体育运动学校教材

数　学

（第一册）

体育运动学校
《数 学》教材编写组编

人民体育出版社

前　　言

为适应我国社会主义市场经济体制和教育、体育改革的需要，进一步提高体育运动学校办学质量和效益，培养德智体全面发展的优秀体育后备人才和社会需求的中等体育专业人才，根据 1996 年全国职业教育工作会议有关精神和国家体委修订下发的《三年制中等体育专业教学计划》及体育运动学校教学大纲，从目前我国社会对中等体育专业人才的需求和体育运动学校的实际出发，我们在原体育运动学校教材及试用教材的基础上重新修订和编写了这套体育运动学校教材，供三年制体育运动学校学生使用，也适用于其他中等体育专业学校.

体育运动学校教材由国家体委群体司组织编写，编写领导小组组长：谢亚龙．副组长：裴家荣、田文惠．成员：李今石、丛明礼、史勇.

本教材是根据 1997 年修订的《体育运动学校数学教学大纲》，在综合 1992 年第 2 版《数学》教材使用意见的基础上，进一步修订而成的．共分两册：第一册包括统计初步的应用、幂、方根、对数、幂函数、指数函数、对数函数、数列、三角函数、解斜三角形、两角和与差的三角函数等内容，供一年级使用（每周 4 课时）；第二册包括排列、组合、二项式定理、概率初步、复数、直线和圆锥曲线等内容，前五项内容供二年级上学期使用（每周 4 课时），后两项内容供二年级下学期使用（每周 3 课时）．另外，为了加强课堂练习，每册教材都配备了一本《数学课堂练习》，供学生课堂练习用．教材

中的习题供课外作业用．为了提高学生学习数学的兴趣，激发学习数学的热情，同时渗透积极的思想教育，本套教材在各章之后都增编了一篇通俗易懂的阅读材料，供学生课外阅读．

这套教材由国家体委群体司组织的体育运动学校《数学》教材编写组集体编写．参加编写的有江苏省体育运动学校赵兆芳、沈阳市体育运动学校徐万麒、湖北省体育运动学校曾庆同和南京市体育运动学校蒋浩．最后由高级讲师蒋浩串编，并经国家教委聘任的全国中等专业学校数学课程组组长、高级讲师张又昌审阅定稿．

体育运动学校《数学》教材编写组

1997 年 7 月

目　　录

第一章　统计初步的应用

本章将在初中已学统计初步的基础上进一步学习体育统计工作中常用的一些统计方法.

为此，我们首先简要复习一下初中已学的统计初步的几个概念.

1.1　统计的几个基本概念

1. 平均数

如果有 n 个数 x_1，x_2，……x_n，那么

$$\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}\left(x_1+x_2+x_3+\cdots\cdots+x_n\right)} \tag{1}$$

叫做这 n 个数的平均数.

平均数是人们最熟悉、最常用的一个统计指标，也是统计工作中进一步做深入统计分析的基础指标. 如 1996 年我国人口平均预期寿命为 70.80 岁，与 1990 年相比，全国人口平均预期寿命提高了 2.25 岁(新华社北京 1996 年 5 月 18 日电 国家统计局公布). 这里的平均预期寿命 70.80 岁，是一个样本平均数，用它来反映我国人口寿命的总体平均水平，揭示了我国人口寿命的集中趋势.

2. 方差和标准差

(1) 方差

样本数据 x_1，x_2，……x_n 与样本平均数 $\bar{x}$ 的差的平方的

的平均数

$$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})^2] \qquad (2)$$

叫做样本方差.

(2) 标准差

样本方差 S^2 的算术平方根叫做样本标准差，记为

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2} \qquad (3)$$

方差和标准差都是反映样本数据偏离样本平均数的统计指标，或者说是反映样本数据波动性大小的统计指标. 如有甲、乙两名女子铅球运动员近半年的训练水平(平均掷远)都是 9 米，根据训练记录，计算得半年中 10 次测验成绩的标准差分别是 $S_{甲}=60$ 厘米，$S_{乙}=32$ 厘米，由于 $S_{乙}<S_{甲}$，说明乙运动员的投掷成绩较之甲运动员稳定.

3. 频率分布和频率分布直方图

频率分布实际上是样本数据在各小范围内所占比例大小(即各小范围内的频数与样本容量的比值)的分布，通常用表格形式将它们表示出来，称之为频率分布表；如果将各小范围内的频率用该小范围上的一个个小长方形的面积来表示，就得到形象直观的频率分布直方图.

绘制频率分布表和频率分布直方图是整理样本数据的最基本的方法之一，根据频率分布表和频率分布直方图可以进一步获取更多的样本数据的分布信息.

1.2 变异系数

初中我们已经知道对同一总体的两个样本，可以用标准差比较法来比较其数据的波动性或稳定性，但这种方法仅适用于两个样本的平均数比较接近或近似相等的情况．对于平均数不等而且相差太大，或数据并非来自同一总体，而且度量单位不同的两个样本的波动性或稳定性的比较问题，就不能或不宜直接用样本标准差比较法．这时，我们通常采用标准差对平均数的百分比来进行综合比较．

我们把标准差对平均数的百分比叫做**变异系数**，用符号 $C\cdot V$ 表示，即

$$\boxed{C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}\times 100\%} \tag{4}$$

由于 $C\cdot V$ 是标准差 S 与平均数 $\bar{x}$ 的百分比，所以，它是描述一组数据波动性或稳定性的一个相对指标．一般来说，$C\cdot V$ 值愈小波动性愈小，或稳定性愈好．

例 1 某业余体校田径教练员为了帮助某队员确定训练主攻项目，测得 100 米跑和跳远十次成绩如下：

100 米跑（秒）：12.1　12　12.2　12　12.2　12.3　12　11.9　12.2　12.1

跳远（米）：5.59　5.65　5.35　5.70　5.64　5.35　5.45　5.50　5.70　5.61

试问该队员选择哪一项为主攻项目较为有利．

解：由于 100 米跑和跳远成绩的单位不同，所以要用变异系数比较法来考察该队员哪一项成绩较稳定．

由公式（1）、（3）求得：

100 米跑：$\bar{x}=12.1$（秒），$S=0.12$（秒）；

跳远：$\bar{x}=5.55$（米），$S=0.127$（米）.

由公式（4）得

$$C\cdot V_{100\text{米跑}}=\frac{0.12}{12.1}\times 100\%=0.99\%;$$

$$C\cdot V_{\text{跳远}}=\frac{0.127}{5.55}\times 100\%=2.29\%.$$

因为 $C\cdot V_{100\text{米跑}}<C\cdot V_{\text{跳远}}$，所以该队员 100 米跑成绩要比跳远成绩稳定．可以估计该队员选择 100 米跑作为今后的主攻项目，可能潜力更大.

练　习　1[①]

习题一（一）

1. 某中学足球队 20 名队员的身高如下（单位：厘米）：

170	167	171	168	160	172	168	162	172	169
164	174	169	165	175	170	165	167	170	172

计算他们的平均身高（精确到 1 厘米）.

2. 从甲、乙两名水平相当的运动员中挑选一名参加比赛．测得他们近期十次掷标枪成绩如下（单位：米）：

甲　38.5　39　39.2　38.8　38.9　38　38.7　39.4　40　39.5；

乙　38.8　40　37　39.5　39　40　39　39.2　39.6

① 本册教材中的“练习×”只有标题，具体内容均从略，详见《数学课堂练习（第一册）》，下同。

39.6.

试问选派谁去参加比赛较合适.

3. 某省体校篮球队，在一次冬训考核中，对 12 名队员进行纵跳和 30 米蛇形跑两项指标的测试，结果如下：

纵跳（单位：厘米）：

65 72 59 68 67 78 75 68 73 70 64 71；

30 米蛇形跑（单位：秒）：

4.5 5.2 4.8 5.5 4.8 4.9 4.6 5.1 4.2 5.3 4.4 4.7

试问哪项成绩较整齐.

1.3 正态分布

在初中统计初步一章中，我们已经学习过制作频率分布表和绘制频率分布直方图. 在此基础上我们进一步考察以下例子。

例 某省体育运动学校在一次冬训考核中测得 50 名女生立定跳远成绩如下（单位：厘米）：

191	188	179	200	156	173	184	177	187	199
152	194	164	172	182	182	180	191	183	198
174	178	161	179	190	190	171	196	199	179
173	165	189	167	182	214	186	184	179	198
189	191	186	159	176	190	207	177	162	172

做频率分布表，绘制频率分布直方图.

解：(1) 计算两极差

在样本数据中，最大值 214，最小值 152，两极差＝最大值－最小值＝214－152＝62（厘米）.

(2) 确定分组数

本例 $n=50$，分 8 组即可.

(3) 计算组距

$$组距=\frac{两极差}{分组数}=\frac{62}{8}=7.75(厘米).$$

为了方便，定组距为 8 厘米.

(4) 确定组限值

一般把最小值作为组限的起始值，然后逐次增加一个组距，分别得到第二组，第三组……，第 n 组的下限值. 若数据本身就是组限值，通常将该数据作为一组的下限值. 为了防止混乱，通常把每一组上限值省略不写.

于是，本例分为 8 组的组限值简记为 152～，160～，168～，176～，184～，192～，200～，208～.

(5) 做频率分布表

计算各小组频数、频率、频率/组距，将它们一并列入频率分布表 1-1.

表 1-1 频率分布表

组限	频数	频率	频率/组距
152～	3	0.06	0.0075
160～	5	0.10	0.0125
168～	6	0.12	0.015
176～	13	0.26	0.0325
184～	14	0.28	0.035
192～	6	0.12	0.015
200～	2	0.04	0.005
208～	1	0.02	0.0025
Σ	50	1.00	0.125

以表 1-1 中第一列组限作为横坐标，以第四列频率/组距作为纵坐标绘制频率分布直方图（图 1-1）.

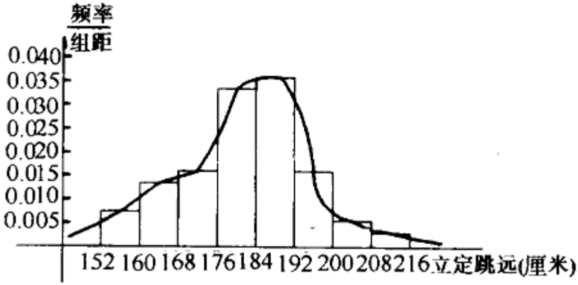

图 1-1

从图 1-1 中可见，各长方形的宽度是组距，高度是各组的频率/组距，那么，各长方形的面积就表示相应的频率.

如果我们把图 1-1 中各小长方形上边中点用平滑的曲线连接起来，那么就得到中间高，左右两侧逐渐降低并接近对称分布的图形.

如果样本容量不断增大，分组数也不断地增多（即组距越来越小），直方图上就会越来越出现中间高，两侧逐渐平缓降低且趋于完全对称的图形，如图 1-2（1）（2）所示.

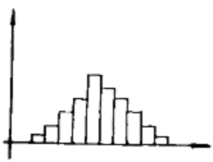

图 1-2（1）

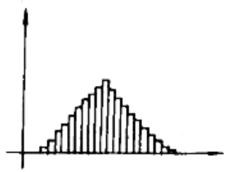

图 1-2（2）

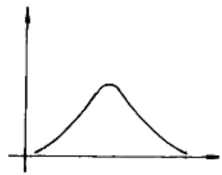

图 1-2（3）

当样本容量增大且趋于无穷，分组数也趋向无穷时（即组距趋向于零），频率分布直方图上的各长方形上边中点的连

线就逐渐形成了一条光滑的曲线.

如果擦去无穷个窄小长方形线条，就得到如图 1-2（3）所示的曲线. 在数学中，把这一类型的曲线称为正态曲线或“钟形曲线”. 形如图 1-2（3）的频率分布在统计学中称为正态分布.

在体育领域中，诸如同性别、同年龄青少年的身高、体重、跳高成绩、跳远成绩、100 米跑成绩等计量数据的频率分布都呈正态分布或近似正态分布. 因此，在实践中常常根据正态分布曲线的性质去处理这一类型频率分布问题.

现将正态分布曲线的某些重要性质介绍如下：

1. 正态分布曲线是以直线 $x=\mu$（μ 为总体平均数）为对称轴，且中间高、两侧低的轴对称图形. 在 $x=\mu$ 处曲线取得极大值，如图 1-3（1）所示.

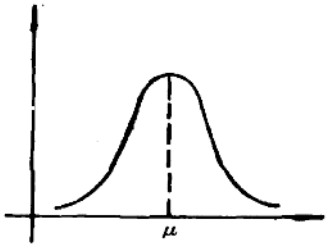

图 1-3（1）

2. 正态分布曲线与横轴之间的面积是 1. 曲线下各部分的面积占总面积的百分数如下〔图 1-3（2），图中 σ 为总体标准差〕：

$\mu\pm1\sigma$ 之间的面积占总面积的 68.26%；

$\mu\pm2\sigma$ 之间的面积占总面积的 95.44%；

$\mu\pm3\sigma$ 之间的面积占总面积的 99.73%；

$\mu\pm4\sigma$ 之间的面积占总面积的 99.994%；

$\mu\pm5\sigma$ 之间的面积占总面积的 99.9999%.

正态曲线下各部分面积占总面积的比值，相当于实际统计资料中，各部分的频率（或频数）与总频率（或总频数）的比值. 在运用正态分布理论去解决呈近似正态分布规律的实

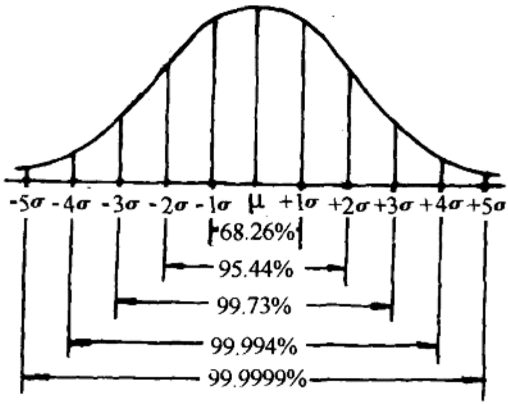

图 1-3（2）

际问题时，通常用样本平均数 $\bar{x}$ 去作为总体平均数 μ 的估计值，用样本标准差 S 去作为总体标准差 σ 的估计值，进而达到对总体频率分布作出概括的估计．于是，正态曲线下各部分的面积与总面积分布规律表达式也可记为：

$\bar{x}\pm 1S$ 之间的面积占总面积的 68.26%；

$\bar{x}\pm 2S$ 之间的面积占总面积的 95.44%；

$\bar{x}\pm 3S$ 之间的面积占总面积的 99.73%；

$\bar{x}\pm 4S$ 之间的面积占总面积的 99.994%；

$\bar{x}\pm 5S$ 之间的面积占总面积的 99.9999%.

例如，某部门为了对辖区内的某校执行“体育锻炼标准”的情况进行检查，按一定方式从全校学生中抽出 100 名学生进行五个项目综合测试，经统计计算得到五项平均成绩 $\bar{x}=360$ 分，五项成绩的标准差 $S=45$ 分．如何对该校学生的“达标”成绩进行估计（或评价）．

如果不考虑这五项指标中哪一项是决定性的因素，那么

样本平均数和标准差均可近似替代总体平均数和总体标准差. 由正态曲线下面积分布理论知，在 $\bar{x}\pm 1S$ 这一区间内，即 360 ± 45（315～405 分）之间的学生占全校学生的 68%左右；在 $\bar{x}\pm 2S$ 这一区间内，即 $360\pm 2\times 45$（270～450 分）之间的学生占全校学生的 95.4%. 同时我们还可以看到，270 分以下的学生占全校学生的 2.3%左右，450 分以上的学生也占全校学生的 2.3%左右. 其他区间内的各成绩均可类似推出（从略）.

练　习　2

1.4 标准分数评分法

我们知道，在体育教学与训练中，较常见的评分法有两类，一类是反映部分与全体的比率的，称为“比较分数”，如某学生数学考试得了 80 分，这表明他完成全部考题的 80%. 又如，某体操运动员吊环动作的成绩是 10 分，这表明该运动员完成吊环动作的 100%.

另一类是反映个体在集体中的位置的，称为“位置分数”. 如，标准分数、标准百分等.

所谓标准分数是以正态曲线的横轴上标准差的位置确定分数值并规定样本平均数 $\bar{x}$ 处为 0 分，$\bar{x}\pm 1S$ 处为 +1 分，$\bar{x}-1S$ 处定为 −1 分，其余依此类推. 一般地，人们习惯在正态曲线横轴上，以 $\bar{x}$ 为中心向左和向右各定五个标准差为评分范围. 如图 1-4 所示，标准分数由 −5 分到 +5 分.

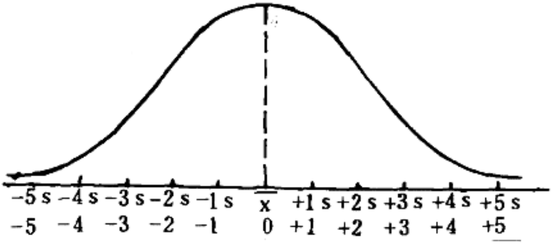

图 1-4

体育项目很多，评定各项目的成绩的方法也不可能完全相同，但是，化标准分数的计算公式是一致的. 即

$$\boxed{\text{标准分数} = \frac{x_i - \overline{x}}{S}} \tag{5}$$

其中 x_i 为各原始成绩，$\overline{x}$ 为原始成绩的平均数，S 为原始成绩的标准差.

由于径赛是记时的，数据愈小，成绩愈好；而田赛是记距离或高度的，数据愈大，成绩愈好. 所以田径项目化标准分数计算公式分别为

$$\boxed{\text{田赛标准分数} = \frac{x_i - \overline{x}}{S}} \tag{5}$$

$$\boxed{\text{径赛标准分数} = \frac{\overline{x} - x_i}{S}} \tag{6}$$

例 1 某业余体校男生 800 米跑样本平均数 $\overline{x}=3$ 分 03 秒，标准差 $S=12$ 秒. 如果甲、乙两名男生 800 米跑成绩分别为 2 分 51 秒和 3 分 35 秒，求他们各应得多少标准分？

解：由于 800 米跑是径赛项目，所以由公式（6）得到