

国家教育部
规划教材

中等师范学校代数与初等函数(试用本) 第一册

教学参考书



中等师范学校

代数与初等函数（试用本）

第一册

教学参考书

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

中等师范学校
代数与初等函数（试用本）第一册
教学参考书
人民教育出版社中学数学室 编著

*

人民教育出版社 出版发行
(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)
网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 13.25 字数 280 000
1998 年 12 月第 1 版 2000 年 3 月第 2 次印刷
印数: 5 001~9 000

ISBN 7-107-12736-5 定价: 11.60 元
G·5846 (课)

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。
(联系地址: 北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 100078)

主 编：方明一

编 写 者：方明一 刘凤翥 杨钧洪 颜其鹏

责任编辑：颜其鹏

第二版说明

本版是在 1993 年 12 月第一版的基础上修订而成的。修订主要包括两个方面：

1. 按照国家技术监督局颁发的《量和单位》国家标准 GB 3100~3102—93，规范使用了有关的单位和符号。
2. 根据教师使用中的意见，对第一版中个别地方的不足进行了修订。
3. 为了与九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）内容相衔接，在原教材体系不变的情况下作了部分的补充。

参加此次修订的有方明一，薛彬，袁明德，颜其鹏，责任编辑是袁明德，颜其鹏。

人民教育出版社中学数学室

1998 年 12 月

目 录

第一章 集合与对应	1
I 教学要求.....	1
II 教材分析和教学建议.....	1
一 集合.....	2
二 对应	12
III 习题答案、解答与提示	15
第二章 幂函数, 指数函数, 对数函数	20
I 教学要求	20
II 教材分析和教学建议	20
III 习题答案、解答与提示	41
第三章 三角函数	53
I 教学要求	53
II 教材分析和教学建议	53
一 任意角的三角函数	55
二 两角和与差的三角函数	62
三 三角函数的图象和性质	68
四 解斜三角形	72
III 习题答案、解答与提示	76
第四章 不等式	102
I 教学要求.....	102
II 教材分析和教学建议.....	102
III 习题答案、解答与提示.....	111
第五章 不定方程	138
I 教学要求.....	138
II 教材分析和教学建议.....	138
附录.....	143
III 习题答案、解答与提示.....	145
第六章 复数	163
I 教学要求.....	163

Ⅱ	教材分析和教学建议·····	163
一	复数的概念·····	164
二	复数的运算·····	166
三	复数的三角形式·····	169
Ⅲ	习题答案、解答与提示·····	172
第七章	数集·····	191
I	教学要求·····	191
Ⅱ	教材分析和教学建议·····	191
Ⅲ	习题答案、解答与提示·····	199

第一章 集合与对应

I 教学要求

1. 了解集合的概念;能够表示集合与元素的关系.
2. 掌握表示集合的列举法、描述法和文氏图法.
3. 了解空集、子集、差集、全集和补集的意义.
4. 理解集合的交与集合的并的概念,了解集合的相等与包含关系.
5. 掌握有关集合的下列符号:

$$\in, \notin, \subseteq, \supseteq, \emptyset, \cap, \cup, \setminus;$$

掌握表示数集的常用符号:

自然数集 $\mathbf{N}$ 、整数集 $\mathbf{Z}$ 、有理数集 $\mathbf{Q}$ 、实数集 $\mathbf{R}$.

6. 初步了解对应是表示两个集合的元素与元素之间的关系;理解单值对应及象、原象的概念.
7. 初步了解一一对应、对等集合和可数集合的概念.

II 教材分析和教学建议

集合的概念及其基本理论,是近代数学最基本的内容之一.许多重要的数学分支,如数理逻辑、近世代数、实变函数、泛函分析、概率统计、拓扑学等,都是建立在集合理论的基础上.集合论思想已渗透到自然科学的许多领域,集合的术语和符号在科技文章和科普读物中比比皆是,在计算机、人工智能和日常生活中都有着广泛的应用.中师学生在一年级代数与初等函数课开始学习集合与对应的初步知识,可以使学生对以后学习初等数学中的一些基本概念理解得更深刻、表达得更简洁明确;对小学数学中的一些数集的关系、运算性质的认识,具有更高的观点;学习集合的运算关系和逻辑关系,对培养学生逻辑思维能力有着极其重要的地位,学习集合中的思想方法,有助于体会划分与分类的数学思想方法.总之,学习集合不仅是学好数学各分支的基础,而且对于将来从事小学数学教学也具有十分重要的意义.

本章教材分两个单元.第一个单元是集合,这个单元是在初中数学中已学习了自然数、整数、有理数、实数等数集的初步知识和学习了直线、线段、角、三角形、四边形、圆等几何图形的性质等感性知识的基础上,联系小学数学中所遇到的集合思想,介绍了集合与元素的概念,集合的表示方法,子集的概念,两个集合的包含与相等的关系,交集、并集、补集、差集的基本概念和符号以及它们的一些简单性质.第二单元是对应,这个单元是在集合的概念基础上,学习两个集合的元素与元素之间的关系,即对应关系,首先学习一种特殊的对应,即单值

对应,然后再学习单值对应中的一种特殊对应关系,即一一对应,接着学习了在小学数学中将要涉及到的理论基础——对等集合与可数集合.这个单元讲述的顺序如下:

对应——单值对应——一一对应——对等集合——可数集合.

本章的重点是有关集合的基本概念、表示方法和关于集合的术语和符号的含义.

本章的难点是有关集合的各个概念的意义以及它们之间的区别和联系.集合与对应这一章中名词多、术语多、新符号多,教学时为解决难点,要注意从实例出发,多联系小学数学中的数的性质、运算关系,多联系初中代数中的数、式、方程等知识,多联系平面几何中各种直线形的性质、各种图形之间的关系,从而使学生的感性认识提高到理性认识;要注意运用对比的方法,反复比较几个相近或有从属关系的概念的异同,使学生加深对有关概念的理解;要注意加强联系已学过的代数知识和几何知识进行必要的练习,借以巩固和运用所学的名词、术语和符号等.

本章教学时间约 10 课时.具体分配如下(供教学时参考):

1.1 集合(包括本章的前言部分)	1 课时
1.2 集合的表示法	1 课时
1.3 子集	1 课时
1.4 交集	1 课时
1.5 并集	1 课时
1.6 差集和补集	1 课时
1.7 单值对应	1 课时
1.8 一一对应	
1.9 对等集合与可数集合	1 课时
小结与复习	2 课时

一 集 合

1.1 集合

本节的内容包括:集合的概念、集合与元素的关系、常用数集的符号表示、集合中元素的确定性与互异性等.

本节的目的与要求:

- (1)了解集合的概念;
- (2)掌握用符号 $\in$ 、 $\notin$ 表示元素与集合的关系;
- (3)会运用符号表示常用数集;
- (4)了解集合中元素的确定性与互异性.

本节教材的重点是集合的概念,它也是学习好本章内容的关键.

1. 集合概念是初等数学中原始概念之一.所谓原始概念就是我们不能用其他更基本的

概念给它下定义,也叫不定义概念.像平面几何中学习的点、直线、平面等都是原始概念.对这样概念只能作描述性的说明.教材从学生已有的知识出发,用小学数学课本中的一类图形,初中数学课本中整式的集合、分式的集合以及初中平面几何中线段的垂直平分线的概念引入集合的概念.这样引入概念便于学生接受,并说明集合的概念如同其他数学概念一样,也是从现实世界得来的.

课本在引出“集合”、“元素”的概念之后列举了3个例子说明这个概念.教学时还可以引导学生举出更多的例子来巩固和加深对这个概念的理解.在举例中要重视联系小学数学的内容.

2. 集合与元素的关系是属于与不属于的关系.课本引入了属于、不属于的符号和读法,并举出“12的正约数”的集合来说明如何正确使用符号 $\in$ 、 $\notin$.又如 A 表示“100以内的质数”的集合,那么 $17 \in A$, $51 \notin A$; B 表示“一元二次方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解”的集合,那么 $2 \in B$, $3 \in B$,而 $5 \notin B$.

3. 课本中给出了一些数集的常用符号,即自然数集记作 N ,整数集记作 Z ,有理数集记作 Q ,实数集记作 R ,将来学习的复数集记作 C 等.本书后续内容经常使用这些常用符号,应要求学生记住.

按国家标准“物理科学和技术中使用的数学符号(GB 3102.11-93)”规定自然数集 N 包括数0,即自然数集

$$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

用符号 N^* (或 N_+)表示正整数集:

$$N^* = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

4. 关于集合的元素的确定性与互异性是集合概念的重要特征,教学中要给予足够的重视.

1.2 集合的表示法

本节的内容包括集合的三种表示方法:列举法、描述法、文氏图法.

本节的目的要求:

- (1) 掌握表示集合的列举法、描述法、文氏图法;
- (2) 对于给定的一个集合,能够用适当的方法表示出来.

本节教材的重点是表示集合的三种方法.

1. 讲述列举法时要注意以下三点:

- (1) 元素与元素之间用逗号“,”隔开;
- (2) 不考虑元素的顺序;
- (3) 元素不允许重复.

课本讲述列举法分两种情况.

第一种是元素个数有限而且较少的情况,例(1)是引用正约数的例子,这类题目还可以

给学生多举几个,这既可使学生熟悉这种表示集合的方法,同时也帮助学生复习已经学习过的整数有关性质,从而为了解小学数学内容做些准备;例(2)是表示方程解集的方法,这种表示方法要比初中学习方程时的表示方法科学、简明;例(3)是表示二元一次方程组解集的方法.这里要注意 $(1,2)$ 与 $\{(1,2)\}$ 是不同的, $(1,2)$ 是表示方程组的一个解,它是方程组解的集合的一个元素,不表示一个集合;而 $\{(1,2)\}$ 则表示这个方程组的解的集合,这个集合只有一个元素 $(1,2)$. $(1,2)$ 与 $\{(1,2)\}$ 的关系是可以写成 $(1,2) \in \{(1,2)\}$.用集合 $\{(1,2)\}$ 表示二元一次方程组的解的方法,学生第一次接触,可再举几个例子说明.例如方程组

$$\begin{cases} xy=12, \\ x-y=-1 \end{cases}$$

的解集为 $\{(-4,-3), (3,4)\}$.

第二种是元素很多的情况.对于含有很多元素的集合,如果构成该集合的元素有明显的规律,可以用列举法表示,但必须将元素间的规律表示清楚才可以利用删节号表示.类似的例题还可以举几个,例如正偶数集合,可以记作: $\{2,4,\cdots,2n,\cdots\}$.有的集合中元素虽然有限,但是元素之间没有明显的规律,用列举法表示集合时不能用删节号,例如20以内的质数集合,不能表示为:

$$\{2,3,5,\cdots,19\},$$

而应将元素逐一的列出,表示为:

$$\{2,3,5,7,11,13,17,19\}.$$

最后,对于元素 a 与单元素集合 $\{a\}$ 的关系,学生初次接触集合概念,容易混淆.这如同 $(1,2)$ 与 $\{(1,2)\}$ 的关系容易混淆一样.

2. 描述法表示集合使用范围是“恰好由满足一定条件的那些元素组成的集合”.也就是说,满足条件的元素都在集合内,不满足条件的元素都不在集合内.课本中分两种情况举例的.常规的描述法,如“不等式 $2x-1>0$ 的解集”表示为 $\{x|2x-1>0\}$,还有一种简化的描述法,如“自然数集 N ”表示为 $N=\{\text{自然数}\}$.

一般地,若集合 A 是由满足条件 P 的所有 x 元素组成的,则记为

$$A=\{x|x \text{ 满足条件 } P\},$$

或简记为

$$\{\text{满足条件 } P \text{ 的 } x\}.$$

有些集合的代表元素不能用单个字母 x 来表示.例如,由抛物线 $y^2=2x$ 上所有点的坐标组成的集合,可以记作 $\{(x,y)|y^2=2x\}$.只要不引起误解,有时集合的代表元素也可以省略不写.例如, $\{\text{整数}\}$ 即代表整数集 Z ,这里大括号已包含“所有”的意思,因而不必写成 $\{\text{全体整数}\}$.也要防止用 $\{\text{实数集}\}$ 、 $\{R\}$ 来表示实数集 R 的错误.

列举法与描述法各有优点,究竟用哪种方法,要看具体问题而定.有些集合,用哪种方法表示都可以,有些集合,则只能用其中的一种方法.例如,集合

$$\{x|-5<x<4\}$$

不能用列举法来表示,而集合 $\{2,3,5,7\}$ 不宜用描述法来表示.

3. 对于文氏图法,注意封闭曲线圈内元素间不要另加标点符号.

例如,由 a, b, c, d 四个元素组成的集合可以表示如图 1-1.

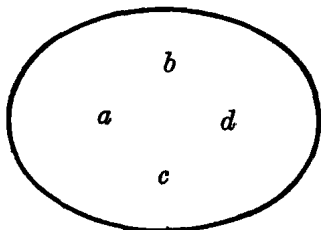


图 1-1

这种表示方法形象、直观. 特别是在表示几个集合之间的相互关系时,更能显示出优越性. 如教材中图 1-5,可以清楚地看出三角形按角分类可分成锐角三角形、直角三角形、钝角三角形三类. 又如从图 1-2,比较清楚地看出,平行四边形包括矩形,矩形包括正方形.

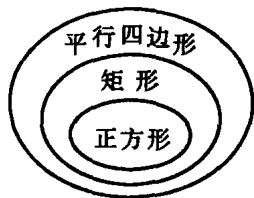


图 1-2

在小学数学中,讲公倍数和公约数时,也常用文氏图法来直观地表示几个数的倍数或约数间的相互关系. 在以后的几节教材中经常要用到文氏图法来表示集合与集合的关系.

1.3 子集

本节的内容包括子集的概念,集合的包含关系,集合的相等关系以及空集的概念等.

本节的目的要求:

- (1)了解子集的概念;
- (2)了解集合包含关系,会用符号“ $\subseteq$ (或 $\supseteq$)、 $\subset$ (或 $\supset$)、 $=$ ”表示两个集合之间的关系;
- (3)了解空集的概念,会用符号“ $\emptyset$ ”(丹麦文字母)表示空集.

本节的重点是子集、集合相等、集合包含关系的概念.

1. 关于子集的概念.

本节教材是从两个具体的集合 $A=\{2,3\}$, $B=\{2,3,5,7\}$ 引入子集的概念的,教学中还可以多举出几个类似的例子,如

$$A=\{12 \text{ 的正约数}\}, \quad B=\{6 \text{ 的正约数}\};$$

$$A=\{0,1,2\}, \quad B=\{0,1\};$$

$$A=\{a,b,c\}, \quad B=\{a,b,c,d\}$$

等,从而通过对具体集合的观察得出子集的定义.

子集的概念是:“如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素”. 不宜把子集解释成“由原来的集合的部分元素组成的集合”. 这种说法与“空集是任何集合的子集”的规定相抵

触,因为空集不含任何元素,因此,空集就不是由其部分元素组成的集合;这种说法也与“任何一个集合都是它本身的子集”相矛盾,因为若 $A \subseteq A$,则集合 A 含有它本身的全部元素,而不是 A 的部分元素.

用符号表示时,可以这样定义真子集的概念:

若 $A \subseteq B$,至少有一个元素 x ,有 $x \in B$ 且 $x \notin A$,那么 A 为 B 的真子集,记为 $A \subsetneq B$.

教材在讲述集合的子集与真子集的概念时,举了两类例子.第一类例子是{三角形}、{等腰三角形}间的关系,这类例子还可以补充,如{四边形},{平行四边形},{长方形},{正方形}之间的关系;第二类例子是{自然数}、{整数}、{有理数}之间的关系,这类例子还可以补充,如 $\mathbf{R}, \mathbf{Q}, \mathbf{Z}, \mathbf{N}$ 之间的关系,{正奇数}与{自然数}之间的关系.

2. “含于”、“包含”、“真包含”的含义.

符号“ $A \subseteq B$ ”与“ $B \supseteq A$ ”是集合 A 与集合 B 的同一种关系的两种不同的写法,也就是“ A 含于 B ”与“ B 包含 A ”的说法是表示集合 A 与集合 B 的同一种关系.

同样,符号“ $A \subsetneq B$ ”与“ $B \supsetneq A$ ”是集合 A 与集合 B 的同一种关系的两种不同的写法,也就是“ A 真含于 B ”与“ B 真包含 A ”的说法表示集合 A 与集合 B 的同一种关系.

3. 包含关系的性质.

(1) 任何一个集合都是它本身的子集,即 $A \subseteq A$. 这条性质可以从子集的概念直接得出;

(2) 对于集合 A, B, C ,如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$;对于集合 A, B, C ,如果 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,那么 $A \subsetneq C$. 可利用文氏图加以说明,学生容易理解.

(3) 空集是任何集合的子集,这是一条规定. 由此可以得出“空集是任何非空集合的真子集”.

4. 符号 $\emptyset, \{\emptyset\}, \emptyset$ 的说明.

教材中以注意的形式说明三者的含义. $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 的关系是 $\emptyset \in \{\emptyset\}$,但不能写成 $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$; $\emptyset$ 与 $\emptyset$ 不相同; $\emptyset$ 与 $\{\emptyset\}$ 的关系可以写成 $\emptyset \subset \{\emptyset\}$,但不能写成 $\emptyset \in \{\emptyset\}$. 不要把空集 $\emptyset$ 记作{空集}或 $\{\emptyset\}$.

5. 关于集合的相等,应向学生说明:

(1) 因为 $A \subseteq B$,则 A 的元素都属于 B 的元素,又因为 $B \subseteq A$,则 B 的元素都属于 A 的元素,这就是说,集合 A 与集合 B 的元素完全相同,因而我们说集合 A 与集合 B 是相等的集合. 用这个定义,可以从证明“ $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ”推出 $A = B$.

(2) 由集合相等的定义可知,判断两个集合是否相等,只须看它们是否由相同的元素组成. 如 $A = \{1, 2\}, B = \{2, 1\}$,那么 $A = B$.

6. 为使学生熟悉属于符号“ $\in$ 或 $\ni$ ”可以补充下面的例子.

设三角形集合为 U ,等腰三角形的集合为 A ,正三角形的集合为 B ,直角三角形的集合为 C ,等腰直角三角形的集合为 D . 用符号 $\supseteq$ 表示这些集合的包含关系.

解:因为三角形集合包含任何特殊三角形的集合,所以有 $A \supseteq U, B \supseteq U, C \supseteq U, D \supseteq U$.

因为正三角形是等腰三角形的特例,所以有 $B \subsetneq A$.

等腰直角三角形是等腰三角形的特例,所以有 $D \subsetneq A$.

等腰直角三角形是直角三角形的特例,所以有 $D \subsetneq C$.

因为正三角形与直角三角形的集合没有包含关系,所以不要写成“ $B \subsetneq C$ ”.

这种包含关系的文氏图如图 1-3 所示.

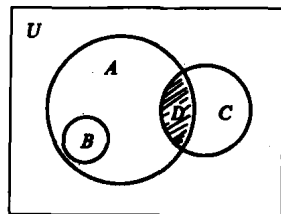


图 1-3

在教完例 1 之后,可以让学生思考这样的问题:含有 2 个元素的集合的所有子集有几个?

如果给定的集合含有 3 个元素,那么所有子集有几个? 如果给定的集合含有 4 个元素,那么所有子集有几个? 有没有什么规律?

含有 2 个元素的集合的所有子集为 4 个,即 2^2 个;

含有 3 个元素的集合的所有子集为 8 个,即 2^3 个;

含有 4 个元素的集合的所有子集为 16 个,即 2^4 个;

如果给定的集合含有 n 个元素,那么所有子集共有 2^n 个. 这个结论可以到学习二项式定理时得出,并能够给予证明.

补充题:

设 $A = \{2 \text{ 的倍数}\}$, $B = \{3 \text{ 的倍数}\}$, $C = \{4 \text{ 的倍数}\}$, $E = \{6 \text{ 的倍数}\}$. 用文氏图表示集合 A, B, C, E 的包含关系?

提示:因为一个数是 4 的倍数,必然是 2 的倍数,所以在集合 A, C 之间存在 $A \supsetneq C$ 成立. 因此,在文氏图中应该画成 A 真包含 C . 因为一个数是 6 的倍数,应该既是 2 的倍数,而且又是 3 的倍数. 因此,在文氏图中应该 E 是 A 与 B 的公共部分. 其他每两个集合无特殊关系,因此文氏图如下图 1-4 所示.

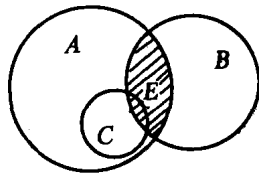


图 1-4

1.4 交集

本节的内容包括交集的概念、交集的符号及简单的交集的求法.

本节的目的要求:

- (1) 理解集合的交的概念;
- (2) 掌握交集的符号 $\cap$;
- (3) 会用交集说明一些简单的问题.

本节教材的重点是交集的概念.

1. 关于集合的交集的概念.

教材从两个整数的集合引入交集的概念. 为了加深对交集概念的理解,可以再举几个数的集合的例子,然后从其特点,即把同时属于两个集合 A 与 B 的所有元素组成的集合叫做集合 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$. 也可以说,集合 A 与集合 B 的交集是由集合 A 与集合 B

的所有公共元素组成的集合. 如果元素 x 是集合 $A \cap B$ 的元素, 那么元素 x 既是集合 A 的元素也是集合 B 的元素.

2. 用文氏图表示交集.

教材中的图 1-7 的阴影部分, 表示集合 A 与集合 B 的交集 $A \cap B$. 这种情况是两个集合的交集的一般情况. 作为交集概念的应用, 可启发学生讨论图 1-5 中的几种情况, 从而可以得出: 无论集合 A 与集合 B 是处于何种关系, $A \cap B$ 都有意义.

从图中可以看出:

- ① 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$;
- ② 若 $B \subseteq A$, 则 $A \cap B = B$;
- ③ 若 $A = B$, 则 $A \cap B = A = B$;

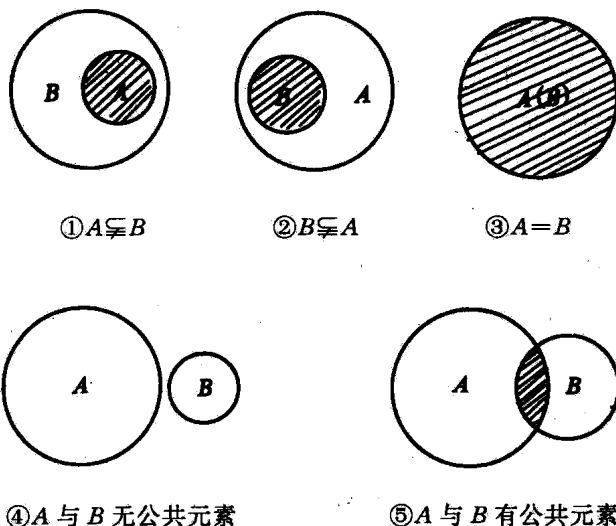


图 1-5

- ④ 若 A 与 B 无公共元素, 则 $A \cap B = \emptyset$;
- ⑤ 若 A 与 B 有公共元素, 但不互相包含, 即 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \cap B \subsetneq A, A \cap B \subsetneq B$.

3. 交集的性质.

由交集的定义容易推出, 对于任何集合 A, B 都有

$$A \cap A = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset, \quad A \cap B = B \cap A,$$

$$A \cap B \subseteq A, \quad A \cap B \subseteq B.$$

这几条性质都可以用文氏图来说明.

此外, 对于任何集合 A, B, C 都有下面的性质成立:

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C).$$

用文氏图表示如图 1-6:

图 1-6(1)是 $A \cap B$, 图 1-6(2)是 $B \cap C$, 图 1-6(3)是 $A \cap B \cap C$. 由图 1-6 可以看出, 无论

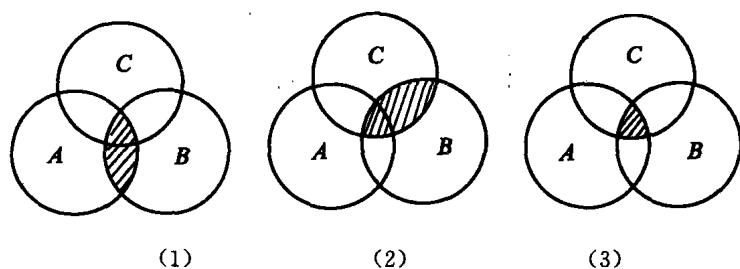


图 1-6

在图 1-6(1)中的 $A \cap B$ 与 C 的公共部分,还是在图 1-6(2)中的 A 与 $B \cap C$ 的公共部分,结果都成为图 1-6(3)中的 $A \cap B \cap C$ 的阴影部分. 于是有

$$(A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C,$$

$$A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C,$$

即

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C).$$

4. 关于交集的应用.

教材中例 1 与例 2 都是求两个数集的交集.

在例 1 中,考虑从 1 到 12 的整数时, A 是 2 的倍数的集合, B 是 3 的倍数的集合, $A \cap B$ 就是 2 与 3 的公倍数的集合.

在例 2 中, A 是 12 的正约数的集合, B 是 15 的正约数的集合, $A \cap B$ 就是 12 与 15 的公约数的集合.

利用交集还可以表示方程的解集、不等式的解集.

例如,求不等式 $1 < 2x + 3 < 5$ 的解集.

分析:不等式 $1 < 2x + 3 < 5$ 表示下列两个不等式同时成立,即

$$\begin{cases} 2x + 3 < 5, \\ 2x + 3 > 1. \end{cases}$$

从而解集是同时满足这两个不等式的 x 值的集合.

解:设 A 表示不等式 $2x + 3 < 5$ 的解集, B 表示不等式 $2x + 3 > 1$ 的解集. 而 $A \cap B$ 就是 $1 < 2x + 3 < 5$ 的解集.

$$A = \{x \mid 2x + 3 < 5\}, \quad B = \{x \mid 2x + 3 > 1\},$$

$$A \cap B = \{x \mid 2x + 3 < 5\} \cap \{x \mid 2x + 3 > 1\}$$

$$= \{x \mid x < 1\} \cap \{x \mid x > -1\}$$

$$= \{x \mid -1 < x < 1\}.$$

1.5 并集

本节的内容包括并集的概念、并集的符号及简单的并集的求法.

本节的目的要求:

- (1) 理解集合的并的概念；
- (2) 掌握并集的符号 $\cup$ ；
- (3) 会用并集说明一些简单的问题。

本节教材的重点是并集的概念。

1. 关于并集的概念。

教材从两个数的集合引入并集的概念。为了加深对并集概念的理解，可以再举几个数的集合的例子，然后从其特点，把所有属于 A 或 B 的元素组成的集合叫做集合 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$ 。也可以说，集合 A 与集合 B 的并集是把集合 A 与集合 B 的所有元素都合并起来所组成的集合。如果 x 是集合 $A \cup B$ 的元素，那么 x 是集合 A 的元素或是集合 B 的元素。

2. 用文氏图表示并集。

教材中的图 1-9 的阴影部分，表示集合 A 与集合 B 的并集 $A \cup B$ 。这两种情况是两个集合的并集的一般情况。作为并集概念的应用可启发学生讨论图 1-7 中的几种情况，来说明集合 A 与集合 B 的并集的意义。

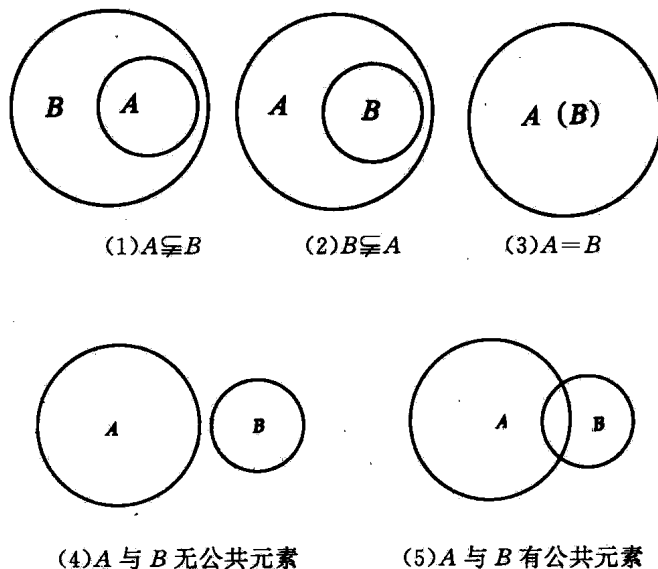


图 1-7

从图中可以看出：

- (1) 若 $A \subset B$ ，则 $A \cup B = B$ ；
- (2) 若 $B \subset A$ ，则 $A \cup B = A$ ；
- (3) 若 $A = B$ ，则 $A \cup B = A = B$ ；
- (4) 若 A 与 B 无公共元素，则集合 A 与集合 B 的所有元素都合并起来即为 $A \cup B$ 的元素；