



普通高等教育“十一五”规划教材

工程力学

王永岩 主编



科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”规划教材

工 程 力 学

王永岩 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书按教育部高等学校工科工程力学课程(中、少学时)教学基本要求和全国各高校工程力学课程(中、短学时)实际执行教学大纲编写而成。编写中收集了全国各高校多年来工程力学教学改革的共识,适当提高了理论讲述起点,加强了基本概念、基本理论和基本方法的讲述。还选编了有关“工程力学试题库”中部分优秀试题作为本书的习题和思考题,各章后均设有本章小结,习题附有答案,方便学生自学、归纳、总结和复习。

本书可作为环境、安全、采矿、暖通、地质、测量、冶金、化工及电类专业中、短学时本科生和专科生的教材或教学参考书,也可供相关工程技术人员参考。

本书配有“工程力学电子教程”(教师多媒体电子教案)光盘一张。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/王永岩主编. —北京:科学出版社,2010

(普通高等教育“十一五”规划教材)

ISBN 978-7-03-026534-0

I. 工… II. 王… III. 工程力学-高等学校-教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 014485 号

责任编辑:毛 莹 / 责任校对:赵桂芬

责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 1 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2010 年 1 月第一次印刷 印张:23

印数:1—4 000 字数:545 000

定价:38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

作者简介



王永岩 男,1956年12月生,教授、博士生导师、国家级教学名师。1982年于辽宁工程技术大学本科毕业并获力学、矿建双学士学位,1983~1985年在东北大学攻读硕士,1998~2001年在辽宁工程技术大学攻读博士,并获“辽宁省优秀博士论文奖”和“国家优秀博士论文提名奖”,1995年破格晋升为教授,2001年被聘为博士生导师。主要研究方向:计算力学结构仿真及预测、岩石力学与矿压控制、机械振动及控制、虚拟工程。主讲“理论力学”国家级精品课程等20余门,已培养40余名博士、硕士研究生;主编出版《动态子结构方法及其应用》、《理论力学》、《材料力学》、《工程力学》、《结构力学》、《有限元》、《振动力学》、《弹性力学》、《流体力学》等力学系列教材、专著、课堂教学软件和英汉双语电子教程26部,共1000多万字。在国内外核心刊物上发表论文80余篇。主持国家自然科学基金、国家“863”子项目、省基金项目和教育部教改项目等20余项,有23项教学成果在全国27个省、市232所大专院校和国外两所大学使用,并受到好评。主持的项目获国家教学成果二等奖1项,省教学成果一等奖3项,省教学成果二等奖3项,省科技进步二等奖2项,市科技进步一等奖1项,国家级行业二、三等奖3项。先后被评为辽宁省突出贡献专家、省科技工作者、省优秀教师、省五一劳动奖章和市十大杰出青年、市青年科技先锋、市专业技术拔尖人才和市特等劳模等荣誉称号,获国务院政府特殊津贴,2003年被评为首届“国家级教学名师”。2009年他带领的团队获得“国家级教学团队”称号。

前 言

本书按照教育部高等学校工科工程力学课程(中、少学时)教学基本要求和全国各高校工程力学课程(中、短学时)实际执行教学大纲来编写。可适用于环境、冶金、化工、地矿、测绘、安全、包装、印刷和电类专业本科中、少学时以及大专院校的专科教学,也可供成人教育及工程技术人员参考使用。

本书在编写过程中,编者结合多年来“工程力学”的教学实践,本着突出重点、简化理论推导、注重实用、易讲易学的原则,力图做到用有限的学时使学生掌握最基本的经典内容,用以解决简单的实际工程问题。本书具有以下几个特点:

(1) 适当提高了理论讲述的起点,对学生在物理等前期课程中已学过的内容,有些不再编入书中,有些则考虑到本课程的系统性和便于学生学习和复习,精简地编入了本书。在讲述中,采用了由浅入深,由简单到复杂,由质点到质点系,由轴向拉压变形再到扭转、弯曲变形的循序渐进的次序,便于学生理解和掌握。

(2) 加强了基本概念、基本理论和基本方法的讲述,对于平面任意力系、点的合成运动、刚体平面运动、动能定理、动静法、轴向拉压的强度计算、扭转的强度和刚度计算、弯曲的内力图 and 弯曲的强度计算以及二向应力状态的分析等主要内容进行了重点讲述。在例题中,着重讲述分析问题的思路和解决问题的方法和步骤。对于一些重点章节,本书还配置了一些“一题多解”等有助于开发学生思维能力的例题。

(3) 本书的习题和思考题选编了“理论力学试题库”、“材料力学试题库”和中外习题集中一部分优秀、新颖、适中的试题。各章后均有本章小结,以方便学生归纳、总结和复习,习题附有参考答案。

全书的内容涵盖了静力学、运动学、动力学和材料力学。共分为两部分四篇,第一部分为理论力学,包括三篇,分别为静力学、运动学和动力学;第二部分为材料力学。全书共 24 章。

参加本书编写的人员有:王永岩(第 1~8、10~14 章)、孙双双(第 15、19~21 章,附录 A、B)、刘文秀(绪论,第 9、22、23 章)、朱惠华(第 16、17 章)、袁向丽(第 18、24 章)。本书由国家级教学名师王永岩教授任主编,孙双双博士任副主编。

本书在编写过程中参阅了各兄弟院校的优秀教材,在此致以衷心的感谢。

由于编者水平有限、编写时间仓促,书中难免有疏漏之处,衷心希望读者批评指正。

本书配有“工程力学电子教程”(教师多媒体电子教案)光盘一张(王永岩等),该光盘由科学出版社出版,欢迎广大师生选用。

编 者

2009 年 11 月

目 录

前言	
绪论	1

第 1 篇 静 力 学

第 1 章 静力学基本公理和物体的受力分析	4
1.1 静力学基本概念	4
1.2 静力学基本公理	5
1.3 约束与约束反力	7
1.4 物体的受力分析和受力图	9
本章小结	12
思考题	12
习题	13
第 2 章 平面汇交力系与平面力偶理论	15
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	15
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	17
2.3 力矩与力偶的概念及其性质	20
2.4 平面力偶系的合成与平衡	23
本章小结	24
思考题	25
习题	26
第 3 章 平面任意力系	30
3.1 力线平移定理	30
3.2 平面任意力系向已知点的简化与力系的主矢和主矩	31
3.3 简化结果分析与合力矩定理	32
3.4 平面任意力系的平衡条件与平衡方程	33
3.5 平面平行力系的平衡方程	35
3.6 静定和静不定问题与物体系统的平衡	38
* 3.7 平面简单桁架的内力计算	41
本章小结	45
思考题	46
习题	46
第 4 章 摩擦	52
4.1 引言	52
4.2 滑动摩擦	52
4.3 考虑滑动摩擦时的平衡问题	56
4.4 滚动摩擦的概念	59

本章小结	60
思考题	60
习题	61
第 5 章 空间力系	64
5.1 力在空间坐标轴上的投影	64
5.2 力对轴的矩、力对点的矩与合力矩定理	65
5.3 空间汇交力系的合成与平衡	69
5.4 空间任意力系的平衡方程与空间约束	71
5.5 空间平行力系的中心与物体的重心	77
本章小结	82
思考题	82
习题	82

第 2 篇 运 动 学

第 6 章 点的运动学	87
6.1 点运动的矢径法	87
6.2 点运动的直角坐标法	88
6.3 点运动的自然法	91
本章小结	97
思考题	97
习题	98
第 7 章 刚体的基本运动	101
7.1 刚体的平行移动	101
7.2 刚体的定轴转动	102
7.3 定轴转动刚体内各点的速度和加速度	104
本章小结	107
思考题	108
习题	108
第 8 章 点的合成运动	111
8.1 点的合成运动的概念	111
8.2 点的速度合成定理	112
8.3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	115
* 8.4 牵连运动为转动时点的加速度合成定理	117
本章小结	119
思考题	119
习题	120
第 9 章 刚体的平面运动	123
9.1 刚体平面运动的概念	123
9.2 平面运动分解为平动和转动	123
9.3 平面图形内各点的速度	125
* 9.4 平面图形内各点的加速度	131

本章小结·····	133
思考题·····	133
习题·····	134

第3篇 动力学

第10章 动力学基本方程 ·····	139
10.1 动力学基本定律·····	139
10.2 质点运动的微分方程·····	140
10.3 质点动力学的两类基本问题·····	141
本章小结·····	145
思考题·····	145
习题·····	145
第11章 动量定理 ·····	148
11.1 动力学普遍定理概述·····	148
11.2 质点的动量定理·····	148
11.3 质点系的动量定理·····	150
11.4 质心运动定理·····	153
本章小结·····	156
思考题·····	156
习题·····	157
第12章 动量矩定理 ·····	160
12.1 质点的动量矩定理·····	160
12.2 质点系的动量矩定理·····	162
12.3 刚体定轴转动微分方程·····	165
12.4 刚体对轴的转动惯量·····	166
本章小结·····	169
思考题·····	171
习题·····	171
第13章 动能定理 ·····	175
13.1 功与功率·····	175
13.2 动能·····	180
13.3 质点的动能定理·····	181
13.4 质点系的动能定理·····	183
* 13.5 动力学普遍定理的综合应用·····	185
本章小结·····	188
思考题·····	189
习题·····	189
第14章 动静法 ·····	195
14.1 质点的动静法·····	195
14.2 质点系的动静法·····	198
14.3 刚体惯性力系的简化·····	199

* 14.4 刚体定轴转动时轴承动反力的概念	206
本章小结	208
思考题	209
习题	209

第 4 篇 材料力学

第 15 章 材料力学的基本概念	215
15.1 材料力学的任务	215
15.2 变形固体的基本假设	215
15.3 构件分类及杆件变形的形式	216
本章小结	218
思考题	218
习题	218
第 16 章 轴向拉伸与压缩	219
16.1 轴向拉伸或压缩时的内力	219
16.2 轴向拉伸或压缩时的应力	221
16.3 轴向拉伸或压缩时的变形	223
16.4 材料拉伸和压缩时的力学性能	226
16.5 杆件拉伸或压缩时的强度计算	229
16.6 轴向拉伸或压缩时的应变能	231
16.7 圣维南原理和应力集中	232
本章小结	233
思考题	235
习题	236
第 17 章 剪切和挤压	239
17.1 剪切的实用计算	239
17.2 挤压的实用计算	240
本章小结	242
思考题	243
习题	243
第 18 章 扭转	245
18.1 扭转的概念和工程实际中的扭转问题	245
18.2 杆件扭转时的内力	246
18.3 切应力互等定理与剪切胡克定律	248
18.4 圆轴扭转时的应力和变形	251
18.5 圆轴扭转时的强度和刚度计算	253
18.6 矩形截面杆的扭转	256
本章小结	257
思考题	258
习题	258

第 19 章 弯曲内力	261
19.1 弯曲的相关概念	261
19.2 静定梁的分类	262
19.3 剪力与弯矩	262
19.4 剪力图和弯矩图	264
19.5 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系	267
本章小结	269
思考题	269
习题	269
第 20 章 弯曲应力	272
20.1 弯曲正应力	272
20.2 弯曲正应力的强度条件	276
20.3 弯曲切应力及强度条件	278
20.4 提高弯曲强度的措施	280
本章小结	281
思考题	282
习题	282
第 21 章 弯曲变形	284
21.1 梁弯曲的基本方程	284
21.2 用积分法求弯曲变形	285
21.3 用叠加法求弯曲变形	287
21.4 梁的刚度条件	289
本章小结	290
思考题	290
习题	291
第 22 章 应力状态和强度理论	293
22.1 应力状态的概念	293
22.2 二向应力状态分析——解析法	294
22.3 二向应力状态分析——图解法	298
22.4 三向应力状态分析	300
22.5 广义胡克定律	301
22.6 强度理论及其应用	302
本章小结	305
思考题	307
习题	307
第 23 章 组合变形	309
23.1 组合变形的概念	309
23.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合	310
23.3 扭转与弯曲的组合	312
本章小结	314
思考题	315

习题..... 315

第 24 章 压杆稳定 317

24.1 压杆稳定的概念..... 317

24.2 细长压杆临界压力的欧拉公式..... 318

24.3 临界应力与欧拉公式的应用范围..... 321

24.4 压杆的稳定性计算..... 324

24.5 提高压杆稳定性的措施..... 327

本章小结..... 328

思考题..... 329

习题..... 329

习题答案..... 332

参考文献..... 344

附录 A 截面图形的几何性质 345

附录 B 型钢表 348

绪 论

1. 工程力学的研究内容

工程力学涉及众多的力学学科,所包含的内容极其广泛,本书只包含静力学、运动学、动力学以及材料力学部分。

静力学是工程力学以及其他工科力学课程的基础,其主要研究物体在力系作用下的平衡规律,包括物体的受力分析、力系的等效替换(或者简化)以及建立各种力系的平衡条件。

运动学研究物体运动的几何性质,包括运动轨迹、运动方程、速度和加速度等,而不追究物体为什么会有这样的运动特性。运动学是学习动力学的基础,同时也为分析机构的运动提供必要的基础。

动力学研究物体的机械运动与作用力之间的关系,建立物体机械运动的普遍规律。

材料力学研究构件在外力的作用下,内部会产生什么样的力,这些力是怎样分布的,会导致构件有怎样的变形,以及这些变形对构件的正常工作会产生什么样的影响。

工程实际中,结构的元件、机器的零部件,统称为构件。如建筑物的梁和柱、机床的轴等。构件在工作时,载荷过大会使其丧失正常的工作能力,这种现象称为失效或破坏。为使构件在载荷作用下能正常工作而不破坏,也不发生过大的变形和不丧失稳定,要求构件满足三方面的要求:强度要求、刚度要求、稳定性要求。

强度要求就是指在外载作用下,构件应有足够的抵抗破坏和过大塑性变形的能力。例如,冲床曲轴不可折断、储气罐不应爆破、钻床的立柱不应折弯等。

刚度要求就是指在外载作用下,构件应有足够的抵抗弹性变形的能力。例如,齿轮轴若变形过大,将造成齿轮和轴承的不均匀磨损引起噪声;机床主轴变形过大,将影响加工精度。

稳定性要求就是指在外载作用下,构件应有足够的保持原有平衡状态的能力,如内燃机的挺杆、千斤顶的螺杆、翻斗货车的液压机构中的顶杆等,应始终维持原有的直线平衡状态,保证不被压弯。

2. 工程力学的研究对象

实际工程中,构件在外载作用下,几何形状和尺寸都会发生改变,这种变化称为变形。发生形状和尺寸改变的构件就称为变形体。但在实际处理工程问题时,是否考虑构件的变形需根据具体情况而定。在静力学、运动学和动力学中,构件在外载作用下产生的变形都比较小,几乎不影响构件的受力与运动,因而可以忽略掉这种变形。因此,在静力学、运动学和动力学中,可以将变形体简化为刚体。所谓刚体,就是指在外载作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体,是一个理想化的模型。在本书第1~3篇中所指的物体都是刚体。而材料力学是研究作用在物体上的力与变形规律。这时,即使变形很小,也不能忽略,因而材料力学的研究对象是变形体。但是在研究变形问题过程中,当涉及平衡问题时,大部分情况下仍可用刚体模型。

3. 工程力学的研究方法

工程力学的研究方法主要有两种:理论方法和实验方法。

理论方法包括:①人们通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行多次的科学实验,经过分析、综合和归纳,总结出力学的基本规律。例如,远在古代,人们为了提水制造了辘轳;为了搬运重物,使用了杠杆、斜面和滑轮等。制造和使用这些生活和生产工具,使人类对于机械运动有了初步的认识,并积累了大量的经验,经过分析、综合和归纳,逐渐形成了如“力”和“力矩”的基本概念,以及“二力平衡”、“杠杆原理”、“力的平行四边形法则”和“万有引力定律”等力学的基本规律。②在对事物观察和实验的基础上,经过抽象化建立力学模型,形成概念,在基本规律的基础上,经过逻辑推理和数学演绎,建立理论体系。如静力学中,忽略物体的微小变形,把物体简化为刚体;在材料力学中,轴向拉压杆件受轴向力的平面假设,以及扭转轴受扭矩时的平面假设等。这种抽象化、理想化的方法,既简化了所研究的问题,同时也更深刻地反映了事物的本质。需要注意的是,任何抽象化的模型都是相对的,当条件发生变化时,必须考虑影响事物的新的因素,建立新的模型。例如,在研究物体受外力作用而平衡时,可以忽略物体形状的改变,采用刚体模型;但要分析物体内部的受力状态或解决一些复杂物体体系的平衡问题时,必须考虑物体的变形,采用变形体模型。③将理论用于实践,在认识世界、改造世界中不断得到验证和发展。

实验方法就是以实验手段对各种力学问题进行分析研究,得到第一性的认识并总结出规律(定理、定律、公式、理论),建立以力学模型为表征的理论,并为解决工程问题作出贡献。例如,在静力学中,通过实验可测得两种材料的摩擦系数,在动力学中通过实验可以测得刚体的转动惯量等;材料力学中,材料的力学性能可以通过实验测定。另外,经过简化得出的结论是否可信,也要由实验来验证。还有一些尚无理论结果的问题需借助实验方法来解决。所以理论研究和实验方法同是工程力学解决问题的方法。

4. 工程力学与工程实际的关系

力学和天文学是最早形成的两门自然科学。17世纪牛顿奠定了经典力学的基础,以后得到快速发展,到19世纪末,力学已发展到很高的水平。从此开始了与工程技术问题的结合。

20世纪,由于力学的参与而得以形成的工程或技术科学有:航空航天技术的科学、船舶工程科学、土木工程科学(包含水力工程)、机械工程科学、运输工程科学、能源技术科学、海洋科学、地矿科学以及兵器工程科学等。

进入21世纪以来诸多高新技术无不与力学密切相关,如长江三峡工程、杭州跨海大桥、动车组提速、“嫦娥奔月”、“神七”飞天等。总之,力学在诸多工程技术的发展中起着重要、甚至是关键的作用,对人类文明起了极大的推动作用。

第1篇 静力学

引言

静力学是研究物体在力系的作用下平衡规律的科学。

静力学是其他工科力学的基础,特别力系的简化理论和物体受力分析的方法是研究动力学及其他后继课程的重要基础。在静力学中,主要研究以下两个问题。

1. 力系的简化

在工程实际中,通常一个物体总是受到许多力的作用。将作用于物体上的这群力称为力系。力系的简化就是将作用于物体上的较复杂的力系,用一个简单的且与其等效的力系来代替。力系简化的目的是要将一个较复杂的力系,转化成与其等效的较简单的力系。

2. 力系的平衡条件及其应用

力系的平衡条件就是物体在平衡状态时,作用于物体上的力系所应满足的条件。利用力系的平衡条件,可通过某些已知力和结构的几何尺寸,求出未知力的大小和作用方位。

静力学在工程技术中有广泛的应用,例如在结构设计时,常常要对结构中各构件进行受力分析,并利用其平衡条件确定其受力,以便作为构件强度和刚度设计的依据,关于强度和刚度问题,将在后续课程材料力学中讨论。

第 1 章 静力学基本公理和物体的受力分析

本章将阐述静力学基本概念和几个公理,这些概念和公理是静力学的基础,最后介绍物体的受力分析和受力图。

1.1 静力学基本概念

静力学主要研究物体平衡时各作用力之间的关系。

1. 力的概念

力是物体间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化(包括变形)。例如,人用力拉车可使车的速度增大;地球对月球的引力使月球不断改变运动方向而环绕地球运转;锻锤的冲击力使锻件变形等。

力对物体的效应表现为物体运动状态的改变和变形,力使物体运动状态发生变化的效应称为力的外效应,而力使物体产生变形效应称为力的内效应。理论力学主要研究力的外效应,而材料力学则研究力的内效应。

实践表明,力对物体的作用效应决定于以下三个要素:①力的大小;②力的方向;③力的作用点。当这三个要素中的任何一个改变时,力的作用效应也就不同了。

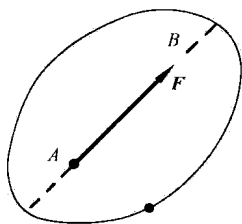


图 1-1

力是一个既有大小又有方向的量,称为**矢量**(或称**向量**)。在力学中,矢量可用一条具有方向的线段来表示,如图 1-1 所示,用线段的起点(或终点)表示力的作用点;用线段的方位和箭头指向表示力的方向,用线段的长度(按一定比例)表示力的大小。通过力的作用点沿力方向的直线,称为力的作用线。在本书中,力的矢量用黑体字母表示如 $\mathbf{F}$,而力的大小(该矢量的模)则用普通字母 F 表示。

力的国际单位(SI)是牛顿,或千牛顿,其代号为牛(N)或千牛(kN),两者的换算关系为

$$1\text{kN} = 1000\text{N}$$

一个物体所受的力往往有好几个,同时作用在同一物体上的一群力称为**力系**,作用于物体上的力系如果可以用另一个适当的力系来代替而作用效应相同,那么这两个力系互称**等效力系**。

2. 刚体的概念

刚体就是在任何情况下都不发生变形的物体。显然,这是一个抽象化的模型。实际上并不存在这样的物体,任何物体受力后总是或多或少发生变形,但是,工程实际中的机械零件和结构件在正常工作情况下的变形一般很微小,这种微小的变形对于力对物体外效应研究影响甚微,可以略去不计,这样可使问题的研究大为简化。这种撇开次要矛盾,抓住主要矛盾的做法是科学的抽象方法。

静力学中所研究的物体只限于刚体,因此又称**刚体静力学**,它是研究**变形体力学**的基础。

3. 平衡的概念

平衡是指物体相对于周围物体(惯性参考系)保持其静止或做匀速直线运动的状态。显然,平衡是机械运动的特殊形式。在工程实际中,一般取固连于地球的参考系作为惯性参考系。这样,平衡就是指物体相对于地球静止或做匀速直线运动。要使物体保持平衡,作用于物体上的力系就要满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。这种力系称为平衡力系。

1.2 静力学基本公理

公理是人们经过长期观察和经验积累而得到的结论,它已经在大量实践中得到验证,无需证明而为大家公认,静力学公理是人们关于力基本性质的概括和总结,它们是静力学全部理论的基础。

公理 1(二力平衡公理)

作用于刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等,方向相反,并作用于同一直线上。如图 1-2 所示,即

$$F_1 = -F_2 \tag{1-1}$$

这个公理揭示了作用于物体上最简单力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体来说,这个条件是既必要又充分的,但对于变形体,这个条件是不充分的。例如,软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

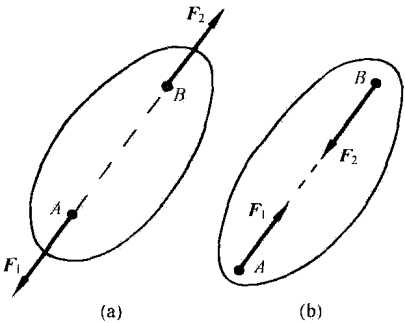


图 1-2

只受两个力作用并处于平衡的物体称为二力体,如果物体是个杆件,也称二力杆。

公理 2(加减平衡力系公理)

在作用于刚体上的任何一个力系中,加上或减去任意一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。

这个公理的正确性是显而易见的,因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响。这个公理是力系简化的理论依据。

推论(力的可传性原理)

作用于同一刚体上的力可沿其作用线移至同一刚体的任一点,而不改变它对刚体的作用效应。

证明:设力 F 作用于刚体上的 A 点,如图 1-3(a)所示。在其作用线上任取一点 B ,并在 B

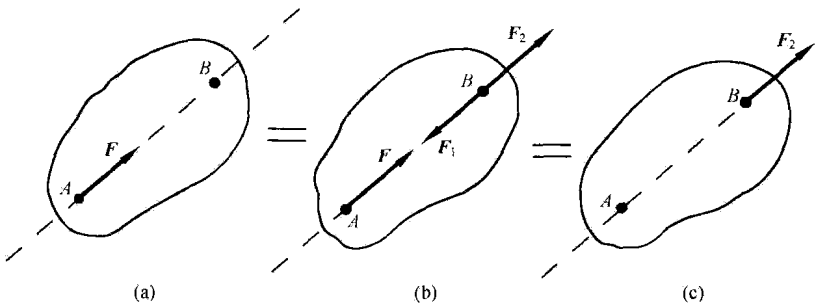


图 1-3

点加上一对平衡力 F_1 、 F_2 ，并使 $F = -F_1 = F_2$ ，如图 1-3(b) 所示。由于力 F 和 F_1 也是一对平衡力系，故可减去，这样只剩下一个力 F_2 ，如图 1-3(c) 所示，于是，原来的这个力 F 与力系 (F_2 、 F_1 、 F_2) 以及力 F_2 相互等效，而力 F_2 就是原来的力 F ，只是作用点已移到了 B 点。

由此可见，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效果的要素，它已被力作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。由此看出，对刚体而言，力是滑动矢量。

公理 3(力的平行四边形法则)

作用于物体上同一点的两个力可合成为一个合力，此合力也作用于该点，合力的大小和方向由以原两力矢为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。如图 1-4(a) 所示，或者说，合力矢等于这两个力矢的几何和(或矢量和)，即

$$R = F_1 + F_2$$

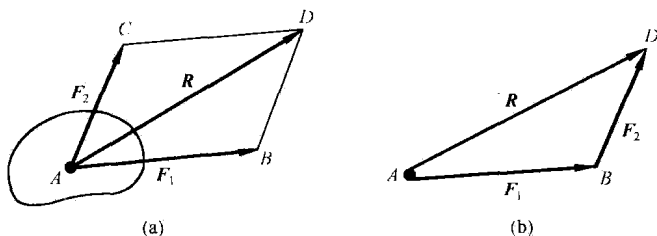


图 1-4

根据公理 3 求合力的几何方法称为力的平行四边形法则。由图 1-4(b) 可见，在求合力 R 时，实际上不必作出整个平行四边形，只要以力矢 F_1 的末端 B 作为力矢 F_2 的始端而画出 F_2 ，即两分力矢的首尾相连，则矢量 $\overline{AD}$ 就代表合力矢 R ，这样画成的三角形 ABD 称为力三角形。这一求合力的几何方法称为力三角形法则。

推论(三力平衡必汇交定理)

刚体仅受三个力作用而平衡时，若其中任意两个力的作用线汇交于一点，则余下的另一个力的作用线也必相交于同一点，且这三个力的作用线在同一平面内。

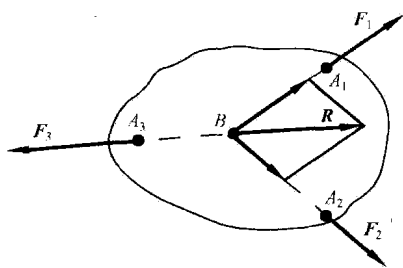


图 1-5

证明：设有互相平衡的三个力 F_1 、 F_2 和 F_3 分别作用于刚体的 A_1 、 A_2 和 A_3 三点上(图 1-5)，已知力 F_1 和 F_2 的作用线交于 B 点。将力 F_1 和 F_2 移到交点 B ，并用平行四边形公理求得其合力 R 。今以合力 R 代替力 F_1 和 F_2 的作用，根据已知条件，则合力 R 应与力 F_3 平衡，故知 R 必与 F_3 大小相等、方向相反且作用在同一直线上(公理 1)。因此，力 F_3 的作用线必与力 R 的作用线重合而且通过 B 点。并且这三个力在同一平面内。

公理 4(作用力与反作用力定律)

两物体间的相互作用力与反作用力总是同时存在，且大小相等、方向相反、沿着同一直线、分别作用在两个物体上。

公理 4 是牛顿第三定律，它概括了自然界中物体间相互作用力的关系，表明一切力总是成对出现的。已知作用力则可得反作用力，它是分析物体受力时必须遵循的原则。

必须强调指出，虽然作用力与反作用力大小相等、方向相反，但分别作用在两个不同的物