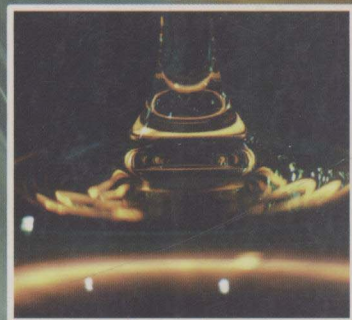
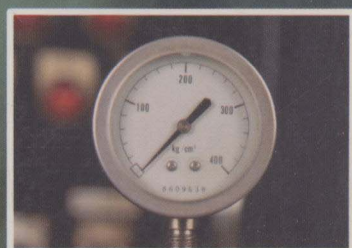


振動學

Vibration

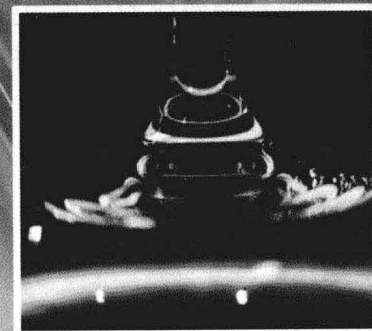
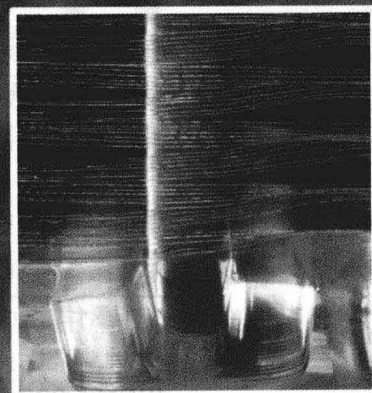
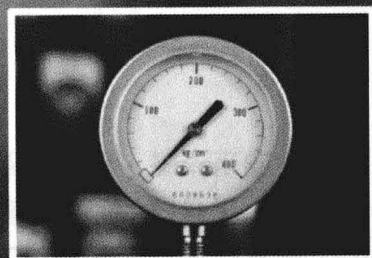
吳佳璋◎編著



振動學

Vibration

吳佳璋◎編著



國家圖書館出版品預行編目資料

振動學 / 吳佳璋編著. -- 初版. -- 臺北縣
中和市 : 新文京開發, 2006 (民 95)
面 ; 公分

ISBN 978-986-150-515-2(平裝)

1. 機械振動

332.26

95020998

振動學

(書號 : A282)

編 著 者	吳佳璋
出 版 者	新文京開發出版股份有限公司
地 址	台北縣中和市中山路二段 362 號 8 樓 (9 樓)
電 話	(02) 2244-8188 (代表號)
F A X	(02) 2244-8189
郵 撥	1958730-2
初 版	西元 2006 年 12 月 31 日

有著作權 不准翻印

建議售價 : 500 元

法律顧問 : 蕭雄淋律師

ISBN 986-150-515-6
978-986-150-515-2



振動學是高等動力學的延伸，由於所使用的數學比一般學門艱深，因此許多初學者往往望而卻步，再加上大部份的振動學相關書籍僅談及理論部份，不提及實作，因而使初學者更難入門。本書以淺顯易懂的文筆來帶領讀者進入振動學的領域，書中不但有許多範例，而且大部份範例都還附上MATLAB的原始程式碼，相信對於初學者而言，應該有相當大的助益。

在內容方面，本書特別將隔振與減振及軸系的扭轉振動分析編排成為獨立的章節，作有系統的介紹，並且附上相關的MATLAB原始程式碼，以供讀者參考，相信讀完上述兩章後，讀者應該對振動學的實際應用有某一程度的了解。

本書分為八章，每一章的內容分述如下：

第一章 振動學基本概念

本章先介紹一些與振動力學相關的專門名詞、簡諧運動的一些特性及進行振動分析的基本流程，以使讀者往後能順利進入振動學的領域。

第二章 運動方程式的推導與自然頻率

在進行結構振動分析的過程中，完成結構系統的數學模型建立後，接下來的步驟便是推導結構系統的運動方程式。對複雜的結構系統而言，運動方程式的推導，可能是整個結構振動分析過程中最困難的工作，只要能完成結構系統運動方程式的推導，便能求出結構系統的動態行為，本章將介紹下列幾種方法來推導結構系統的運動方程式：(1) 牛頓第二運動定律（或稱為達朗貝原理），(2) 能量法，(3) 虛位移法，(4) 哈密爾頓原理，(5) 拉格朗日方程式。

第三章 單自由度結構系統的自由與強迫振動分析

結構系統可分為無阻尼結構系統與阻尼結構系統，每一種結構系統的振動特性又可分為自由振動與強迫振動。因為無阻尼結構系統忽略阻尼的存在，故此系統的振動情形不會隨著時間而衰減，然而實際的結構系統皆存在有阻尼效應，故其振動情形將隨時間而衰減，直到振動量趨近於零。雖然無阻尼結構系統的自由與強迫振動分析無法用來描述實際結構系統的振動情形，但是可用來介紹一些振動學上的重要基本概念，所以本章先介紹無阻尼結構系統的自由與強迫振動分析，然後再介紹黏滯阻尼結構系統的自由與強迫振動分析。



第四章 雙自由度結構系統的自由與強迫振動分析

雙自由度結構系統的類型有很多種，本章將以雙自由度彈簧—阻尼—質量系統為例，利用拉格朗日方程式來推導此系統的運動方程式，並探討其自由與強迫振動反應，然後再利用上述基礎來探討其他雙自由度結構系統的振動特性。

第五章 多自由度結構系統的自由與強迫振動分析

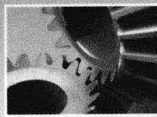
基本上，讀者可利用第二章所介紹之方法來推導多自由度結構系統的運動方程式，然而當結構系統之自由度總數相當大時（例如：1000個自由度），則推導結構系統運動方程式將會是一件很艱難的工程，因此本章介紹有限元素法來幫助讀者推導多自由度結構系統的運動方程式，以降低推導運動方程式的困難度。此外，本章也將對多自由度結構系統的自由振動與強迫振動分析稍作介紹。

第六章 隔振與減振

裝備及人類工作的各種場所通常均會存在某種程度的振動及陡振，依照擾動的嚴重性及裝備的敏感性，振動及陡振所造成的不利效應可以從微不足道延伸到重大的災難。本章將介紹兩種隔振器與兩種吸振器的設計，所將介紹的兩種隔振器為：振動隔絕器及陡振隔絕器，這兩名詞通常係不可混用的，雖然振動隔絕器亦具有某種程度的陡振隔絕效果，反之亦然，但其隔振原理係不同的，故兩種隔絕器所需具備的條件須分開來探討。在實際情況下，對於可能造成振動或陡振困擾的環境，當然可分別設計振動隔絕器或陡振隔絕器來降低其所造成的擾動，但若兩者（振動與陡振）均可能造成困擾時，則須採用折衷的辦法來解決。此外，本章所要介紹的兩種吸振器為：調諧質量阻尼器(tuned mass damper)與調諧液柱阻尼器(tuned liquid column damper)，上述兩種吸振器是廣泛用來對結構進行減振的設備，由於設計原理不同，其應用的場合也不同，本章將分別介紹。

第七章 軸系的扭轉振動分析

旋轉軸的振動行為可分為三大類：縱向振動、橫向振動與扭轉振動。對船舶的螺旋槳軸系或引擎曲柄軸而言，扭轉振動為上述設備損毀的主要原因。除了引擎之外，各類的動力傳遞系統亦經常會有扭轉振動的問題發生。例如：高速的螺旋槳、渦輪機、…等。為了避免設備損毀，設計人員在任何動力傳遞系統的設計階段，都必須對所設計之系統進行扭轉振動分析，以確保設備將來在正常營運時，其轉速能與旋轉軸的臨界轉速錯開。本章將介紹如何利用Holzer列表法來求取扭振系統的自由振動特性。此外，對於一般的扭振系統而言，其旋轉軸之各部位的直徑不一定皆相等，因此，若以同一



直徑的等效軸來取代，將使運算更為方便，因此本章乃利用等效長度的概念，將一不均勻直徑之旋轉軸以一均勻直徑之等效旋轉軸來取代。最後，本章將利用所介紹的理論來開發一個MATLAB程式，並利用此程式來探討引擎之傳動軸的自由扭轉振動特性。

第八章 連體系統的振動分析

在進行結構系統的振動分析時，讀者除了可以利用第五章所介紹的方法，根據「離散系統」的理論，來建立結構的數學模型外，也可以用本章介紹的方法，根據「連體系統」的理論，來建立結構的數學模型。本章將依序介紹受垂向力之樑的側向振動分析、受軸向力之樑的側向振動分析、圓桿的軸向振動分析、圓桿的扭轉振動分析、弦的側向振動分析、薄膜的側向振動分析與平板的側向振動分析，讀者在閱讀完本章之後，應該會對利用「連體系統」理論來進行結構分析的內容，有一個整體性的概念。

本書得以完成，除了感謝父母、內人瓊如及女兒岱穎在此書編寫期間的鼓勵，亦要感謝國立高雄海洋科技大學聲學與動力實驗室所有研究人員的協助、文京出版機構的支持以及購買此書之眾位讀者的厚愛。此書在編寫期間，雖然力求嚴謹完善，疏漏之處在所難免，若讀者在使用本書期間發現任何錯誤或不恰當之處，敬請多加指正，謝謝。

吳佳璋

jjangwu@mail.nkmu.edu.tw

國立高雄海洋科技大學

輪機工程研究所

聲學與動力實驗室(<http://mail.nkmu.edu.tw/~jjangwu>)

2006.12



第一章 振動學基本概念..... 1

1.1	振動學的重要名詞.....	2
1.1.1	自由振動 (free vibration)	2
1.1.2	自然頻率 (natural frequency)	2
1.1.3	週期性運動 (periodic motion)	3
1.1.4	振態 (mode shape)	3
1.1.5	動態負載 (dynamic load)	4
1.1.6	強迫振動 (forced vibration)	5
1.1.7	動態反應 (dynamic responses)	5
1.1.8	共振 (resonance)	5
1.1.9	阻尼 (damping)	5
1.1.10	自由度 (degree of freedom)	6
1.1.11	廣義座標.....	8
1.1.12	位移函數 (或形狀函數)	10
1.2	簡諧運動	11
1.3	振動分析的流程	14
1.3.1	建立結構系統的數學模型	14
1.3.2	推導結構系統的運動方程式.....	15
1.3.3	求解結構系統的運動方程式.....	15
1.3.4	運動方程式的數值結果分析.....	16
1.4	練習題	17



第二章 運動方程式的推導與自然頻率..... 21

2.1	牛頓第二運動定律.....	22
2.2	能量法	25
2.3	虛位移法	25
2.4	哈密爾頓原理	26
2.5	拉格朗日方程式.....	27



2.6	彈簧-質量系統的運動方程式與自然頻率	28
2.6.1	等效彈簧	28
2.6.2	運動方程式的推導與自然頻率	30
2.7	彈簧-阻尼-質量系統的運動方程式	40
2.8	扭振系統的運動方程式與自然頻率	48
2.9	旋轉軸的臨界轉速	52
2.10	側向振動系統的運動方程式與自然頻率	56
2.11	彈性構件的質量對系統運動方程式與自然頻率的影響	63
2.12	雜項振動系統的運動方程式與自然頻率	66
2.13	練習題	98

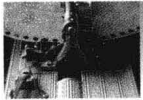


第三章 單自由度結構系統的自由與強迫振動分析 . 107

3.1	無阻尼結構系統的自由振動分析	108
3.2	無阻尼結構系統的強迫振動分析	113
3.2.1	承受簡諧外部負載的強迫振動反應	113
3.2.2	承受步階函數外部負載的強迫振動反應	123
3.2.3	承受漸進步階函數外部負載的強迫振動反應	125
3.2.4	利用數值方法來求解單自由度無阻尼結構系統的強迫振動反應 .	129
3.3	黏滯阻尼結構系統的自由振動分析	133
3.3.1	低阻尼結構系統(underdamped structural system)	134
3.3.2	臨界阻尼結構系統(critical damped structural system)	138
3.3.3	過阻尼結構系統(overdamped structural system)	140
3.3.4	對數衰減量	142
3.3.5	穩定性分析	144
3.4	黏滯阻尼結構系統的強迫振動分析	145
3.4.1	黏滯阻尼結構系統承受簡諧外部負載的強迫振動反應	145
3.4.2	利用數值方法來求解單自由度黏滯阻尼結構系統的強迫振動反應	152
3.4.3	由旋轉不平衡所引起的振動反應	162
3.4.4	由基座激振所引起的振動反應	166



3.4.5	單自由度黏滯阻尼結構系統的頻率響應分析	170
3.4.6	振動量測轉換器	173
3.5	練習題	176



第四章 雙自由度結構系統的自由與強迫振動分析 ... 181

4.1	雙自由度彈簧-阻尼-質量系統之運動方程式的推導	184
4.2	無阻尼雙自由度彈簧-質量系統的自由振動分析	186
4.3	雙自由度彈簧-阻尼-質量系統的強迫振動分析	192
4.4	雙自由度扭振系統	199
4.5	平移運動與旋轉運動耦合的雙自由度系統	204
4.6	半定系統	210
4.7	穩定性分析	212
4.8	練習題	214



第五章 多自由度結構系統的自由與強迫振動分析 ... 219

5.1	樑元素	221
5.1.1	樑元素的位移函數	221
5.1.2	樑元素的質量矩陣	223
5.1.3	樑元素的勁度矩陣	228
5.2	桿元素	229
5.3	彈簧元素	231
5.4	阻尼元素	231
5.5	質塊元素	232
5.6	多自由度結構系統之運動方程式的推導	232
5.7	多自由度無阻尼結構系統的自然頻率與振態	239
5.8	振態的正交性	240
5.9	多自由度無阻尼結構系統的自由振動反應	241



5.10	多自由度無阻尼結構系統的強迫振動分析	243
5.11	阻尼矩陣	244
5.12	多自由度阻尼結構系統的強迫振動分析	244
5.13	穩定性分析	246
5.14	利用數值方法來求解多自由度結構系統的振動反應	247
5.15	練習題	265



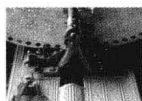
第六章 隔振與減振

6.1	隔振器設計	275
6.1.1	單自由度振動系統的運動方程式及解	275
6.1.2	隔振器的傳遞率	278
6.1.3	隔絕效率	283
6.1.4	陡振傳遞率	285
6.1.5	設計時應考慮的問題	287
6.1.6	陡振分析	290
6.1.7	設計實例	291
6.2	調諧質量阻尼器	292
6.2.1	系統運動方程式的推導	293
6.2.2	吸振器的最佳化參數	294
6.2.3	吸振器的參數研究	301
6.2.4	吸振器的設計實例	307
6.3	調諧液柱阻尼器	309
6.3.1	調諧液柱阻尼器及結構主系統的運動方程式	310
6.3.2	水平運動結構主系統的動態放大因子	313
6.3.3	調諧液柱阻尼器之各參數對其減振效率的影響	315
6.3.4	結 論	326
6.4	練習題	327



第七章 軸系的扭轉振動分析 329

7.1 旋轉軸的扭轉彈簧常數與圓盤的質量慣性矩	331
7.2 等效長度	334
7.3 等效質量慣性矩	335
7.4 利用 Holzer 列表法來求解多自由度扭轉振動系統的自然頻率及振態	336
7.5 二自由度及單自由度扭振系統的自然頻率	338
7.6 數值分析結果與討論	340
7.6.1 本章所提理論的正確性及所開發程式的可靠性	340
7.6.2 攜帶多個轉子之旋轉軸的自然頻率與振態	341
7.7 實例說明與電算程式設計	343
7.8 練習題	348



第八章 連體系統的振動分析 349

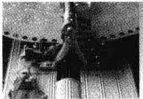
8.1 受垂向力之樑的側向振動分析	350
8.1.1 受垂向力之樑的運動方程式	350
8.1.2 樑的自由振動分析	352
8.1.3 樑的振態函數正交性	358
8.1.4 受垂向力之樑的強迫振動分析	361
8.2 受軸向力之樑的側向振動分析	365
8.2.1 受軸向力之樑的運動方程式	365
8.2.2 受軸向力之樑的自由振動分析	366
8.3 圓桿的軸向振動分析	368
8.3.1 圓桿的軸向振動運動方程式	368
8.3.2 圓桿的軸向自由振動分析	369
8.3.3 圓桿的軸向強迫振動分析	372
8.4 圓桿的扭轉振動分析	373
8.4.1 圓桿的扭轉振動運動方程式	373
8.4.2 圓桿的扭轉自由振動分析	374



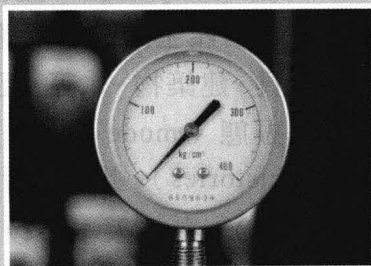
8.5	弦的側向振動分析.....	377
8.5.1	弦的側向振動運動方程式.....	377
8.5.2	弦的側向自由振動分析.....	378
8.6	薄膜的側向振動分析.....	380
8.6.1	薄膜的側向振動運動方程式.....	380
8.6.2	薄膜的側向自由振動分析.....	382
8.7	四邊固定之長方形平板的側向振動分析.....	389
8.8	練習題.....	395



索引.....	399
---------	-----



參考文獻.....	405
-----------	-----



振動學基本概念



- 1.1 振動學的重要名詞
- 1.2 簡諧運動
- 1.3 振動分析的流程
- 1.4 練習題

振動學的主要目的在於探討結構承受動態負載 (dynamic loadings) 時，其所產生的動態反應 (dynamic responses)。其中，結構可以是任何機械、器具、建築物、...等，而動態反應通常是指結構的自然頻率 (natural frequency)、振態 (mode shape) 或上述結構之位移對時間的歷程 (displacement-time histories)。此外，所謂動態負載是指隨時間改變的負載 (例如：外力 $p(t) \neq$ 常數)。在進入本書後續各章節之前，本章將先介紹一些與振動力學相關的專門名詞 (terminology)、簡諧運動的一些特性及進行振動分析的基本流程，以使讀者往後能順利進入振動學的領域。

1.1 振動學的重要名詞

1.1.1 自由振動 (free vibration)

一個結構系統在未承受任何外部負載作用的情形下，由於初始位移 (initial displacement) 及 (或) 初始速度 (initial velocity) 的存在，使得整個結構系統的動能 (kinetic energy) 與勢能 (potential energy) 作週期性的轉換，以至於整個結構系統作重複的運動，這種現象稱為自由振動 (參考圖 1.1)。

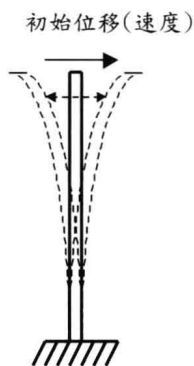


圖 1.1 由初始位移 (或速度) 所引起的結構自由振動

1.1.2 自然頻率 (natural frequency)

結構系統處於自由振動情況時，單位時間內的往復次數稱為該系統的自然頻率。一個結構系統的自然頻率個數等於該系統的自由度總數，一般而言，最低的那個自然頻率最為重要，因此，這個自然頻率又稱基本頻率 (fundamental frequency)。常用的自然頻率單位有 cycles/sec (cps 或 Hz) 與 rad/sec，前者稱為循環頻率 (cyclic frequency)，常以符號 f 表示，而後者稱

為圓頻率 (circular frequency)，常以符號 ω 表示。因為轉動一週 (cycle) 為 2π 弧度 (radian)，所以 f 與 ω 具有下列關係：

$$\omega = 2\pi f \quad (1.1)$$

或

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.2)$$

1.1.3 週期性運動 (periodic motion)

一個結構系統的運動若每隔時間 τ 即重複一次，則此種運動稱為週期性運動，而時間 τ 稱為週期 (period)，它與頻率 f 具有下列的關係：

$$f = \frac{1}{\tau} \quad (1.3)$$

或

$$\tau = \frac{1}{f} \quad (1.4)$$

週期性運動可分為兩大類型：(a)簡單週期性運動 (simple periodic motion)，(b)複雜週期性運動 (complex periodic motion)。簡諧運動 (simple harmonic motion) 即屬前者，而汽缸內活塞的往復運動即屬後者。

1.1.4 振態 (mode shape)

所謂振態就是當結構系統處於自由振動的情形下，將結構上所有的點於某一特定頻率的振動振幅用曲線畫出來，而這些曲線可以用來表示結構系統於某一特定自然頻率的振動形勢 (或位移變位) (參考圖1.2)。

圖1.2所示為簡支樑 (simply supported beam) 於某一特定自然頻率的振動情形。在圖中，曲線 (---) 即為簡支樑的振態，而箭號為振幅，很明顯的，此簡支樑正以 A 點為中心點進行俯仰運動 (pitching motion)，由於在自由振動的過程中， A 點於任意時間 t 的位移為零，所以 A 點又稱為節點 (node)。

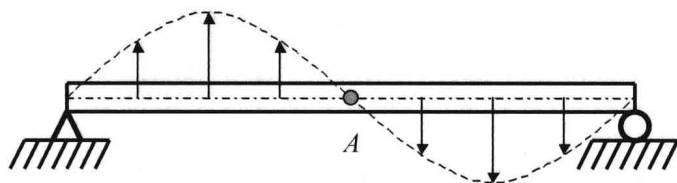


圖1.2 簡支樑的某一振態

1.1.5 動態負載 (dynamic load)

負載係指一具有大小、方向及作用點的向量，故任一負載只要其大小、方向或作用點隨著時間而變均屬動態負載。動態負載的型態可分為：(a) 週期性動態負載與(b)非週期性動態負載。週期性動態負載一般是指負載大小及（或）負載作用位置呈週期性變化，而非週期性動態負載一般是指負載大小或負載作用位置呈非週期性變化。週期性動態負載通常由機械系統所產生（例如：不平衡轉子所產生的激振負載），而非週期性動態負載通常由不可預期的外在因素所產生（例如：地震對結構物所產生的激振負載）。上述兩種類型之動態負載的大小對時間的歷程可參考圖1.3。

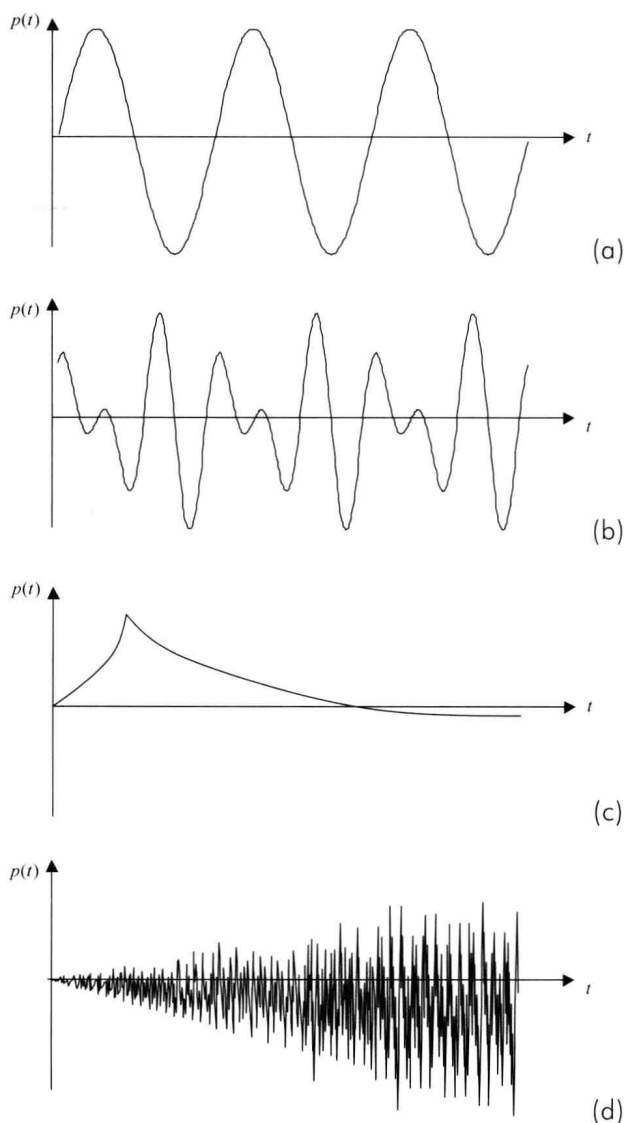


圖1.3 動態負載的型態：(a) 週期性，(b)週期性，(c)非週期性，(d)非週期性

1.1.6 強迫振動 (forced vibration)

一個結構系統在外施動態負載 (external dynamic load) 作用下 (參考圖 1.4)，所引起的運動稱為強迫振動。一般而言，通常用結構之位移對時間的歷程 (displacement-time histories) 來描述結構系統的強迫振動特性，當然，在某些情形下，也可以用速度 (或加速度) 對時間的歷程來描述結構系統的強迫振動行為。

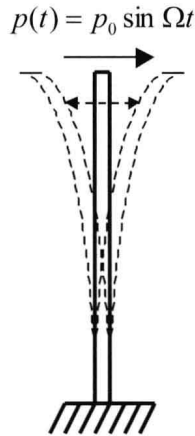


圖 1.4 由外施動態負載 $p(t) = p_0 \sin \Omega t$ 所引起之結構系統強迫振動反應

1.1.7 動態反應 (dynamic responses)

結構系統的自由振動特性 (free vibration characteristics) 與強迫振動特性 (forced vibration characteristics) 皆為結構系統之動態反應的成份之一。因此，動態反應包括了：結構系統的自然頻率、振態、位移對時間的歷程、速度對時間的歷程、加速度對時間的歷程...等。

1.1.8 共振 (resonance)

一個結構系統之強迫振動反應的大小與許多因素有關，但其中最重要的因素是外部動態負載的頻率 Ω 與結構系統的自然頻率 ω 之比值 β 。若 $\beta = \Omega/\omega$ ，則當 $\beta=1$ 時 (即 $\Omega=\omega$)，結構系統的強迫振動反應將會達其極大值，此種現象稱為共振。一般而言， $\beta = \Omega/\omega$ 稱為頻率比 (frequency ratio)，而 Ω 則稱為外部動態負載的激振頻率 (exciting frequency)。

1.1.9 阻尼 (damping)

一般而言，任何實際結構系統處於自由振動情形時，其振動振幅 (amplitude) 均會隨著時間而逐漸衰減 (decay)，直到最後整個結構系統會