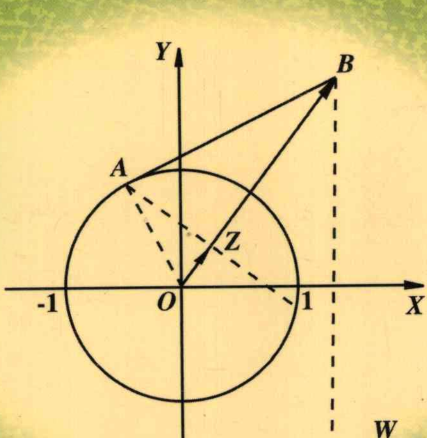
初等数学

（经济类）

王嘉武／编著



华文出版社

初 等 数 学

（经 济 类）

王嘉武 编著

华 文 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

初等数学.（经济类)/王嘉武编著.—北京：
华文出版社，2002
ISBN 7-5075-1369-6

Ⅰ.初… Ⅱ.王… Ⅲ.初等数学-成人教育：
高等教育-教材 Ⅳ.012

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 042026 号

华文出版社

（邮编 100800 北京市西城区府右街 135 号）
网址：http://www.hwcbs.com
电子信箱：webmaster @hwcbs.com
电话（010）83086853 （010）66035914
新华书店经销
北京市朝阳区科普印刷厂 印刷
850×1168 毫米 32 开本 10 875 印张 240 千字
2002 年 7 月 第 1 版 2002 年 7 月 第 1 次 印 刷
*
印数：0001—8000 册
定价：16.00 元

前　　言

《初等数学》(经济类)是《经济数学基础》一书的配套教材．编辑这本书的目的是帮助读者较快地学习和掌握初等数学的基本知识，同时还为进一步学习经济数学和学习经济管理奠定基础．

本书概括地介绍了初等数学中代数、三角、解析几何的主要内容．在编写过程中，我们在努力体现知识整体性的前提下，力求简明扼要、通俗易懂．各章后面均有习题，书末附有答案．各章习题均分为A、B两组，A组习题是帮助读者加深对概念的理解，提高运用运算法则和定理的能力；B组习题是帮助读者提高综合思考和解题的能力．

由于作者的水平有限，希望读者对书中不妥之处予以批评指正．

作　者

2002年5月

目　　录

第一章 实 数

人类对数的认识包括对数的概念和数的范围两方面的认识. 随着人们实际生产和生活的需要,数首先从自然数(正整数)扩展到非负有理数(正整数、正分数和零),引入负数后扩展到了有理数;在引入无理数后,数的范围便扩展到了实数.

§1.1 有 理 数

一、正数和负数

我们在工作和生活中,常常遇到具有相反意义的量. 例如,在测量温度时,有零上 5℃ 和零下 5℃;收入 3 万元和支出 3 万元. 数学中,为了简捷地反映出具有相反意义的量,引入了正数和负数. 当把一种意义的量规定为正的时,则另一种与它相反意义的量就为负的.

当我们规定零上 5℃ 和收入 3 万元为正的时,用 +5℃、+3 万元表示,则零下 5℃ 和支出 3 万元就为负的,用 -5℃、-3 万元表示.

象 $+5$, $+3$, $+1\frac{7}{8}$ 等带有正号的数叫做**正数**(前面正号可

省略不写).

象 -5, -3, $-2\frac{1}{3}$ 等带有负号的数叫做**负数**.

零既不是正数,也不是负数.

二、有 理 数

所有正数组成正数集合,所有负数组成负数集合. 正数、负数和零统称为有理数. 因此,有理数系为:

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{正数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

正整数、零、负整数统称**整数**,正分数、负分数统称**分数**. 整数和分数统称有理数. 有理数还可以分为:

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

1. 数轴

为了形象具体地表示数,我们引入数轴.

规定了原点,方向和单位长度的直线叫做**数轴**,如图 1-1.

这样所有的有理数,都可以用数轴上的点表示.

【例 1】 在数轴上记出下列各数

$$+2, -5, -2\frac{1}{2}, +4\frac{1}{2}, 0$$

解：

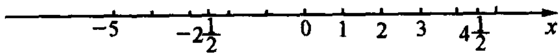


图 1−1

2. 相反数

我们看 +6、−6 这两个数，它们符号不同，一正一负，在数轴上表示这两个数的点，分别在原点的两侧，离开原点的距离相等. 象这样只有符号不同的两个数，我们说一个是另一个的**相反数**，或者说它们互为相反数.

零的相反数是零.

3. 绝对值

我们用正数和负数表示相反方向的量，但有时我们只需要研究数值的大小，不需要考虑方向，为此引入**绝对值**的概念.

+4 的绝对值记作 $|+4|$，它的值是 4；−6 的绝对值记作 $|-6|$，它的值是 6. 一般地，一个数 a 的绝对值记作 $|a|$.

我们说，一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零.

即 $$|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离.

4. 有理数大小的比较

在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大.

关于有理数的大小比较，我们有下面结论：正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的反而小.

【例 2】 把下列各数从小到大排列起来,并用"<"号连接

$$4,-3.1,-3\frac{2}{3},0.1,-2,0,\frac{1}{3},\frac{3}{10},-5,|-10|.$$

解:

$$-5<-3\frac{2}{3}<-3.1<-2<0<0.1<\frac{3}{10}<\frac{1}{3}<4<|-10|$$

5. 倒数

1 除以某数所得的商,叫做这个数的**倒数**. 零没有倒数.

例如:$\frac{2}{3}$的倒数是$\frac{3}{2}$,-7 的**倒数**是$-\frac{1}{7}$.

§1.2 有理数的运算

一、有理数的加减乘除运算法则

在算术运算的基础上,加上符号的确定方法,就是有理数的运算法则. 有理数的运算法则,概括如下:

运算 \ 原数 法则	同号		异号	
	符号	绝对值	符号	绝对值
加法	保持原符号	相加	取绝对值较大的符号	相减
减法	减去一个数等于加上它的相反数			
乘法	+	相乘	−	相乘
除法	+	相除	−	相除

特殊地,互为相反数的两个数相加得零,一个数同零相加,仍得

这个数. 有理数的加法和减法运算可统一为求代数和的运算.

二、有理数的乘方

求 n 个相同因数的积的运算叫做**乘方**.

即: $\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots\cdots a}_{n个}=a^n$.

乘方的结果叫做**幂**.

在 a^n 中,a 叫做**底数**,n 叫做**指数**,a^n 读作 a 的 n **次方**.

二次方也称为平方,三次方也称为立方.

正数的任何次幂都是正数,负数的奇次幂为负数,负数的偶数次幂为正数. 零的非零次幂都是零.

三、有理数的混合运算

在一个混合算式中的运算顺序应是:

先算括号里的,再算括号外的;先乘方,再乘除,最后做加减运算.

【例 1】 计算:

(1) $-1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1\frac{1}{4}$

(2) $2\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div\frac{4}{5}$

解:(1) $-1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1\frac{1}{4}$

$$=-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-1-\frac{1}{4}$$

$$=-1-1+\frac{-6+4+10-3}{12}$$

$$=-2+\frac{5}{12}$$

$$=-1\frac{7}{12}$$

(2) $2\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div\frac{4}{5}$

$$=2\frac{1}{5}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{11}\times\frac{5}{4}$$

$$=\frac{11}{5}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{11}\times\frac{5}{4}$$

$$=-\frac{1}{8}$$

【例 2】 计算：$-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$

解： $-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$

$$=-10+8\div4-12$$

$$=-10+2-12$$

$$=-20$$

§1.3 无理数及其运算

一、无理数的概念

1. 平方根和开平方

下面我们看一个例子：

若已知正方形的面积是2，求正方形的边长．我们可以设正方形边长为x，由题意可知 $x^2=2$．即求什么数的平方为2．此

时需要我们引入一种新的数和运算.

一般地,如果一个数的平方等于 a,这个数就叫做 a 的平方根. 即若 $x^2=a$,那么 x 就叫做 a 的平方根. 因为 $(+2)^2=4$, $(-2)^2=4$,所以 2 和 -2 都是 4 的平方根.

一个正数有两个平方根,这两个平方根互为相反数;零的平方根是零;负数没有平方根.

一个正数 a 的平方根,用 $\pm\sqrt{a}$ 表示.

其中 $\sqrt{a}$ 叫做 a 的**算术平方根**.

求一个数 a 平方根的运算叫做开平方.

开平方与平方运算互为逆运算.

如上例中,2 的平方根为 $\pm\sqrt{2}$,因为正方形边长都为正值,所以 $x=\sqrt{2}$.

2. 无理数的概念

象 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\pi=3.14159265\cdots\cdots$, $e=2.71828\cdots\cdots$ 等象这样的数都是无理数.

无限不循环小数叫做**无理数**.

无理数可分为正无理数和负无理数. 例如 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π,等是正无理数, $-\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$, $-\pi$ 等都是负无理数.

有理数和无理数统为**实数**. 这样,我们所学的数,扩充到了实数范围. 实数系数表如下:

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{正数}\\\text{零}\\\text{负数}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}
$$

数集扩充到实数后,实数和数轴上的点就构成了一一对应. 即数轴上任意一点都代表着一个实数,任何一个实数都可以在数轴上惟一找到对应点.

二、二次根式及其运算

1. 二次根式及其运算

式子$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$叫做**二次根式**. a 叫做被开方数. 例如$\sqrt{3}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\sqrt{2}$……实数范围内,负数没有平方根.

二次根式有如下性质:

(1) $(\sqrt{a})^2=a \qquad (a\geqslant 0)$

(2) $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & a\geqslant 0 \\ -a & a<0 \end{cases}$

(3) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab} \qquad (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$

(4) $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \qquad (a\geqslant 0,b>0)$.

2. 最简二次根式与同类二次根式

最简根式要求二次根式的被开方数的每一个因数的指数都小于根指数 2,同时被开方数不含分母. 如 $3\sqrt{5}$, $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$都是最简根式;$\sqrt{4}$,$\sqrt{\frac{3}{2}}$都不是最简根式.

【例 1】 将下列二次根式化成最简根式:

(1) $\sqrt{8}$, (2) $\sqrt{\frac{3}{2}}$, (3) $\sqrt{\frac{8}{75}}$.

解：(1) $\sqrt{8}=\sqrt{2^2\cdot 2}=2\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3\cdot 2}{2\cdot 2}}=\frac{1}{2}\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{\frac{8}{75}}=\sqrt{\frac{2^2\cdot 2}{5^2\cdot 3}}=\frac{2}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{2}{5}\sqrt{\frac{2\cdot 3}{3\cdot 3}}=\frac{2}{15}\sqrt{6}$

被开方数完全相同的最简二次根式，叫做**同类根式**. 例如$2\sqrt{2}$，$-\frac{5}{3}\sqrt{2}$是同类根式.

3. 二次根式的加减运算

二次根式的加减运算只能在同类根式中运行. 作二次根式加减法，先将各个根式化成最简根式，再把同类根式分别合并.

【例 2】 计算：

$$\left(\sqrt{32}-\sqrt{\frac{1}{8}}+2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-(\sqrt{0.5}+\sqrt{75})$$

解：$\left(\sqrt{32}-\sqrt{\frac{1}{8}}+2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-(\sqrt{0.5}+\sqrt{75})$

$=4\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{2}+\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}-5\sqrt{3}$

$=\frac{13}{4}\sqrt{2}-\frac{13}{3}\sqrt{3}$.

4. 二次根式的乘法

二次根式相乘：把被开方数相乘，根指数不变.

即$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geqslant,b\geqslant 0)$

【例 3】 计算 $\left(\sqrt{\frac{8}{27}}-5\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{6}$

解：$\left(\sqrt{\frac{8}{27}}-5\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{6}$