

土

木

工

程

系

列

画法几何

(第2版)

■ 谢步瀛 主编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS



土木工程系列丛书

画 法 几 何

(第 2 版)

谢步瀛 主编



内 容 提 要

本书共 13 章,内容主要有:点、直线、平面、直线与平面、平面与平面的相对位置、投影变换、多面体、曲线和曲面、立体表面展开、立体相贯、轴测投影。第 13 章正多面体和空间结构是为配合研究性学习提供的素材。

本书可作为高等学校本科土建类专业的教材,也可供成人继续教育的同类专业选用。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/谢步瀛主编. —2 版. —上海:同济大学出版社,2010.8

ISBN 978-7-5608-4251-6

I. ①画… II. ①谢… III. ①画法几何—高等学校—教材 IV. ①O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 014324 号

画法几何(第 2 版)

谢步瀛 主编

责任编辑 解明芳 责任校对 徐春莲 封面设计 潘向葵

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟市大宏印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 12.75

字 数 310 000

印 数 1—3 100

版 次 2010 年 8 月第 2 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-4251-6

定 价 23.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

第 2 版前言

本书根据教育部工程图学教学指导委员会最新修订的《工程图学课程教学基本要求》精神,在第 1 版的基础上修订而成。本版保留了第 1 版的一些主要特色,做了以下内容的增删修订。

1. 所有文字作了删简,插图作了修整。
2. 投影变换一章的插图作了重新设计。
3. 直线主要采用两端点标注的方式,减少了单字母标注方式。
4. 立体的投影增加了示意图。
5. 删除了标高投影的内容。
6. 增加了正多面体和半正多面体的展开图。

参加本书修订的有:谢步瀛(第 1 章、第 13 章)、董冰(第 2—7 章)、刘政(第 8—12 章)。热忱欢迎读者对本书批评指正。

编者

2009 年 9 月

第1版前言

画法几何这门课要求学生通过理解和想象来表达并绘制几何形体。这是有志于成为工程技术人员的学习者,从一开始就必须掌握的基础和技能。画法几何课程是工程图学理论的基础,相对于其他一些课程,画法几何是一门比较传统的“古老”的学科。然而,画法几何所具有的“传统”、“古老”的特点,并不说明画法几何课程的教学就应该采用古老的、传统的方法。恰恰相反,不论是借鉴许多长期从事画法几何学科教学的教师经验,还是参照近现代发展起来的教学方法论和学习心理学等科学理论,我们有充分的理由认为,认真地探索并切实可行地改进画法几何课程的教学方法是很有必要的。

画法几何是一门理论性很强的专业基础课程。同时,画法几何还具有与工程实践密切联系的特点。也就是说,人们在工作和生活中遇到的各种各样的事物,往往都可以成为画法几何学习过程中理论联系实际的对象。为了培养学生在学习本课程时理论联系实际的习惯和能力,我们认为,在教学过程中应该指导学生学会这种思维方法。也就是说,在教师的指导下,学生能主动地获取知识,应用知识和解决问题。

本教材结合科学研究和工程技术的实际,选择了一些有意义的几何形体作为研究和练习的对象,并有条理地编排了与之相关的平面几何、立体几何和解析几何的知识内容。希望这种通过与平面、立体、解析几何知识的密切结合来学习画法几何基本原理的方法,能够成为画法几何课程改革创新的一次成功的尝试。

本教材为学生的研究性学习提供了很多对象和素材。特别是,“多面体和空间结构”一章作为一个独立部分,从平面几何、立体几何、解析几何、投影原理等角度讨论多面体和空间结构的性质,给学生留下了大量想象空间和发挥空间,学生可以从中选择课题,制作模型,编制程序,撰写论文。

本书提供了一些讨论题和思考题供教师和学生参考。教师在采用本教材授课时,可以多提出问题,以引导学生讨论;最好是能启发和鼓励多提问题,提出更实际的问题。学生积极地提出问题,讨论问题,解决问题,就是向研究性学习迈进了一大步。

为了帮助学生理论联系实际,使得画法几何理论与工程技术和生活实践密切地结合起来,本教材编排了一些源于实际应用的例题和习题。我们认为,是否有能力设计出合适的应用题,可以作为判断学生学习效果的重要指标。因此,应该鼓励学生设计出应用题,例如,可以给出某些条件,在作业和考试中安排应用题的设计任务,然后根据题目的质量评分。问题讨论是本课程的重要内容。每章后留有思考题,与本书配套使用的《画法几何习题集》也相继出版。

本教材的网络版在网址为 <http://structure.tongji.edu.cn/> 的网站上刊载。

本书作为高等学校本科土木类各专业的教材,也可供其他类型学校,如职工大学、函授大学等有关专业选用,也可供有关专业的技术人员作为参考书。

参加本书编写的有:谢步瀛(第1章、第13章)、董冰(第2—7章)、刘政(第8—12章),由谢步瀛主编。

热忱欢迎读者对本书批评指正。

编者

2002年6月

目 录

第 2 版前言

第 1 版前言

1 概论	(1)
1.1 画法几何的任务	(1)
1.2 投影	(2)
1.3 工程图种类	(3)
1.4 画法几何发展简述	(5)
2 点	(6)
2.1 点的投影	(6)
2.2 两点的投影	(10)
复习思考题	(12)
3 直线	(13)
3.1 直线的投影	(13)
3.2 直线对投影面的相对位置	(14)
3.3 直线上的点	(17)
3.4 两直线的相对位置	(20)
复习思考题	(26)
4 平面	(28)
4.1 平面的表达	(28)
4.2 平面上的点和直线	(30)
4.3 平面对投影面的相对位置	(31)
复习思考题	(36)
5 直线与平面、平面与平面	(38)
5.1 平行	(38)
5.2 垂直	(39)
5.3 相交	(43)
5.4 点、直线和平面的图解方法	(49)
复习思考题	(56)
6 平面立体	(58)
6.1 平面立体的投影	(58)
6.2 平面立体的表面展开	(63)
复习思考题	(64)
7 投影变换	(66)
7.1 投影变换的目的和方法	(66)

7.2	辅助投影面法	(67)
7.3	旋转法	(76)
	复习思考题	(83)
8	平面立体相交	(84)
8.1	平面与平面立体相交	(84)
8.2	直线与平面立体相交	(88)
8.3	两平面立体相交	(90)
8.4	坡屋顶屋面的投影	(94)
8.5	平面立体组成的工程形体	(99)
	复习思考题	(101)
9	曲线	(102)
9.1	曲线的一般知识	(102)
9.2	圆周的投影	(104)
9.3	圆柱螺旋线	(106)
	复习思考题	(108)
10	曲面和曲面立体	(109)
10.1	曲面的一般知识	(109)
10.2	可展曲面	(110)
10.3	扭面	(117)
10.4	旋转面	(121)
10.5	螺旋面	(124)
10.6	不可展曲面的近似展开	(126)
	复习思考题	(129)
11	曲面立体相交	(131)
11.1	平面与曲面立体相交	(131)
11.2	直线与曲面立体的相交	(140)
11.3	平面立体与曲面立体相交	(143)
11.4	两曲面立体相交	(146)
11.5	曲面立体组成的建筑形体	(152)
	复习思考题	(153)
12	轴测投影	(155)
12.1	轴测投影的基本知识	(155)
12.2	轴测投影的画法	(160)
12.3	轴测投影的类型选择	(168)
	复习思考题	(171)
13	正多面体和空间结构	(172)
13.1	正多面体	(172)
13.2	半正多面体	(176)
13.3	平面和空间的均分	(183)

1 概 论

1.1 画法几何的任务

在日常生活中,可以看到各种各样的形体,例如,上海东方明珠电视塔是若干圆柱、圆球、圆锥的组合体,图 1-1a)。因为,当研究空间物体在平面上如何用图形来表达时,由于空间物体的形状、大小和相互位置等各不相同,不便以个别物体来逐一研究。并且为了使得研究时易于正确、深刻和完全以及所得结论能广泛地应用于所有物体,因此,采用几何学中将空间物体综合和概括成抽象的点、线、面、体等几何形体的方法,图 1-1b)是上海东方明珠电视塔的抽象模型,先研究这些几何形体在平面上如何用图形来表达的方法(即下述的投影方法)以及如何通过作图来解决它们的几何问题,这就形成了画法几何这门学科。

画法几何是研究在二维平面上图示空间几何形体和图解空间几何问题的理论和方法的学科。主要研究空间几何元素(点、线、面)及其相对位置在平面上的表示方法;研究在平面上用几何作图的方法来解决空间几何问题。

用图解法解决空间几何问题,在生产中是一种重要手段。例如,土木工程中,估算施工现场的土石方作业和工程量。图解法与计算法相比,由于仪器工具的限制,在精度上有一定的局限性,但在一定精度要求范围内,比计算法来得简便迅速。

在学习图示法和图解法的过程中,能培养和发展空间想象力和空间构思能力。因此,锻炼和提高这方面的能力,也是学习画法几何的任务之一。

画法几何与工程制图有密切关系。画法几何为工程制图中用图形表达机件和有关图解法提供了基本原理和基本方法。本着理论联系实际的原则,在学习中应该注意画法几何与工程制图的联系和配合。

20 世纪 50 年代以来,计算机绘图和图形显示技术不断发展,人工绘制工程图样必将愈来愈多地由计算机所取代。但在对空间几何问题的计算机描述中,仍将以画法几何的某些方法作为算法的基础之一,而画法几何亦将为适应计算机化的需要而有所更新和改革。这也是当今学习和研究画法几何时需考虑的一个方面。

高等工业学校工程专业的学生,不论在以后专业课的学习、课程设计和生产实习中,以及毕业后在工作岗位上,都必须具有有关的知识和制图能力。因此,所有高等工科学学校的各工程专业的教学计划里,都把画法几何列为必修的基础技术课,以培养学生图示空间几何形

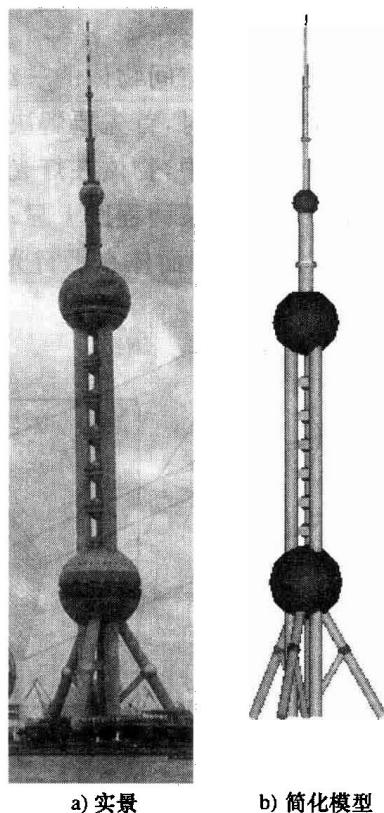


图 1-1 上海东方明珠电视塔

体和工程上物体的能力,以及解决几何问题的能力。

在学习本课程过程中,还要培养和发展空间想象能力、逻辑思维能力和动手能力,培养耐心细致的工作作风和认真负责的工作态度,并且,在以后有关课程的学习和生产实践中,结合专业内容和生产实际来巩固和提高。

1.2 投影

1.2.1 投影法

投影是通过空间物体的一组选定的直线与一个选定的面交得的图形。在平面上用图形来表示空间形体时,首先要解决如何把空间形体的形象表示到平面上去。

在日常生活中,物体在灯光和日光照射下,会在地面、墙面或其他物体表面上产生影子。这种影子常能在某种程度上显示出物体的形状和大小,并随光线照射方向等的不同而变化。图 1-2a)为空间四面体在平行光线照射下,于平面上形成影子的情况。

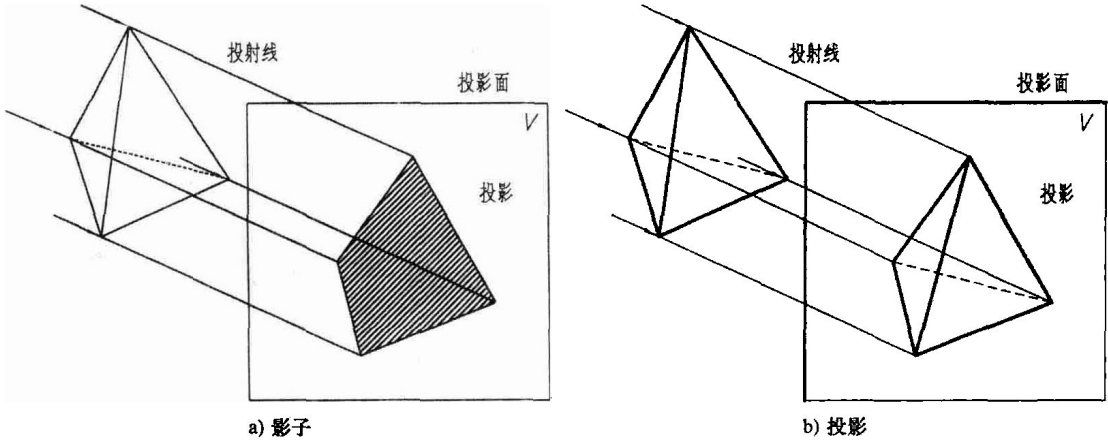


图 1-2 影子和投影

在工程上,人们就把上述的自然现象加以抽象来得到空间形体的图形,如图 1-2b)所示。这时,我们规定:影子落在一个平面上,并且光线可以穿过物体,使得所产生的“影子”不像真实影子那样黑色一片,而能在“影子”范围内由线条来显示物体的完整形象;此外,对光线方向也作了某些选择,使其能产生合适的“影子”形状。这种应用通过空间物体的一组选

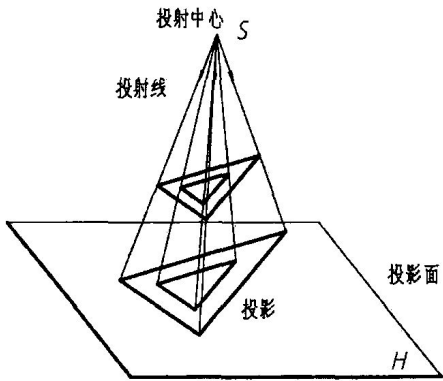


图 1-3 中心投影

定直线,在一个选定的面上形成的图形,即为物体在该面上的投影,投影所在的面,称为投影面,本书的投影面均为平面;形成投影的直线,称为投射线;这种应用投射线在投影面上得到投影的过程称为投射,这种方法称为投影法。

1.2.2 投影的种类

按照投射线相互之间关系和对投影面的方向不同,投影分:投射线从一点出发的投影,称为中心投影,如图 1-3 所示,该点 S 称为投影中心;投射线互相

平行的投影,称为平行投影,如图 1-4 所示。平行投影中,投射线与投影面斜交时的投影,称为斜投影,如图 1-4a)所示,投射线与投影面正交(垂直)时的投影,称为正投影,如图 1-4b)所示。

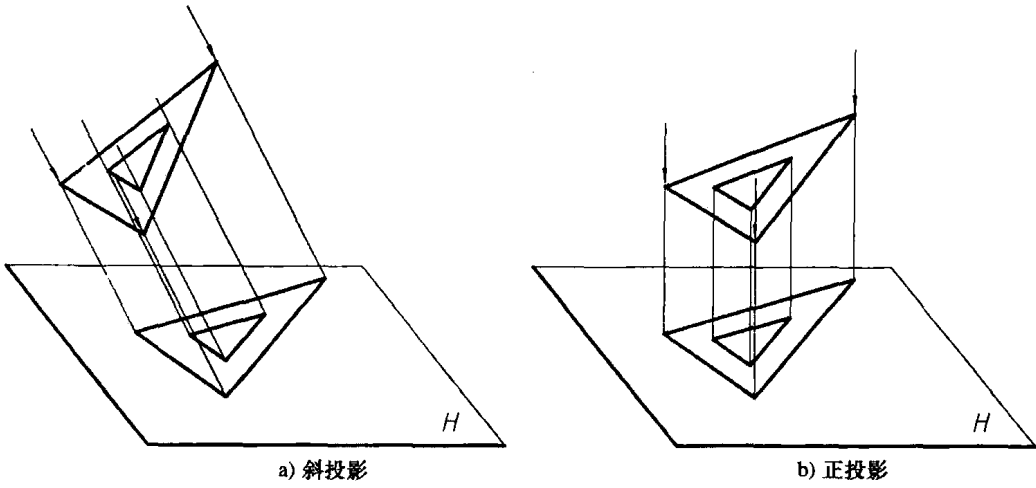


图 1-4 平行投影

1.2.3 平行投影的性质

平行投影有以下性质:

- (1)平行两直线的投影仍互相平行(图 1-5),如果 $AB \parallel CD$,则 $ab \parallel cd$ 。
- (2)属于直线的点,其投影属于直线的投影(图 1-6)。如果 $G \in EF$ 则 $g \in ef$ 。
- (3)点分线段的比值,投影后保持不变(图 1-6),即 $EG : GF = eg : gf$ 。

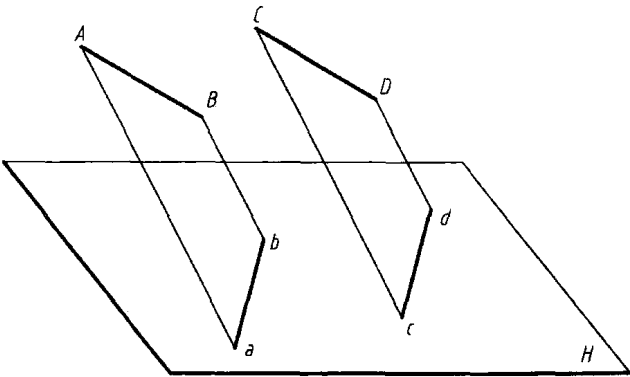


图 1-5 平行直线的投影

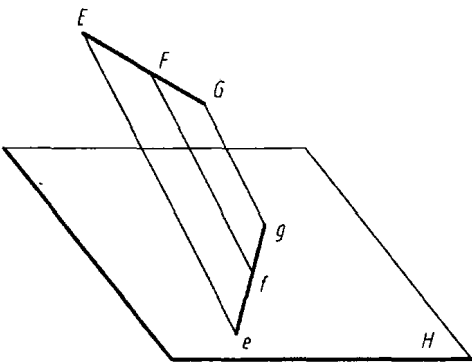


图 1-6 线段与投影之比

1.3 工程图种类

按投影方法分,工程图中最常用的有下列三种:透视图、轴测图、正投影图。

1.3.1 透视图

透视图是用中心投影法将物体投射在单一投影面上所得到的图形。

图 1-7 为一座房屋的透视图。这种图有较强的立体感和真实感,但不能反映物体的真实形状和大小,且作图较繁,一般仅用作表示建筑物等的表现图。

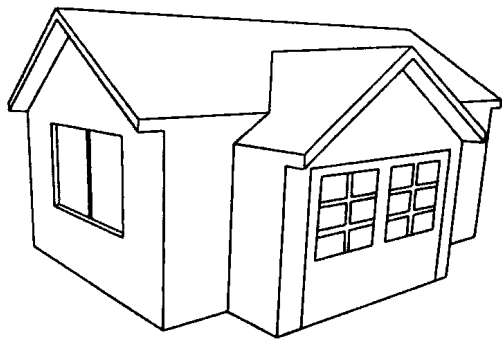


图 1-7 房屋的透视图

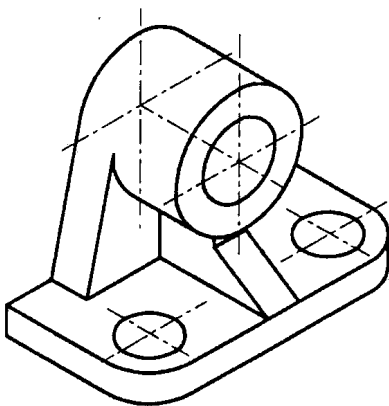


图 1-8 机件的轴测图

1.3.2 轴测图

轴测图是将物体连同其参考直角坐标系,沿不平行于任一坐标面的方向,用平行投影法将其投射在单一投影面上所得到的图形。

图 1-8 为一个机件的轴测图。这种图也有立体感,有的并能反映物体上某些方向的形状和大小,但不能反映整个物体的真实形状。与透视图相比,作图较简单。常用作各种工程上的辅助性图,详细内容参见 5.10 节。

1.3.3 正投影图

正投影图是一个物体在一组投影面上的正投影。

图 1-9 为一个机件的正投影图。这时,每个投影能反映物体在某个方向的实际形状和大小,是主要的工程图。图中除了投影以外,还要根据国家标准注以尺寸和各种符号。

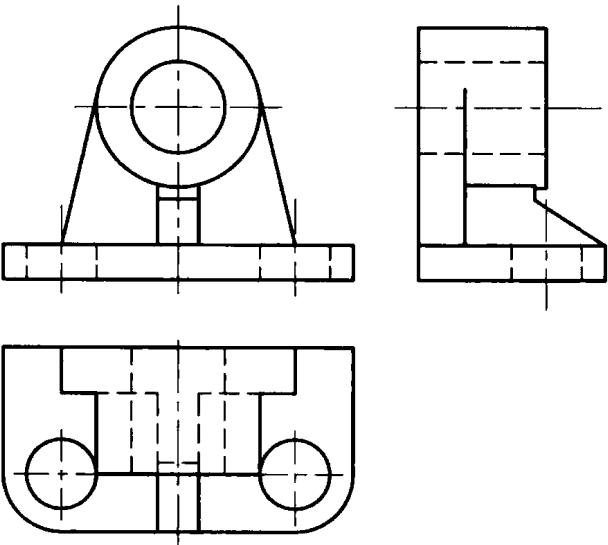


图 1-9 机件的正投影图

1.4 画法几何发展简述

我国是一个历史悠久的国家,创造了大量灿烂文化,在工程图方面也有不少成就。

在现存的大量汉代的画像砖和画像石上的图画,包含有透视图、轴测图和正投影图等形状的房屋、桥、车辆等形状的图形。又如现存的河北平山县战国时中山王墓中的一件铜制的建筑规划的平面图(940mm×480mm),比例为1/500,有文字标明尺寸。还有现存的宋平江图(平江即今苏州)石刻(2020mm×1360mm),是宋绍定三年(1229年)重建时石刻,为一幅城市规划图。

著作有:刊于宋崇宁四年(1106年)李明仲的《营造法式》,是一本建筑格式的书籍,共三十六卷,有大量房屋图。宋苏颂(1020—1101年)所著《新仪象法要》,有天文仪器的立体装配图以及零件的单面投影图等。此外,元王桢著的《农书》(1313年)、明宋应星著的《天工开物》(1637年)等,都附有很多图样。

作图理论方面,如南北朝宋炳《山水画序》有:“张素绢以远映,则昆阆之形,可围于方寸之间”,其论述与现代透视投影原理类似。

仪器工具方面,如现存的汉武氏祠石像上有伏羲拿矩、女娲拿规的象,规、矩相似于现今的圆规和角尺。

比例方面,在汉代《周髀算经》中有:“以丈为尺,以尺为寸,以寸为分”的画图比例。如上述中山墓中石刻,应用了1/500的比例。

由上所述,可见我国的工程图学已有很长历史,在此不一一列举。

国际上,特别是法国科学家加斯帕·蒙日(Gaspard Monge,1746—1818年)于1795年发表了多面投影法的著作——《画法几何》(我国有译本,1984年廖先庚译),画法几何形成了一门独立的学科,奠定了图示和图解的理论基础。

开始时,图是徒手绘就的。后来,逐渐应用尺和仪器来手工绘制。近二三十年来,由于计算机技术和理论的发展,现在,大量的工程图已应用计算机绘图技术来绘制,使得工程图进入一个崭新的时代,也为画法几何提供了新的发展空间。

2 点

2.1 点的投影

当忽略一个物体的几何形体时,可把其抽象地当作一个质点。例如,在研究宇宙星系时,由于星球间距离是以光年为单位的,所以,即使像太阳这样大的球体,我们也可把它当作一个质点。忽略物体的形体,主要是为了方便研究其空间位置。

2.1.1 点的单面投影

一点在一个投影面上有唯一的一个正投影,因为当一点与投影相对位置取定后,由该点只能作一条垂直于投影面的投影线,与投影面交于一点。如图 2-1 所示,设空间有一点 A 和一个投影面 H ,通过 A 点只能作一个垂直于 H 面的投影线 Aa ,与 H 面只能交得一个正投影 a 点。

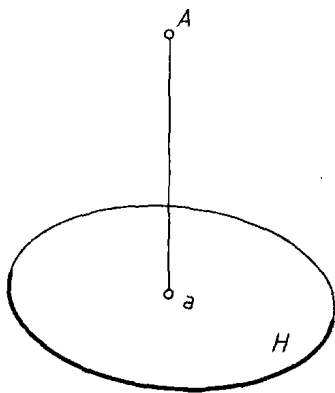


图 2-1 点的正投影

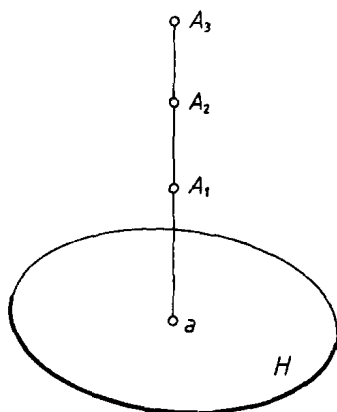


图 2-2 同一条投影线上点的投影

根据一点在一个投影面上的一个正投影,不能确定该点在空间的位置,因为它离投影面的高度(z 坐标)不确定。如图 2-2 所示,同一条投影线上各点如 A_1 、 A_2 、 A_3 等在 H 面上的正投影重叠于一个 a 点,因而仅由正投影 a 点,不能确定 A 点在空间与投影面 H 的相对位置。

在本书中除了轴测投影和透视投影的章节以外,讨论的都是正投影。为叙述简洁起见,以后把正投影简称为投影;此外,正投影中投影线必定垂直于投影面,一般也不再说明。

2.1.2 点的两面投影

单凭一点在投影面上的投影,不能确定该点在空间的位置。因此,如图 2-3a)所示,取两个相互垂直的投影面,组成两投影面体系。一个是水平的投影面,用字母 H 表示,称为水平投影面,简称 H 面;另一个是正对观察者的直立投影面,用字母 V 表示,称为正立面投影面,简称 V 面。它们相交于一条水平直线,用字母 OX 表示,称为投影轴 OX ,简称 X 轴。

现设空间有一点 A ,由点 A 分别向 H 面和 V 面作投影线 Aa 和 Aa' ,交点 a 和 a' 就是 A 点在 H 面和 V 面上的投影,分别称为 A 点的水平投影和正面投影,也称为 H 面投影和 V 面投影。

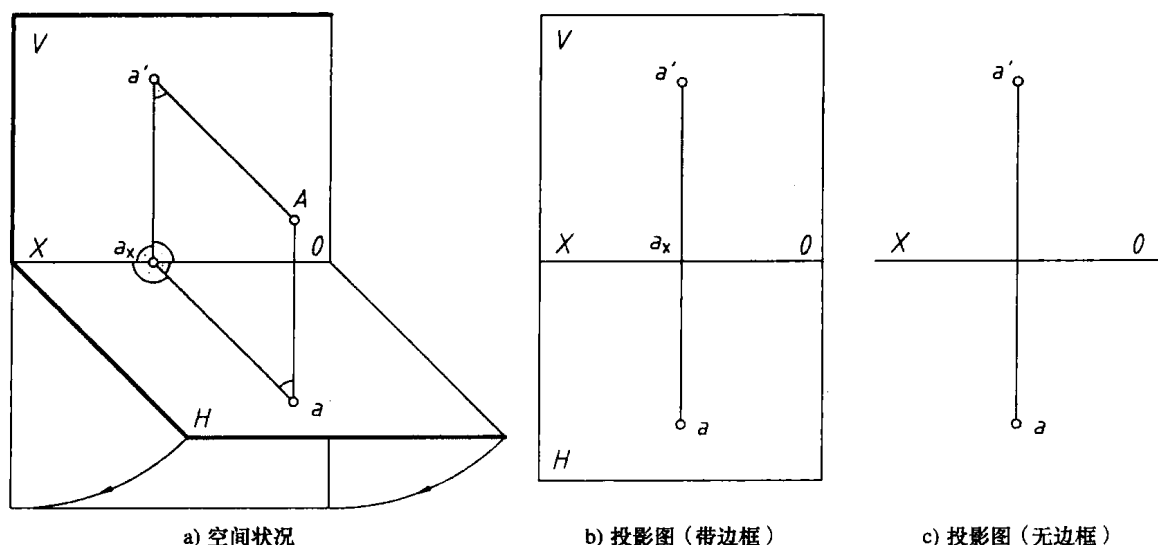


图 2-3 点的两面投影

以后规定,为了说明需要,图中点及其投影用小圆圈表示;空间点用大写字母(或罗马数字)表示; H 面投影用对应的小写字母(或阿拉伯数字)表示; V 面投影用小写字母(或阿拉伯数字)加上标'表示,如 a' 。

根据一点在两个互相垂直的投影面上的两个投影,可以确定该点在空间的位置。如图 2-3a)中, a 点和 a' 点为空间一点 A 在 H 面和 V 面上的投影,可通过 a 和 a' 分别引 H 面和 V 面的垂直线 aa' , $a'a$,它们的交点就是 A 点在空间的位置。 a 反映了 x 、 y 坐标、 a' 反映了点的 x 、 z 坐标,两个投影就确定了点的空间坐标 x 、 y 、 z 。

为了要在一个平面(如纸面)上表示出空间两个投影面上的投影,就要把空间两个投影面上的投影放在一个平面上。为此,如 V 面作为不动,把 H 面绕了 X 轴向下旋转,使得与 V 面重合,如图 2-3b)所示。这种投影面重合后得到的多面投影,称为投影图。在投影图中, V 面位于 H 面上方, H 面位于 X 轴下方。因为投影面的大小是任意的,所以,不必画出投影面的边框,如图 2-3c)所示。同时,也不必注出 H 、 V 甚至 OX 等字母。

2.1.3 点的三面投影

虽然一点的两面投影已能确定该点在空间的位置,但在某些情况下,需要作出点在两个以上投影面上的投影。

如图 2-4a)所示,除了投影面 H 、 V 以及 A 点和它的投影点 a 和 a' 以外,另设有一投影面 W 同时垂直于 H 面和 V 面,组成一个三面投影体系。该面是一个位于右侧的直立平面,称为侧立面投影面,简称 W 面。它与 H 面、 V 面的相交直线,分别称为投影轴 OY 和投影轴 OZ ,简称 Y 轴和 Z 轴。三条轴垂直相交于一点 O ,称为原点。

现由 A 点向 W 面作投影线 Aa'' ,交点 a'' 就是 A 点在 W 面上的投影,称为侧面投影,也称为 W 面投影。标记时,用小写字母右上角加''表示。如 A 点的 W 面投影,则用 a'' 表示。当点用罗马数字表示时,则用对应的阿拉伯数字右上角加''表示。

为了使三个投影面上的投影,成为在一个平面上的投影图,除了 V 面不动, H 面向下旋转入 V 面外, W 面则绕了 OZ 轴向右旋转得与 V 面重合,结果如图 2-4b)所示,该图已省去

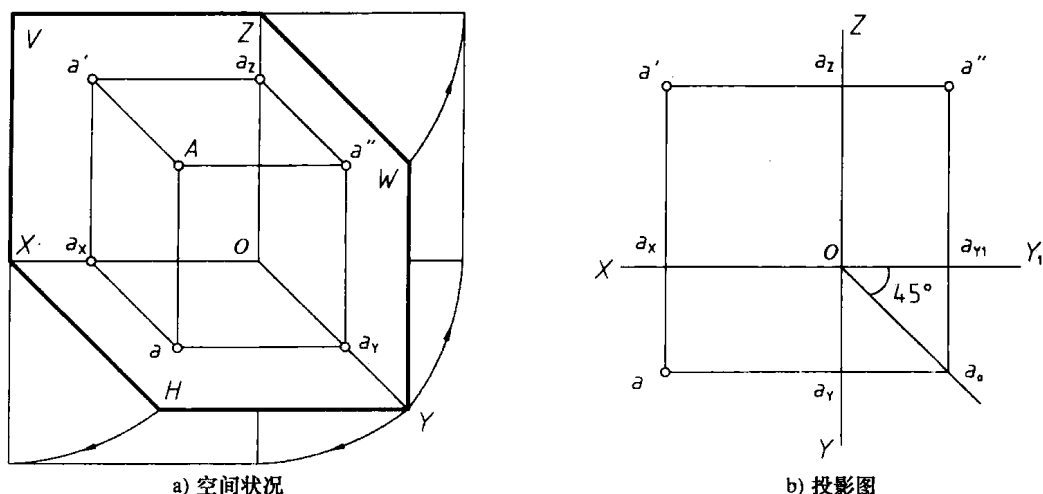


图 2-4 点的三面投影

投影面边框。这时, Y 轴分成两条, 在 H 面上的仍用 Y 表示, 在 W 面上的用 Y_1 表示。

2.1.4 点的投影特性

在投影图上, 点的投影具有下列特性:

(1) 一点的投影连系线垂直于投影轴。投影图上, 一点的两个投影之间连线, 称为投影连系线, 简称连系线。如图 2-3c) 中连系线 aa' , 应垂直于 X 轴。

因为, Aa 和 Aa' 决定了一个平面 aa_xa' (图 2-3a)), 它与 H 面、 V 面交于直线 aa_x 、 $a'a_x$, 并与 X 轴交于 a_x 点。该平面因包含了垂直于 H 面、 V 面的垂直线 Aa 、 Aa' , 所以也垂直 H 面和 V 面, 同时 H 面和 V 面本身也是垂直的, 因而形成三个互相垂直的平面 Aaa_xa' 、 H 面和 V 面, 它们间交线也必互相垂直, 即: $aa_x \perp OX$ 、 $a'a_x \perp OX$ 和 $aa_x \perp a'a_x$ 。

当 H 面旋转入 V 面时, H 面和 V 面上图形保持不变, 所以互相垂直的直线仍互相垂直, 即 $aa_x \perp OX$ 、 $a'a_x \perp OX$ 。因而在投影图上, aa_x 和 $a'a_x$ 位于一条垂直于 X 轴的直线 aa' 上, 即连系线 $aa' \perp OX$ 。也就是一点的两个投影一定位于垂直于投影轴的连系线上,

投影图上, 连系线用细直线表示。一点的连系线与投影轴的交点, 用对应于该点的大写字母于右下角加 X 表示。

(2) 一点的一个投影到投影轴的距离, 等于该点到相邻投影面的距离。如图 2-3c) 上, H 面上线段 aa_x , 反映了 A 点到 V 面的距离; V 面上线段 $a'a_x$, 反映了 A 点到 H 面的距离。

因为在上述的图 2-3a) 的平面图形 Aaa_xa' 中, 除了 $aa_x \perp a'a_x$ 外, 还有 $Aa \perp H$ 及 $Aa' \perp V$, 所以 $Aa \perp aa_x$ 及 $Aa' \perp a'a_x$ 。因此图形 Aaa_xa' 是一个矩形, $aa_x = Aa'$ 、 $a'a_x = Aa$, Aa' 、 Aa 分别为 A 点到 V 面和 H 面的距离。

根据点在 H 面和 V 面上的两面投影图的特性, 就可得出三面投影图的特性。

如在 V 面和 W 面投影中(图 2-4a)), 因为 Aa' 和 Aa'' 决定一个平面 $Aa'a_z a''$, 与 Z 轴交于 a_z 点, 与 V 面、 W 面的交线 $a'a_z$ 、 $a''a_z$ 均垂直于 Z 轴。重合后, 连系线 $a'a'' \perp Z$ 轴, 呈水平方向。此外, 平面 $Aa'a_z a''$ 也为一矩形, $a'a_z = Aa''$, 表示 A 点到 W 面的距离; $a''a_z = Aa'$, 表示 A 点到 V 面的距离。

同样, Aa 和 Aa'' 所决定的一个平面 $Aaa_y a''$ 与 Y 轴交于 a_y 点, 与 H 面、 W 面的交线

$aa_Y, a''a_Y$ 垂直于 Y 轴。投影图(图 2-4b))中, a_Y 分成两点, 分别用 a_Y 及 a_{Y_1} 表示。除了 $Oa_Y = Oa_{Y_1}$ 外, 连系线的一段 $aa_Y \perp OY$, 为水平方向; 另一段 $a''a_{Y_1} \perp OY_1$, 呈垂直方向。它们的延长线的交点 a_0 , 位于一条通过 O 点的 45° 方向的斜线上。图形 $Aa'a_Ya''$ 同样是一个矩形, $aa_Y = Aa''$, 表示 A 点到 W 面的距离; $a''a_{Y_1} = Aa'$, 表示 A 点到 H 面的距离。

由上所述, 在三面投影体系中, 由一点的任意两个投影, 均可表示一点在空间与投影面的相对位置。因此, 空间一点可以由三个投影中任意两个来表示, 也可由任意两个投影作出第三个投影。

以后如无特殊需要, a_X, a_Y, a_Z 和 a_0 等点的小圆圈和文字标记均可省略。点 a_0 及 45° 斜线只是作图时用, 无专门名称, 以后作图过程中也无需作出。 O, X, Y, Z 等字母亦可省略。

2.1.5 特殊位置的点

图 2-3a) 和图 2-4a) 中, 点 A 都不位于投影面上。实际上, 一点也可能位于投影面上或在投影轴上, 甚至与原点重合形成三种特殊位置的点, 它们的投影可以恰在投影轴上或于原点重合, 如图 2-5 所示。

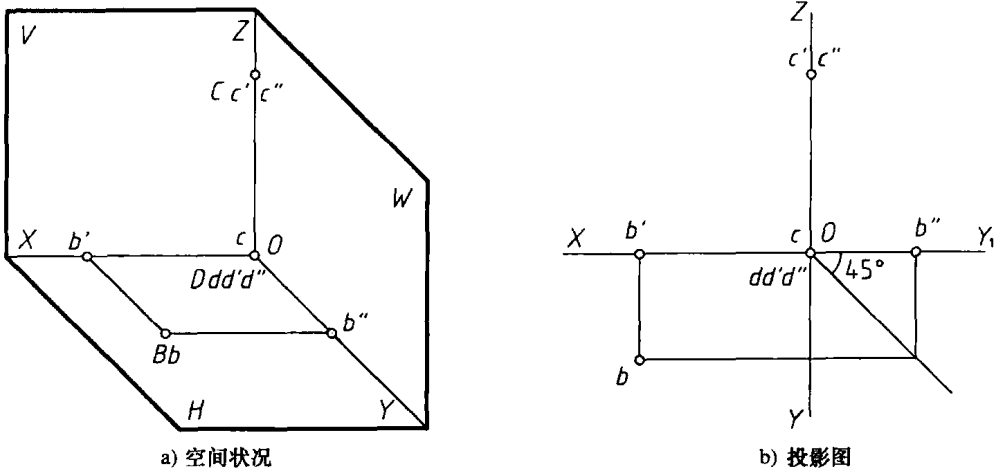


图 2-5 特殊位置的点

投影面上的点, 一投影重合该点本身, 另外的投影在投影轴上。如图中 B 点位于 H 面上, H 面投影 b 与 B 点本身重合; b' 点位于 X 轴上; b'' 位于 Y 轴上, 投影图中, 因 b'' 位于 W 面上, 应画在属于 W 面上的 OY_1 轴上。

投影轴上的点, 两投影重合于该点本身, 另外一投影与原点 O 重合。如图中 C 位于 Z 轴上, 它的 V 面和 W 面投影 c' 和 c'' 与本身重合, H 面投影 c 则与原点 O 重合。

一点与原点重合, 它的三个投影亦均与原点重合。如图 D 点与原点 O 重合, 它的三个投影 d, d' 和 d'' 均与原点重合。

2.1.6 坐标

根据一点的坐标, 可以作出该点的投影图; 反之, 根据投影图, 也可以量得该点的坐标。如将投影轴 X, Y 和 Z 视为解析几何里的坐标轴, 则投影面即为坐标面。于是 A 点到 W 面、 V 面和 H 面的距离 Aa'', Aa' 和 Aa , 由于相应地平行于 X, Y 和 Z 轴, 故分别称为 A 点的 X 坐标、 Y 坐标和 Z 坐标。 A 点的坐标用字母 x_A, y_A 和 z_A 表示, 并用形式 $A(x_A, y_A, z_A)$

表示 A 点及其坐标。如图 2-4 中, $x_A=15, y_A=10, z_A=20$, 写成 $A(15, 10, 20)$ 。本书中尺寸单位, 除了标高投影中用米(m)以外, 其余均以毫米(mm)为单位, 所以, 尺寸数字后不必注以单位的文字或字母等。

在投影图中, 如图 2-4a) 所示, 由直线 Aa 、 Aa' 和 Aa'' 等组成的长方体, 坐标可以由下列线段表示:

$$\begin{aligned}x_A &= Oa_X = a_Y a = a_Z a'' \\y_A &= Oa_Y = a_X a = Oa_{Y1} = a_Z a'' \\z_A &= Oa_Z = a_X a' = a_{Y1} a''\end{aligned}$$

这样, 就建立起解析几何中坐标与画法几何中投影之间的关系。

2.1.7 轴测图

有了一点以及它的一个投影的轴测图, 可以画出其投影图; 反之, 有了一点的投影图, 亦可画出反映空间状况的轴测图。也可由一点的坐标画出其轴测图; 反之, 也可由轴测图量出坐标。

如图 2-3a) 和图 2-4a) 等表示的图形, 称为轴测投影或某种形式的轴测图(有关内容详见轴测投影章节)。图中 V 面形状不变, OY 轴采用与水平线成 45° 的倾斜方向, 所以原来边框为矩形的 H 面和 W 面, 均变为平行四边形了。空间互相平行的直线, 在轴测图中仍互相平行, 在各轴上以及平行各轴的直线, 均可按实际尺寸量取长度。

2.2 两点的投影

当研究太阳与地球或地球与月亮的相对位置或距离时, 我们把太阳和地球或地球和月亮视为两个质点。在投影体系中, 两点在同一投影面上的投影, 因有相同的投影名称(如均为 H 面投影, V 面投影等), 因此, 称为同面投影或同名投影。

2.2.1 两点的相对位置

两点的相对位置, 是指垂直于投影面方向, 也即平行于投影轴 X 、 Y 、 Z 的左右、前后、上下的相对关系, 在投影图上, 可由两点的同名投影之间的左右、前后、上下关系反映出来, 如图 2-6

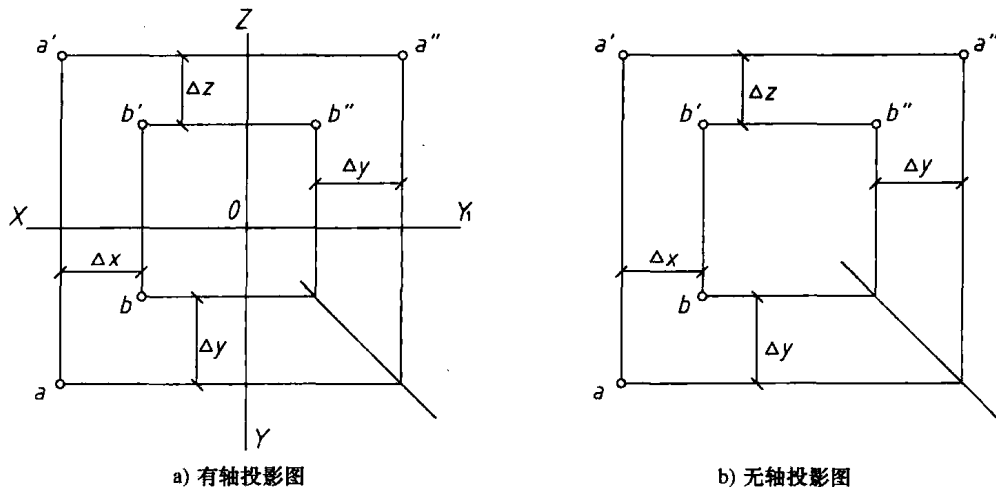


图 2-6 两点的投影