和技能的获得、理解和应用也离不开数学活动。第五，它为学生的个性发展提供了广阔的空间，既可以使所有学生共同参与活动，每个学生又可以根据自己的生活经验、知识积累、认知水平、个性倾向，从不同的角度进行思考和探究；既提高了学生主动参与的积极性，又满足了多样化的学习需求。当然强调数学活动的重要性，并不排斥结果的重要性，二者是相辅相成的。

#### （四）关注学生的情感体验，创设宽松和谐的学习氛围，发展学生的学习兴趣 and 自信心

《标准》在知识与技能、数学思考、解决问题领域的基础上设立了情感与态度领域，明确提出情感、态度、价值观等方面的发展既不是与数学课程无关的教育目标，也不是数学知识教学的“副产品”，其本身就是数学教育的重要目标。在数学教学过程中，学生的情感、态度、价值观等方面的发展并不是在学到一些具体的概念、法则、公式以后就能自然形成的，它应当贯穿于整个数学教学活动过程之中，它的实现需要日积月累。然而一旦形成，将对学生终生有益。因此，教材自始至终关注学生的情感体验，力求为学生创设宽松和谐的学习氛围。

有关研究表明，在学生参与的过程中，认知参与和情感参与有着密切的联系。“知”“情”的密切结合是教学过程的基本规律之一。具体地说，学生在数学课堂学习活动中以深层次为主的认知参与和学生积极的情感体验（愉悦感和成就感）有紧密的联系，特别是深层次的认知方式（如想象、探究、创新）与愉悦感之间的关系尤其紧密；浅层次的认知参与（如记忆、模仿、机械训练）与学生的焦虑感和厌倦感有紧密的联系。因此，教材创设了大量现实、有趣且具挑战性的情境，使学生在具体情境中不仅学到了数学知识，更重要的是激发了学生对知识的渴求，使他们享受从事数学学习活动的喜悦。

具体来说，教材主要从两个方面促进学生积极的情感体验。一方面，利用呈现形式的多样和有趣性，激发学生数学学习的兴趣。例如，引入了学生喜闻乐见的卡通人物“淘气”“笑笑”和“智慧老人”，设计了一个个引人入胜的情节，激发学生的好奇心，学生在与卡通人物共同学习的过程中，将获得积极的情感体验。但这种兴趣往往是表面的和浅层次的，并

且随着学生年龄的增长,这种兴趣会逐渐消失。于是,另一方面,教材通过展示数学自身的丰富多彩和无穷魅力,促使学生愿意亲近数学、了解数学、谈论数学,这是促进学生发展好奇心和求知欲的主要途径。例如,教材注重展示数学与现实世界的密切联系,素材的选择和问题的设计注意结合学生的生活经验,使学生感受到数学在自己生活中的作用,吸引他们投入到数学学习活动中;教材注重展示丰富多彩的数学活动,设计富有挑战性的问题,使学生感受到数学创造的火热思考;教材注重展示数学内部的密切联系,使学生感受到数学是一个整体;教材注重展示解决问题的不同策略或者不同的思考方法,使学生感受到数学思维的丰富多彩,满足不同学生的需要;教材设计了“数学故事”“数学游戏”“你知道吗”等小栏目,既使学生感到数学学习有趣,又拓宽了学生的学习视野。总之,学生只有真正体会了数学自身的魅力,才有可能积极参与数学学习活动,长久保持对数学学习的积极情感。

## 二、教材编排的特点

在教材编写的过程中,教材编写组在对大量国内外教材研究的基础上,总结了我国小学数学教学的实际经验,着重体现以下几个编排特点。

### (一) 由浅入深、循序渐进、螺旋上升

小学生的认知特点是由浅入深,他们对数学知识的理解并不是一次完成的,需要经历逐步深化、提高的过程。同时,《标准》提出的第一、二学段目标是学生在学段末应达到的最终目标。因此,根据学生知识基础、心理发展规律以及知识的特点,教材对四个领域内容的安排,采用逐步拓展、渐进深化的结构。每个年级既重点突出,又注意前后连贯。

例如,对于小数的学习,由于学生对小数认识的最直接经验来自价钱,因此,在第一学段第一次学习小数时(三年级下册),教材设计了“元、角、分与小数”单元,它的意图是使学生在元角分的情境中(如“买文具”“货比三家”“买书”“寄书”),学习小数及其简单加减运算的初步知识;结合购物情境学习小数,将突出元角分与小数的密切联系,这有助于学生对小数的理解,并渗透了解决问题的要求。这个单元的学习也为以后学习小数提供了一个直观、具体的模型。在第二学段继续学习小数及其运算时(四年级下册),教材首先通过丰富的实例,拓展了学生对小数的认识;学生在探索小数运算法则时,可以借助元角分的模型,并最终脱离具体模型掌握小数运算法则。

### (二) 注重知识之间的互相联系与综合

教材在编写时注重各部分内容间的纵向联系,使前面的内容为后面打好基础,后面的内容是前面内容的发展和提高。同时,教材又注意各部分内容间的横向联系与综合,力求使各个领域的知识能够形成一个整体。通过展现这些联系,学生可以形成对数学整体的初步认识,利用其他数学概念去加深对某一概念的理解,并采用多种模型和方法探索问题和描述结果。

利用数(符号)与形进行思考是两种重要的思维方式,数(符号)与形的结合是数学内容之间联系的重要方面,教材结合多个内容揭示二者之间的联系。例如,对于数的认识和数的运算,本套教材引入了“计数单位的直观模型”(如二年级下册“万以内数的认识”的部分中,教材设计了数小正方体的活动),既借助直观使学生获得对数位的体验,又使学生学

习了一种探索计算方法的工具，利用它可以帮助学生探索如何进行数的有关计算。又如，对于五年级上册“分数基本性质”的学习，教材设计了“做一做”的活动，学生通过折纸条，并运用分数表示阴影部分的活动，直观体会到分子和分母都乘相同的数（0除外），分数的大小不发生变化这一规律，同时也体现了数与形的结合。再如，在五年级上册学习质数、合数时，利用若干个小正方形能否摆出不同的长方形，既有利于“直观形象”地引出质数、合数的概念，又渗透了数形结合的思想。

为了有利于学生综合运用所学的知识和方法解决问题，进一步体会知识之间的联系与综合，教材精心设计了第一学段的实践活动和第二学段的综合应用活动，包括解决问题的活动、解决问题策略的学习、探索规律的活动等。

### （三）关注不同学生的数学学习需求，教材内容具有适当弹性

心理学的研究表明，每个学生都有分析、解决问题和创造的潜能，关键是课程内容要提供好的素材，以促进学生的这种发展。当然，由于学生个体之间存在着一定的差异，他们的发展需求也是不同的。根据学生的数学学习心理规律，教材在内容的选编中除保证《标准》所提出的基本课程目标能顺利实施外，同时也考虑到要满足不同学生的数学学习需求。所以，对同一问题情境，力求提出不同层次的问题或开放问题；课后练习的编排突出层次性，设计了一些供有特殊需要学生解决的问题；在数学阅读方面，通过设计“数学故事”“你知道吗”“数学万花筒”等栏目，提供一定的阅读教材供学生选择阅读；在实践活动的设计方面，在保证全体学生获得必要发展的前提下，力求不同的学生获得不同的体验；注重解决问题策略的多样化，这既尊重了学生生活经验、认知特点等的差异，又为学生展示个性提供了较为广阔的空间。通过这种开放性、弹性化的编排方法，教材力求使不同的学生在数学上得到不同的发展。

例如，二年级上册“数一数与乘法”的单元，教材创设了“儿童乐园”的情境，情境中有些学生在乘坐电动小飞机，有些学生在划船，有些学生在乘坐电动小火车等。学生在观察这一情境后，教材又呈现了“说一说”的栏目：你能提出哪些数学问题？这一问题的提出有较大的弹性，不同的学生可以根据自己的兴趣、选择信息能力的强弱等提出多种数学问题。通过互相交流所提出的问题，学生不仅建立了乘法的概念，体会了数学与日常生活的联系，同时展示了个性，在交流中获得不同的发展。

### （四）结合适当的素材体现数学的文化价值，重视隐性课程的作用

近年来，在数学课程中重视数学的文化价值已经形成共识，数学课程不仅应该帮助学生学习和掌握数学知识和技能，还应该有助于学生了解数学的价值（包括文化价值）。本套教材力求反映数学的历史、应用和发展趋势，反映数学在人类社会进步、人类文明发展中的作用，反映社会发展对数学发展的促进作用。

教材通过显性和隐性两种方式体现数学的文化价值。一方面，教材通过“数学万花筒”“你知道吗”等栏目提供给学生关于数学在历史上、文化上和现实世界中的作用的实例，在适当的地方介绍一些数学家的故事、数学趣闻与数学史料，使学生了解数学知识的产生与发展首先源于人类生活的需要，体会数学在人类进步中的作用，激发学生学习数学的兴趣。另一方面，教材在一些内容的学习中，广泛挖掘其在现实世界中多方面的应用，以使学生会

到数学对人类社会的巨大作用，体会蕴涵在其中的数学的价值。

例如，在三年级下册“对称、平移和旋转”的内容中，教材展示了图形变换多方面的应用，有我国传统的民间艺术——剪纸、京剧脸谱、乐器、纺织品，有首都的象征——天安门城楼，有神奇的自然世界——蝴蝶、昆虫、树叶，有日常生活中的现象——镜面对称、升旗、螺旋桨的转动、音乐厅的整体平移等。又如，计算工具的演进，从结绳计数、算筹、算盘，到计算器、计算机、网络，让学生体会工具的发明对数学乃至社会发展的影响。多角度的素材和丰富多彩的展示，充分体现了数学对人类文明的作用。

## 第二部分 教材的基本内容及各领域的特点

在具体内容的编排上，教材力求加强小学数学的核心概念和思想，注重发展学生的数感、符号感、空间观念、统计观念，以及应用意识与推理能力；力求“返璞归真”，突出所学内容的数学本质，反映数学学习的基本过程，以及数学思想方法在处理问题中的地位和作用；拓宽学生的学习空间，选取了包括数、运算、空间、图形、数据、可能性、关系等丰富的内容，使学生有机会领略数学的全貌。

本教材采用数与代数、空间与图形、统计与概率和实践与综合应用四个领域的内容同时混编的方式，即一册教材中同时安排四个领域的内容。各领域内容具有以下特点。

### 一、数与代数领域

数与代数的内容在义务教育阶段的数学课程中占有重要地位，有着重要的教育价值。与传统的教材相比，本教材更强调通过实际情境使学生体验、感受和理解数及运算的意义，体会数及其运算模型的建立过程，强调发展学生的数感、符号感，注重培养学生运用数与运算解决简单实际问题的意识和能力。

#### （一）数的认识

数是数学学习的基本内容，它有着重要的意义和作用。数能用来表示一类集合的数量，能用来表示一群事物的顺序，能用来表示测量的结果……特别是，在数字化的现代社会，数更是成为人们表达、交流和传递信息的重要手段。在数的学习中，应使学生在获得有关数的概念的过程中，体会数的多方面的意义和作用。

##### 1. 注重从现实情境中让学生逐步体会数的含义，发展学生的数感

无论是整数、分数、小数，还是负数的产生与发展，都是人类生活实践的总结，都是与解决实际问题紧密联系的。因此，教材对它们的学习，十分关注其与现实世界的联系，努力揭示从现实世界中抽象出数的过程，突出数作为模型的作用。

例如，一年级上册“生活中的数”的内容，教材呈现了“可爱的校园”，创设了十分具有童趣的一幅动物学校开学的情境，提出“你能数出有几只小兔”的问题，鼓励学生自己去观察，从具体的事物数量中抽象出“数”，体会数具有表示物体个数的含义和作用。“到校园里走一走，说一说有什么、有多少”的问题，使学生感受到数学与生活的密切联系，进一步体会数与实物的对应。教材又创设了“快乐的家园”的情境，丰富了学生对数所代表的事

物的认识,使他们体会数作为模型的作用。

位值制的思想是至关重要的,对它的学习不能停留在记住数位的名称、会读写数上,而应注重从逐一计数到分组计数的飞跃,促进学生对位值制的真正理解。为此,教材强调使学生经历“从实际问题中抽象出数—运用小棒、计数单位的直观模型等表示数—在计数器上表示数—运用抽象符号表示数”的过程,借助实际情境和动手操作,运用多种形式表示数。从实物、小棒、计数单位的直观模型、计数器到抽象符号,不仅实现了逐步地抽象,而且有利于学生从不同角度体会数位的含义,有利于学生掌握多种探索问题、解决问题的工具,有利于学生体会数与形等的联系。例如,在一年级下册“生活中的数”的单元中,教材关注使学生经历运用适当的方式表示数的过程。在表示抓一把豆子有多少粒的活动中,设计了“怎么拨、怎么写”的问题,鼓励学生表示出豆子的多少。为了方便地看出豆子的数目,学生将认识到使用较大的单位(十、百)的必要性,体会位值制的含义。又如,对于四年级下册“小数的意义”的学习,教材体现了在生活中寻找小数、利用计数单位的直观模型体会小数的意义、借助计数器认识数位的过程,帮助学生从多种角度理解小数的意义,进一步体会位值制。

还需要说明的一点是对“数的分解和组成”的处理。传统教材中,在学习“10以内数的加减法”之前需要学习“数的分解和组成”,并将数的分解和组成作为加减法运算的算理。这样的做法是有问题的,数的分解和组成与加减法本质上是一样的,因此,本套教材不以数的分解与组成作为学习加减法的逻辑起点,而是直接从学生的生活经验出发,把学习加减计算与解决问题的过程结合起来,让学生亲身经历从问题情境中抽象出加减算式并加以解释和应用的过程,从中理解加减运算的意义和应用价值。这样做并不是忽视学生对数的构成的体验,而是将它与加减法融合在一起,并通过解决问题的活动、有趣的游戏等途径,不断加深学生对数的构成的认识,发展数感。例如,在一年级上册学习“8的加法”时,教材创设了“跳绳”的游戏,学生从主题图中可以观察到:一共有8个小朋友在跳绳,其中有1个小朋友戴帽子,7个小朋友不戴;有2个小朋友摇绳,6个小朋友跳绳;有3个小朋友穿裙子,5个小朋友穿裤子;有4个小朋友是男生,4个小朋友是女生。在实际情境中,学生不仅体验了8的构成,更加深了对加法意义的理解,并且这一问题对学生而言,既有趣又提高了从图中获取信息的能力。

## 2. 提供丰富的素材,让学生理解数的相对大小关系,获得对大数的感受

比较数的大小是数的学习的重要内容,教材不仅仅停留在单纯地比较两个抽象数之间的大小关系上,而是提供了较为丰富的素材,使学生能在具体情境中把握数的相对大小关系,这是发展学生数感的重要方面。例如,在一年级下册“生活中的数”单元中,教材特别重视学生运用自己的语言描述数与数间的相对大小关系,如运用语言描述鸡85只、鸭42只、鹅34只这三个数的大小关系(100以内数的范围内),可以说鸡的只数比鸭的只数多得多,鸭的只数比鹅的只数多一些。

据一项调查表明,较大的数据在报纸杂志上时常出现,而学生对大数却缺乏体验,为了使学能更好地理解较大的数值信息,更好地适应日常生活,理解数的意义,建立数感,教材中安排了有关大数的感受与表示的内容,重点鼓励学生运用身边熟悉的事物,从多种角度对大数进行估计。例如,教材从长度、面积、体积、时间、质量等多种角度,设计了丰富多彩的活动,促使学生从多种角度对万、亿等大数进行感受。

### 3. 使学生能运用数表示日常生活中的一些事物, 并进行交流

数是现代社会人们表示、交流和传递信息的最有效手段。大至国际间军事情报、经济信息、科技动态的密码传递, 中至电话号码、邮政编码、车辆牌号、身份证号的表示, 小到学号、房间号, 可以说数字无处不在。因此, 教材鼓励学生运用数表示日常生活中的一些事物, 并进行交流。例如, 教材设计了实践活动, 鼓励学生调查班级编号、饭店房间号、电话号码、身份证号码是如何编排的, 以此为启发, 给学校的每个学生进行编码, 要求从每个学生的编码中能看出这个学生是哪年级哪班的、哪年入学的、是男是女。又如, 在五年级下册“百分数”的学习中, 要求学生分别调查并估计班级里男同学、近视眼的同学、睡眠时间不足10时的同学、喜欢唱歌的同学占全班人数的百分比, 以使学生感受到百分数在自己生活中的广泛应用。

## (二) 数的运算

我国数学课程一直将数的运算作为小学数学的主要内容, 重视培养学生的运算能力, 并且取得了很多优秀的成绩和宝贵的经验。但长期以来, 一些人对运算能力的理解并不全面, 将其仅仅等同于运算技能(即算得又对又快), 并且由于考试等原因对运算难度和速度的要求越来越高。另一方面, 在信息技术如此发达的今天, 是否还需要学生计算那样难的题目, 并且算得那样快。当然, 基本的运算技能是必需的, 但“基本”的标准是什么? 学生是否应将精力放在其他有价值的内容上? 还有哪些有“价值”的内容? 编写组在深入思考这些问题的基础上, 在数的运算内容中注重了以下几个方面。

### 1. 经历从实际情境中抽象出运算的过程, 关注对运算意义的理解

关于数的运算内容的设计, 教材首先注重使学生经历从实际情境中抽象出运算的过程, 关注对运算意义的理解; 建立实际操作与数学运算的内在联系, 使学生在实际操作中, 产生直觉经验, 找到数的运算的现实背景, 促进学生理解运算的含义及其性质, 并能自觉地运用于解决应用问题之中。

例如, 对于除法运算的引入, 传统教材总是人为地将除法划分为“等分除”(即将整体平均分成几份, 求每一份的数量)和“包含除”(即告诉每一份的数量, 求能将整体平均分成几份)。于是学生对运算意义的理解等同于将大量精力放在背诵“两种”除法的“意义”并在各种题型中“分辨”它们上。而事实上, 无论是“等分除”还是“包含除”, 它们都表示将整体分成若干相等的部分, 这正是除法的意义。为此, 教材在二年级上册学习除法前设计了四个“分一分”的活动, 它们是学生体会除法意义的重要基础。这里的“分一分”与过去教材的分物活动是有区别的, 过去分物活动有第一种分法(一个一个地分), 第二种分法(一份一份地分), 还要两种分法进行对比。这里的分物活动对分的步骤不作统一要求, 不出现等分除、包含除, 不要求学生说程式化的语言, 而强调学生利用自己的策略实际进行操作, 并在操作中体验除法的含义。四个“分一分”活动, 从开始的不是平均分到平均分, 每一个活动虽然分的物品不同, 分的数量不同, 所求的问题不同(每份有几个或可以分几份), 甚至在分配过程中可能出现有余数的情形, 但都是将整体分成若干相等部分的活动。学生在丰富的背景中, 在实际操作的基础上, 将体会到这些活动的共同点, 在此基础上教材安排了抽象出除法的意义和除法算式, 这样的安排水到渠成。接着教材又安排大量的生活中平均分的实例, 让学生能解释除法的意义, 并能应用除法的知识解决生活中一些简单的问题, 进一

步加深对除法意义的理解。也许有的人会怀疑没有学习过除法的运算,学生能得到分物活动的结果吗?其实,借助生活经验和亲身操作,学生完全可能获得最终的结果,并运用自己的方式记录下来,教学实践也证明了这一点。如,对于“分糖果”中的将20块糖平均分给5个小朋友的问题,有的学生可能会一次给每个小朋友分1块,直到分完20块;有的学生在第1次给每个小朋友分1块后,发现还剩不少块,于是第2次每个小朋友分2块,再每个小朋友分1块;有的学生对数量有比较好的感觉,可能一开始就每个小朋友分2块……学生将在不断调整的过程中,发展自己的数感和解决问题的策略。

## 2. 重视估算,能估计运算的结果

估算在日常生活中有着广泛的应用,它有利于人们事先把握运算结果的范围,是发展学生数感的重要方面。估算的能力和习惯,依赖于对数的理解(如数的相对大小、数的等价形式、数与数之间的关系),因此,它能帮助学生发展对数及其运算的理解,增强他们运用数及运算的灵活性,促进他们对结论的合理性的认识,提高他们处理日常数量关系的能力。同时,对于运算结果的把握,也有利于减少运算中的错误,培养学生对运算结果负责的态度。因此,教材重视培养学生运用估算解决问题和在计算前进行估计的意识和能力。

教材首先注重培养学生的估算意识,通过设计适当的情境,使学生体会到估算的必要性。然后,教材鼓励学生运用自己对数及其关系的理解对运算结果进行把握,并尝试根据问题需要运用不同的方法进行估算。例如,在一年级下册“两位数的连加”内容中,教材创设了“套圈游戏”的情境,未进行精确计算之前,先提出估计淘气是否能赢的要求,鼓励学生有意识地进行估算,并尝试运用不同的方法进行估算。同时,教材在加减法的学习过程中,安排了大量的估算活动,如50元可以买哪两种玩具,春游时哪两个班坐一辆车最合适等,都鼓励学生养成运用估算来解决问题或预先估计运算结果的习惯。又如,在二年级下册“生活中的大数”单元中,教材多处安排了估算的活动。有估计一篇文章大约多少字,估计有多少片树叶,估计一筒花生有多少粒等。在这些活动中,学生将尝试探索估算的策略,进一步理解数之间的关系,发展数感。特别是“将整体化为大致相等的局部,通过估计局部的数量进而估算整体的数量”的思路,是一种有效的解决问题的策略。

## 3. 鼓励运算方法的多样化

在尝试计算的过程中,学生经常会从自己的生活经验和思考角度出发,产生不同的运算方法。而传统教材往往忽视这些不同的方法,直接介绍给学生成人通用的方法。其实,学生能够而且应该“发明”自己的计算策略,这种“发明”对他们的数学理解是很有帮助的,同时也表明了学生解决问题策略的多样化。同时,所有学生都能从听取、反馈别人的方法中受益。此外,学生使用的策略也向教师显示了他们的思考方式和思维水平,这使得教师有机会反思并改进自己的教学。

本套教材各册一贯注重算法的多样化。例如,一年级上册“20以内数的加减法”内容中的“买铅笔”活动,教材创设了一个小动物买铅笔的情境:有15枝铅笔,卖出9枝,还剩多少枝?对于这个问题的解决,教材并没有用一种统一的方法,而是呈现了四种思考的策略:一根一根地减;把15分成10和5,  $10-9=1$ ,  $1+5=6$ ;把9分成5和4,  $15-5=10$ ,  $10-4=6$ ;  $9+6=15$ ,  $15-9=6$ 。又如,在一年级下册探索如何计算  $28+4$  时,教材呈现了摆小棒、利用计数单位的直观模型、运用计数器转化为已经学习过的知识进行口算、竖式计算等多种方法。这不仅体现了算法多样化,而且从多种角度揭示了“相同数位要对齐、满十进一”的道理。同

时,再一次使学生体会到利用模型(如计数单位的直观模型、计数器)、转化等是进行探索和解决问题的有效策略。教材安排的同一问题不同的算法,并不要求学生去掌握每一种算法,更不能认为解决这些问题就只有这几种算法,而是通过这些算法的展示,说明在解决问题时,存在着各种不同的办法。

也许有人会提出这样的疑问,直接教给学生如何计算学生完全可以掌握,何必要花费那么多时间在尝试、思考、讨论上,结果还不都是会做几道计算题。这里有一个价值取向的问题。如果仅仅是满足于会做几道计算题,显然学生单纯模仿是一个有效的途径。但义务教育的课程目标,强调使学生在知识技能、数学思考、解决问题、情感态度等多方面都获得发展,而这些目标(尤其是后三者)的实现应依靠丰富多彩的数学活动。正是在不断尝试、思考、讨论的过程中,学生不仅仅获得了知识技能,而且发展了自己数学思考、解决问题、合作交流的能力,获取了数学学习的自信心和意志力。

在“算法多样化”的实际教学中,还需要强调几点。一是,应给学生充分独立思考的时间,鼓励他们独立探索计算的方法,在此基础上的交流才是有价值的。二是,交流的必要性和充分性。学生自主地探索运算方法后,必须进行比较充分的交流。学生应学习澄清自己的思路,并运用自己的语言表达思维过程。还应学习倾听他人的方法,从而进行反思,最终选择并逐步掌握适合自己的方法。“蜻蜓点水”或无效的讨论不仅达不到思维碰撞的效果,而且有可能造成有的学生一无所获。三是,教师应注意发挥自己的作用。教师作为交流中的一员,不能以权威的身份将现成的方法强加给学生,但,他又完全有权利和义务提供自己认为最好的方法。另外,作为引导者,教师应采取积极的措施促进交流的有效和深入。四是,防止“过度”多样化。它的意思是指每一种方法的提出应是学生自己经过了思考,并且确实是解决问题的有效策略,这些方法在数学上具有一定的价值,代表了学生对数学不同程度的理解。而不能因为追求多样化而人为造出一些并无本质区别的“方法”。

#### 4. 掌握基本的运算法则和笔算技能,避免繁杂的运算

要获得对运算意义的理解,有效地运用运算来解决问题,就必须掌握基本的运算法则,具备基本的笔算技能。同时,加强估算,也需要有一定的运算技能作保证。因此,使学生掌握基本的运算法则和笔算技能是数与运算课程的重要内容之一。而我们国家在此方面一直是比较重视的,并且取得了一些宝贵的经验。本套教材注重学生对运算法则的探索和基本技能的掌握,并且根据小学生的认知特点,采取丰富多彩的形式保证他们技能的掌握,激发他们的学习兴趣。例如,在一年级下册“100以内数的加减法”的内容中,除了设计许多实际问题外,教材还提供了富有童趣的多种活动和游戏,如神奇算式的找规律活动、火星探险的数学游戏、谁先到家的竞赛、森林医生的诊断错误的活动,以激发学生的学习兴趣,帮助他们逐步提高运算的准确性和熟练程度。几年来的实验数据表明,按照教材的要求,本着循序渐进的原则,同时关注学生的差异性,进行有针对性的教学设计与辅导,学生的计算技能完全能达到《标准》规定的要求。

同时,教材严格按照《标准》中对运算技能的要求,避免繁杂的运算。这一方面是因为计算器和计算机等现代信息技术的飞速发展,对运算技能的要求应该降低。因为,有关数的繁杂运算,在实际生活中已经没有多少价值了。事实上,如果学生已经掌握了计算法则,会用笔算较为熟练地从事基本的四则运算,以后更为复杂的题目只可能提高学生的熟练程度和准确性,而对于他们加深对运算意义的认识并没有多少帮助。因此,应该使学生将更多的精

力投入到探索、推理和解决问题中，如对运算意义的理解、根据问题的需要选择适当的运算方法和运算工具、估算结果的合理性、运用运算解决问题和探索规律等，这些都是运算能力的重要内涵。另一方面，绝大多数的学生在今后的生活、学习和工作中并不需要这种熟练的技能，而这一学习过程却要花费学生相当多的时间和精力，甚至会影响他们学习数学的兴趣和信心，国内近年来有许多调查结果都表明了这一点。

#### 5. 利用计算器解决实际问题 and 探索规律

现代信息技术的发展对数学教育的目标、内容以及学习和教学的方式产生了重大的影响。数学课程要重视运用现代技术手段，特别是要充分考虑计算器和计算机对数学学习的影响，把现代技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具。将学生从大量繁杂、重复的运算中解放出来，把更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去。

计算器的作用不仅在于能够进行复杂的运算，更重要的是借助计算器学生可以解决更为实际的问题、探索更加富有挑战性的规律。因此，数与运算的学习中要重视计算器的使用。本教材在四年级引入计算器（四年级上册），对于计算器的引入，教材不满足于单纯介绍和计算，而是设计了利用计算器来探索规律的活动（如奇妙的宝塔、奇怪的142857、神奇的9、寻找神秘的数）。这些问题的重点不是进行计算，而是通过对计算结果的观察发现有趣的规律，以培养学生的探究能力。在引入计算器后，教材注意将其与课程内容适当结合，利用计算器来探索规律，处理实际问题中的复杂数据。

也许有人会担心，学生使用计算器是否会产生依赖心理，从而降低了他们的数学能力（特别是运算能力）。确实，我们要防止学生进行任何运算时都使用计算器，允许使用计算器，并不意味着淘汰传统的笔算。数学课程要培养学生能够决定什么时候需要计算器，能够选择使用估算、心算、笔算、计算器等多种方法进行计算，并且判断答案的正确性和有效性的能力。同时，计算器的引入也拓展了学生的数学能力，虽然机器接替了大量计算，但对机器的使用者来说，聪明地设计合理的算法和解释结果将变得很重要。学生将需要更加充分地理解运算的意义，需要对现实世界的数量知识有广泛了解，需要能估计出数量级，而这些能力并不是通过大量地训练笔算就能得到的。

但这里确实存在需要深入研究的问题。我们知道，必要的笔算训练对解决实际问题以及增强学生对运算的理解有重要的作用。那么，“必要”的标准是什么？计算器何时使用能够保证不削弱学生的基本笔算技能？更进一步，如何保证数学理解力与数学技巧之间的平衡？这些问题已经探讨了很长一段时间。一方面，国外一些资料记载了下面的事实：“对70多项调查研究的最新数据分析表明，计算器的合理使用能够增强学生对概念的理解力、解决问题的能力以及学习数学的积极性，对技巧的掌握并没有明显损害。”（《站在巨人的肩膀上》第90页，林恩·阿瑟·斯蒂恩编，胡作玄等译，上海教育出版社，2002）另一方面，一些数学教育工作者担心过多地使用计算器和计算机，将忽视对运算技能的培养，而会有碍于发展学生对概念的理解、解决问题的效率以及学习新的数学的能力。我们国家的数学教育工作者对此也正在做着积极的探索（如李士琦先生的文章《熟能生巧吗？》，载《数学教育学报》1996（3））。总之，对于这些问题的研究和争论还会持续下去，但在小学数学课程中合理地使用计算器已经成为了越来越多人的共识。

#### 6. 关注解决实际问题，并验证结果的合理性

能有效地解决日常生活中的问题，是学生学习数与运算的首要目标。教材中提供了丰富

的实际问题,鼓励学生根据运算的含义,运用适当的运算方法解决问题,并对结果的合理性加以检验。

谈到解决实际问题,我们就不能不讨论一下算术应用题的改革。算术应用题是传统小学数学课程的重要内容,目的也是培养学生运用数与运算的内容解决实际问题的能力。但算术应用题的设计和教学中存在着一些问题,主要表现在以下几个方面。第一,在学生解答的应用题中,很大一部分的内容远离他们的生活,造成了应用题“不应用”,有的甚至是人为编造的。第二,过于注重问题的类型和固定解法,套搬题型的现象比较严重。诚然,这样做可以提高学生解符合“题型”的问题时的速度。但设置应用题的目的是培养学生解决实际问题的能力,如果忽视对问题实际意义和数学意义的理解,只是套搬题型,学生解决问题的能力又如何能提高?第三,呈现形式单一,基本上是纯文字叙述,既无法激发学生解决问题的动机,又与信息及其呈现形式丰富的现实世界不相符合。以上这些问题都在一定程度上造成了学生一接触到生活中的实际问题,往往感到无从着手。为了真正提高学生解决实际问题的能力,必须对算术应用题进行改革,本套教材对此有以下做法。

第一,精简缺乏实际背景的、技巧性过高的算术应用题,正如数学家吴文俊先生指出的“不能在奇招怪招上消耗时间太多”。同时,增加富有现实意义的、与学生经验相符合的、具有一定数学价值的、具备一定探索性的问题。

第二,将解决实际问题作为数与运算学习的自然组成部分。包括数的认识、运算等内容的引入与展开,都力求来源于学生的实际生活,使学生从接触数学起,就建立数学与日常生活的天然联系,发展学生根据实际情境和运算意义解决问题的能力。例如,小数及其运算的内容,教材不但呈现了传统的购物情境,还在小数的加减中设计了比较选手的表现的问题,在小数的除法中设计了测量球的反弹高度的实践活动。并且安排了“激情奥运”的综合活动,综合运用小数的四则运算解决体育中的问题。这些丰富多彩的问题体现了数学的应用价值,激发了学生解决问题的兴趣,将解决实际问题与运算的学习自然地融合在一起。

第三,淡化人为编制的应用题类型及其解题分析,强调对问题实际意义和数学意义的真正理解,鼓励学生通过实际操作、思考讨论,寻找问题中所隐含的数量关系,探索解决问题的策略,并根据所学数学知识的意义加以解决。

第四,注重解决问题策略的多样化。解决问题活动的价值不只是获得具体问题的解,更重要的是学生在解决问题过程中获得的发展。其中重要的一点在于使学生学习一些解决问题的基本策略,体验解决问题策略的多样性,并在此基础上形成自己解决问题的某些策略。学生所采用的策略,在老师的眼中也许有优劣之分,但在学生的思考过程中并没有好坏之别,都反映出学生对问题的理解和所作出的努力。只要解题过程及答案具有合理性,就值得肯定。这为树立学生的自信心和培养他们的创新精神提供了很有价值的机会。因此,本套教材重视鼓励学生根据问题探索合理的策略,并加以交流。特别在第二学段中,教材借助一些生动有趣的素材,对一些解决问题的策略进行了适当总结。例如,五年级上册“尝试与猜测”专题中设计了有趣的鸡兔同笼问题。教材不将重点放在具体的解上,而是放在解决问题策略的学习上。教材体现了“尝试与猜测”的解决问题的重要策略,并运用列表的形式加以呈现。学生可以通过逐一列举所有可能的情况,并对这些情况分别进行检验,最终得到问题的结果;也可以在检验中加以调整,如“发现腿数还差得很多,多增加些兔子”,又如从一半开始检验(假设有一半是鸡)。这部分内容不仅使学生学习了解决问题的重要策略,还培养

了学生对数的感觉和估计的能力，使学生经历建立假设、检验假设的过程，发展学生自己进行判断的能力。

第五，人们在现实生活中接触到的问题，其信息往往是多途径的，对话、媒体、标牌、广告等都可能呈现出信息；呈现的形式也许是文字的、表格的、图画的；信息也许杂乱无章，需要你重新组织，而且经常是多余或不足的。因此，教材注重以多种形式（如表格、图形、漫画、对话、文字）提供信息、呈现问题。必要时，也可以鼓励学生对信息进行选择、判断或者是补充。

第六，强调对问题的解加以检验，不仅仅是检验解正确与否，更重要的是考查问题的解是否符合实际。

在这样的思想指导下的应用问题的教与学，学生学会了真正意义上的“具体问题具体分析”，学会了如何利用各种手段（图、表、文字、实物等）收集和处理问题中隐含的信息，学会了如何从问题中发现隐含的数量关系，学会了如何从多个角度思考问题，因而也就学会了“举一反三”，获得了初步分析问题、解决问题的能力。先期的实验表明，使用本套教材的学生到了中考年级，面对传统的“未曾谋面”的应用题，其考试成绩一样高于平行的“对比班”学生（北京海淀二里沟学区和吉林农安县的调查结果）。

### （三）常见的量

对于常见的量的学习，教材强调借助学生的生活经验，理解量的实际意义；从多种角度体会量的单位的实际意义；能根据实际问题选择合适的量的单位；能进行简单的单位换算；结合生活实际，解决与常见的量有关的简单问题。

例如，在二年级上册“时、分、秒”单元中，教材通过“2001年7月13日晚上10点08分北京申奥成功”这一情境，引入对时间的学习，然后安排了“关于钟面你知道些什么”的活动，目的是利用学生的生活经验认识钟表，而不是将钟表作为知识点介绍给学生。教材还设计了“1分能干什么”的内容，使学生通过心跳、读字、写字、拍球等熟悉的事物对1分有具体体验，并要求学生亲自估计1分的时间。又如，在三年级上册学习“千克、克”的认识时，教材设计了“掂一掂”“称一称”“估一估”等活动，使学生建立对“千克”和“克”的感受，在此基础上，再根据实际问题选择合适的单位，并解决一些简单的实际问题。

对于量的实际意义的关注是本套教材的又一亮点。

### （四）探索规律

建立模式、考查模式、寻求规律是数学学习的重要内容。国际数学课程发展的趋势表明，对变化规律和模式的探索、描述应从低年级非正式地开始，早期对变化规律的丰富经历是十分重要的。这一方面是由于现实世界和数学内容中蕴涵着丰富的规律，这为学生从小学阶段加强这方面的探索提供了大量的素材。另一方面，运用符号刻画数量关系和变化规律是代数学习的主要内容。而一些研究表明，学生对它的学习存在着困难。比如，学生在字母表示数中存在的困难。又如，关于相等的概念，学生在数与运算的学习中通常把它作为计算的符号，而在代数学习时需要把相等符号作为两个式子相等和平衡的符号。这些困难的存在，需要学生从低年级开始就对变化规律、模式、符号等非正式地接触，以为后来的正式学习奠定丰富的感性基础。