

教育部规划 中等职业学校文化课教学用书

数学教学参考书

工科类●第二册

全国中等专业学校数学课程组 组编



高等教育出版社

HIGHER EDUCATION PRESS

教育部规划

中等职业学校文化课教学用书

数学教学参考书

(工科类)

第二册

全国中等专业学校数学课程组 组编

丁百平 主编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教学参考书.工科类.第二册/丁百平主编;胡胜生,夏国斌,潘涪编.—北京:高等教育出版社,2001

ISBN 7-04-009208-5

I.数… II.①丁…②胡…③夏…④潘… III.数学课—专业学校—教学参考资料 IV.G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 85997 号

总体策划 张又昌

责任编辑 邵勇 封面设计 刘晓翔 责任绘图 黄建英

版式设计 马静如 责任校对 马桂兰 责任印制 蔡敏燕

数学教学参考书(工科类)第二册

全国中等专业学校数学课程组 组编

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店上海发行所

印 刷 商务印书馆上海印刷股份有限公司

开 本 850×1168 1/32

版 次 2001 年 2 月第 1 版

印 张 3.625

印 次 2001 年 2 月第 1 次印刷

字 数 94 000

定 价 4.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本书是与全国中等专业学校数学课程组组编的《数学》(工科类)第二册教材相配套的教学参考书。共分五章，与教材完全对应。每章都分为五大部分：第一部分概括出知识网络；第二部分明确了大纲规定的教学要求；第三部分对教材给予了详细的说明；第四部分按每小节给出详细的教学建议；第五部分则是教材中练习和复习题的答案或提示，便于参考。附录中给出配套习题册的参考答案或提示。

本教学参考书供中等职业学校广大师生使用，自学者也可从中获得有益的指导和帮助。

前 言

本教学参考书是根据教育部 2000 年审定的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》，与全国中等专业学校数学课程组组编的《数学》教材相配套的教学用书。

本教学参考书共分四册，与上述教材四册同步出版发行，第一册为大纲知识内容的第一模块“函数”，第二册为大纲知识内容的第二、三模块“向量与复数”、“几何(方案 I)”，第三册为大纲知识内容的第四、五、六模块“概率与统计初步”、“微积分初步”、“统计”，第四册为大纲知识内容的第七模块“拓宽与提高”。

本教学参考书的主要内容为知识网络，教学要求，教材说明，教学建议，练习、复习题解答或提示。附录中给出配套习题册的参考答案或提示。

教学要求，按大纲分为认知要求和能力培养两个方面：

认知要求分三个层次：

了解 能够说出这一知识是什么，并知道简单应用。

理解 能够说出概念和规律(定义、定理、法则等)是什么，必要时还能够知道它是怎样得出的，与其他概念和规律之间的联系。

掌握 通过练习，获得一定的技能，能够应用概念、定义、定理、法则去解决一些问题。

能力培养分为六个方面：

基本运算能力 会根据法则和公式正确地进行运算、处理数据，并知道计算的原理。

基本计算工具使用能力 会正确使用一般的函数型计算器及常用的数学用表。

空间想像能力 形成正确的空间概念，根据空间图形的性质，能够表达出简单的立体图。

数形结合能力 能绘制常用函数图形，会利用函数图象讨论或帮助理解它的性质，初步学会用代数方法处理几何问题。

简单实际应用能力 会解决带有实际意义的简单数学问题，会把相关学科、生产或生活中的一些简单问题转化为数学问题，并予以解决，以培养学生用数学解决问题的意识。

逻辑思维能力 会分析、比较、综合、推理，能应用数学概念和方法，辨明数学关系，形成良好的思维品质。

打“√”表示该知识点的最基本要求和教学中应给予特别重视的能力要求。

教师在使用本书时，要注重对学生进行科学思维能力的培养。在介绍数学的基本概念和基本理论方面，尽量贯彻由浅入深、由易到难、由具体到抽象、循序渐进的原则，注意教材的系统性、科学性以及各章内容间的有机联系。

教学时，应改变过去课堂以教师为中心的教学方法，强调以学生为主体，给学生以更多的活动空间，让他们积极地参与教学过程。建议在课堂教学中注意精讲多练，适当增加课内练习时间，以减少学生课外负担，教学过程中要贯彻设疑(提出问题)、析疑(分析矛盾)和解疑(解决矛盾)三个环节的启发式教学原则，教师应尽量使用现代教学工具如计算机多媒体技术等，以激励学生的求知欲和创新意识。

教学中要注重数学实践能力的培养，它应该表现在：

1. 会算：掌握数学的基本运算和计算器的使用；**2. 会画：**掌握描点作图和利用性质作出基本初等函数大致图形的描绘，掌握简单空间图形的描绘；**3. 能读：**会读图识性和阅读数学概念、数学定理。

学生在使用本教材与教参的时候，应采用全过程优化的学习方法：“预习(发现问题)→带着问题听课→课内模仿练习→课后

复习→课外作业→整章总结”。课内宜完成最基本内容的训练，以模仿练习为主。课后应先复习后做习题，要求独立完成。通过整章复习，会解复习题中所设综合性习题。如此则具有了一定的自学能力，便于接受终身教育。

教材基本上按每2课时设置20分钟左右的课内**练习题**，设置30分钟左右的课外**习题**(附习题册)，在一章复习题中设置一批巩固知识、综合运用的**复习题**，从而使學生达到高中阶段学习数学的基本要求。以上三套题目的全部解答或提示均在教学参考书内列出，供读者参考。

参加本教学参考书编写工作的有上海水产学校丁百平，九江船舶工业学校胡胜生，芜湖机械学校夏国斌，上海航空工业学校潘磅。全书由丁百平主编。第一册由丁百平统稿，第二册由胡胜生统稿，第三册由夏国斌统稿，第四册由潘磅统稿。本书由全国中等专业学校数学课程组组织审稿，参加审稿工作的有广东省水利电力学校沈彩华(第一册主审)，渤海船舶工业学校杜吉佩(第二册主审)，四川省机械工业学校李以渝(第三册主审)，上海环境工程学校周建和(第四册主审)，整套教材、教参由上海航空工业学校张又昌总体策划并审定。

本书在编写过程中，得到了教育部职业教育与成人教育司、全国职业教育教学指导委员会、全国中等职业教育文化基础课程教学指导委员会以及高等教育出版社有关领导和编辑的热情关心和指导，得到了北京、上海、江苏、安徽、江西、四川、广东、辽宁、河北、天津等省市教育部门和部分中等职业学校的大力支持，在此谨表示深切的谢意！

限于编写水平，不妥之处在所难免，衷心欢迎广大从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

全国中等专业学校数学课程组

2000年9月

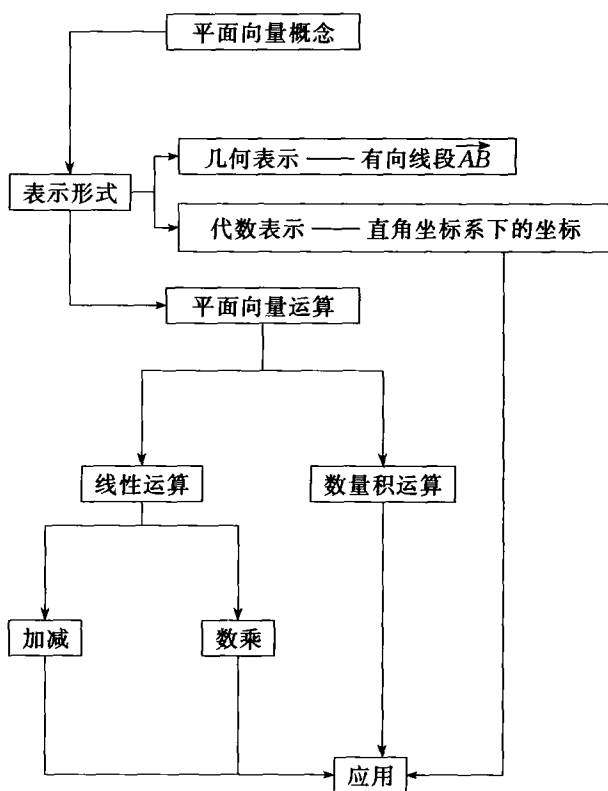
目 录

第 7 章 平面向量·····	1
第 8 章 复数 ·····	19
第 9 章 直线 ·····	39
第 10 章 二次曲线·····	51
第 11 章 空间图形·····	73
附录 配套习题册参考答案或提示 ·····	91

第7章

平面向量

一、知识网络



二、教学要求

知识点内容	认知要求			能力培养				
	了解	理解	掌握	基本运算	空间想像	数形结合	简单应用	思维
向量的定义、长度及单位向量		✓				✓		✓
相等向量、负向量		✓				✓		✓
共线向量		✓				✓		✓
向量的加法			✓			✓	✓	
向量的减法			✓			✓		
向量的数乘运算			✓			✓		
向量的数量积和运算法则		✓		✓				
坐标轴上的单位向量和向量的坐标		✓				✓		
向量的直角坐标运算			✓	✓				
两个向量共线的条件			✓				✓	
两个向量垂直的条件			✓			✓		
平移公式、中点公式			✓			✓	✓	
两点间的距离			✓				✓	
正弦定理及其应用		✓					✓	
余弦定理及其应用		✓					✓	

三、教材说明

本章介绍平面向量的概念及其表示方法，平面向量的运算及其简单应用。

本章共分 5 节。

第一节为向量的概念。介绍平面向量(下面简称向量)的定义及其几何表示；给出向量的长度、零向量、单位向量等概念；给出自由向量、向量相等、向量平行共线等概念。

第二节为向量的线性运算。给出向量的加法、减法及数乘运算的定义及其运算法则；介绍线性运算的性质，并进行线性运算的训练；介绍与非零向量共线的条件。

第三节为向量的坐标表示，介绍平面直角坐标系下位置向量和自由向量的坐标表示；给出向量线性运算的坐标表示方法；导出向量共线的坐标表示和中点坐标公式；介绍点的平移公式和坐标轴的平移公式。

第四节为向量的数量积，由作用力做功引出向量的数量积概念；介绍数量积的运算性质和数量积的坐标表示；导出向量长度公式、两点间距离公式和向量垂直的条件。

第五节为正弦定理和余弦定理，用向量工具导出正弦定理和余弦定理，介绍解斜三角形的方法及其应用。

本章的重点

(1) 向量的概念，向量是既有大小又有方向的量，这与学生熟悉的数量(标量)大相径庭，可通过已学过的物理量进行比较、判别，尽可能先用直观方法来解释概念。

(2) 向量的表示，平面向量在几何上用平面有向线段表示，从“形”上给出向量的直观的形态；物理学中的向量(矢量)如何表达为有向线段，这是个必须予以重视的问题；向量在代数上用一对坐标来表示，运用向量加法的平行四边形法则，将有向线段转化为代数方法表示，完成了认识上的一个飞跃。

(3) 向量的线性运算，从几何和代数两种形式先后给出向量的加法、减法和数乘运算的规则和性质，并进行强化训练以及导出重要的中点公式和平移公式。

本章的难点

(1) 向量的坐标表示，教材避开了平面向量分解定理，而给出位置向量的正交分解后的坐标表示，接着讨论位置向量线性运算的坐标表示，然后引出自由向量的坐标表示，要注意以上逻辑思路；严格地说，应该证明“向量相等 $\iff$ 对应坐标相等”，但由于过于抽象，不宜对学生介绍，从直观上会将平面有向线段表为坐标形式即可，平移公式对初学者而言容易混淆。

(2) 向量的数量积，强调向量的数量积的物理模型——作用

力做功；接着定义 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ ，强调数量积是数量而不是向量，并分析夹角对 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 符号的影响；进一步导出 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y$ 及其简单应用．作为应用对初学者而言有一个适应过程．

本章教学时数具体分配(供参考)	共 14 课时
§ 7-1 向量的概念	约 2 课时
§ 7-2 向量的线性运算	约 2 课时
§ 7-3 向量的坐标表示	约 4 课时
§ 7-4 向量的数量积	约 3 课时
§ 7-5 正弦定理和余弦定理	约 3 课时

四、教学建议

§ 7-1 向量的概念

1. 我们通过学生熟知的物理学中的位移引出向量的概念，然后进一步例举了物理学中的速度、加速度、力、力矩、电场强度等常见的向量(矢量)．这样处理可使学生既理解向量的内涵，又明确学习向量有普遍的意义和广泛的应用．

2. 在给出向量定义的同时，我们给出了向量的几何表示——有向线段，强调了向量的“形”的特征．这样处理为学生直观地理解向量概念及进一步讨论向量的线性运算和引出向量的坐标表示打下了基础．

3. 本节的概念和下节向量的线性运算规则也适合于空间向量．教师在课余可以对少数优秀的学生作一定的引导，以培养他们的空间想象能力．

4. 教材中把与向量 $\mathbf{a}$ 大小相等方向相反的向量称为 $\mathbf{a}$ 的相反向量(亦称负向量)，记作 $-\mathbf{a}$ ．从本质特征而言，“相反向量”的提法比“负向量”较为贴切，初中数学中学生已建立了如下的

概念： $-a$ 是 a 的相反数， $-a$ 不能称为负数。

5. 向量之间可以根据规定用“=”或“ $\neq$ ”相连接，但是绝不可用“ $<$ ”或“ $>$ ”相连接，教师可以引导学生思考和讨论，比较几种情况：

(1) $|a| = |b|$ ，但 a 与 b 方向不同；

(2) a 与 b 同方向，但 $|a| \neq |b|$ ；

(3) a 与 b 同方向，且 $|a| = |b|$ 。

最后让学生自己作出结论。

§ 7-2 向量的线性运算

1. 线性运算是一类最基本的数学运算，它在以后的极限、微积分及线性代数中将多次出现，作为一个常识，教材在这里提及是恰当的，但在教学时不宜进一步展开，以免增加负担。

2. 教材用足球运行最终位移的实例自然地引出向量之和的概念，进而介绍向量加法的三角形法则和平行四边形法则。值得注意的是向量加法的三角形法则也适用于求共线向量之和，而平行四边形法则却不然。

3. 教材中提出三角形不等式：

(1) $|a + b| \leq |a| + |b|$ ，

(2) $||a| - |b|| \leq |a - b|$ ，供学生思考。显然，由向量加法的三角形法则知 $|a|$ 、 $|b|$ 、 $|a + b|$ 是对应三角形的三条边，由平面几何知识：两边之和大于第三边可知 $|a + b| < |a| + |b|$ ，当且仅当 a 、 b 共线且同向有 $|a + b| = |a| + |b|$ ，于是(1)式得证；同理可证 $|a| \leq |a - b| + |b|$ 即可推出(2)式成立。

4. 教材中介绍了与非零向量共线的条件，写作：“ $a \parallel b$ ($\neq 0$) $\Leftrightarrow a = \lambda b$ ”。要求知道“推出”记号和“双向推出”记号。至于该命题的证明由于较抽象，不作要求，略去。

§ 7-3 向量的坐标表示

1. 教材按国家标准将沿 x 轴正向的单位向量记作 e_x 而不用习惯的 i , 将沿 y 轴正向的单位向量记作 e_y 而不用习惯的 j . 这样处理, 一符合国家标准, 二便于以后继续学习时当向量的维数扩大时记号统一, 更为直接的意义在于避免在第八章学习复数时与虚数单位 i 相混淆.

2. 向量的坐标表示的理论依据是平面向量分解定理: “如果 e_1 、 e_2 是平面内两个不共线的向量, 则该平面内任一向量 a , 有且只有一对实数 a_1 、 a_2 , 使得 $a = a_1 e_1 + a_2 e_2$.” 教材针对教学对象, 淡化理论要求, 教师可按教材的思路处理, 对于学有余力的学生可在辅导时介绍平面向量分解定理.

3. 教材未加证明直接给出结论: “向量相等则对应的坐标相等; 对应坐标相等则向量相等.” 现简要证明如下:

证 设 $a = a_x e_x + a_y e_y$, $b = b_x e_x + b_y e_y$, 如果 $a = b$, 由 $a_x e_x + a_y e_y = b_x e_x + b_y e_y$, 可推出 $(a_x - b_x) e_x = (b_y - a_y) e_y$, 若 $a_x \neq b_x$, 可推得 $e_x = \frac{b_y - a_y}{a_x - b_x} e_y$, 从而 $e_x // e_y$, 这与 e_x 、 e_y 不共线相矛盾, 故知 $a_x = b_x$; 同理可知 $a_y = b_y$.

反之, 若 $a_x = b_x$, $a_y = b_y$, 显然 $a_x e_x + a_y e_y = b_x e_x + b_y e_y$, 即 $a = b$.

于是得证 $a = b \Leftrightarrow a_x = b_x, a_y = b_y$.

上述证明在课堂上对学生不作介绍, 可在课余对优秀学生作辅导.

4. 点的坐标 $P(x, y)$ 与位置向量的坐标 $\overrightarrow{OP} = (x, y)$ 形式一样, 教学中注意它们之间的关系和区别, 要提醒不要书写成 $P = (x, y)$ 和 $\overrightarrow{OP}(x, y)$ 形式; 向量的坐标表示有两种形式 $a = (a_x, a_y)$ 和 $a = a_x e_x + a_y e_y$, 在此处两者可视为等同的, 只是外表形

态不同，不过在同一式子中不宜将两种形式混用，如 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y) + (b_x, b_y)$ ，此类的格式是不妥的。

5. 教材利用向量工具推出解析几何中的重要结论之一：中点坐标公式，用类似的方法进一步可推出定比分点坐标公式，教学中可让学有余力的学生课外作为练习完成其推导（习题 7-3 (2) 第 5 题）。

6. 自由向量线性运算的坐标表示规则类同位置向量，道理留给学生思考，一般只要求会用规则即可。

7. 点的平移公式 (7-9) 表示同一坐标系中点作平移的新旧坐标间的关系；坐标轴的平移公式 (7-10) 表示同一点在坐标系作平移变换下新旧坐标间的关系。教学中注意以下几点：

(1) 平移均用向量来表示，变换用向量法则推出；

(2) 两个公式形状类似，但有符号上的差异；

(3) 两个公式的变换效应是一致的，从教材中图 7-20 可以直观地比较“移点”和“移轴”两种平移变换。教师还可以进一步阐述变换的相对性在科学中的意义，以启迪创新意识的形成；

(4) 由于学生对图形与方程的对应关系尚未建立，此处不宜将公式用来进行方程的变形，第十章将会论及。

8. 由教材中图 7-16，已知点 $P(x, y)$ ， $M(x, 0)$ ， $N(0, y)$ ，推知

$$\vec{OP} = \vec{OM} + \vec{ON} = x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y.$$

在此分析为何 $\vec{OM} = x \mathbf{e}_x$ ， $\vec{ON} = y \mathbf{e}_y$ ？

因为 $|\vec{OM}| = |x| = |x| |\mathbf{e}_x| = |x \mathbf{e}_x|$ 。

当 $x > 0$ 时， $\vec{OM}$ 与 $\mathbf{e}_x$ 同向；当 $x < 0$ 时， $\vec{OM}$ 与 $\mathbf{e}_x$ 反向。

所以 $\vec{OM} = x \mathbf{e}_x$ 。

同理有 $\vec{ON} = y \mathbf{e}_y$ 。

§ 7-4 向量的数量积

1. 力对物体做功是数量积的最为典型的应用实例，也可以认为是数量积的物理模型。务必先复习物理学中的有关知识，然后进行数学抽象，以便建立一种十分有益的数学与物理之间的思维联系。

2. 要强调符号的严格要求，注意 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 与 ab ， $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 的区别， $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 可提及，但不展开。

3. 由向量的数量积和长度公式还可推导出两个向量的夹角公式：

$$\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2}}.$$

这个结果可对学有余力的学生作介绍，并在复习题中完成相关的题目。

§ 7-5 正弦定理和余弦定理

1. 向量作为一种数学工具可以用来分析三角、平面几何、立体几何、解析几何等领域的很多几何关系，这里用向量导出正弦定理和余弦定理是其中的典型例子。

2. 在推导过程中自然会发现正弦定理和余弦定理也适合于直角三角形，只不过结论的形态略有变化。

3. 运用正弦定理和余弦定理解斜三角形及其应用问题，是培养学生分析问题和提高应用意识的良好渠道，建议在理解基本方法的基础上多指导学生接触应用实例。复习题第 25 题从实际中来，可用纸片剪成模型让学生实习。在应用实例中一般计算量较大，应要求学生熟练运用计算器这一工具。学时数不足者，应用实例可略讲。

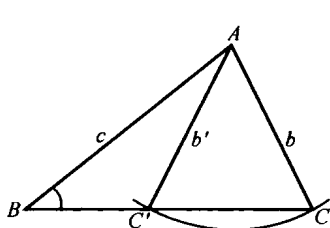
4. 已知三角形两边及一对角解三角形的问题是本节难点, 它可能会出现多种情况, 现讨论如下, 供参考:

设三角形 ABC 中, 已知边 b 、 c 和角 B , 求 C .

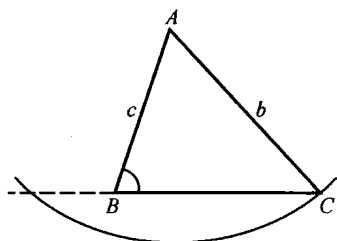
由正弦定理知

$$\sin C = \frac{c \sin B}{b}.$$

(1) 若 $\sin C < 1$, 即 $b > c \sin B$, 当 $b < c$ 时, 有两解(见图(1));



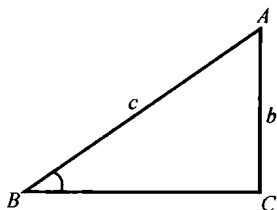
(1)



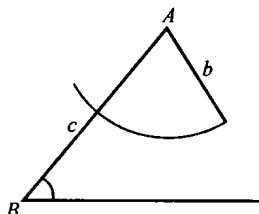
(2)

(2) 若 $\sin C < 1$, 即 $b > c \sin B$, 当 $b > c$ 时, 有一解(见图(2));

(3) 若 $\sin C = 1$, 即 $b = c \sin B$ 时, 有一解(见图(3));



(3)



(4)

(4) 若 $\sin C > 1$, 即 $b < c \sin B$ 时, 无意义(见图(4)).

显然, 如果已知 $B \geq 90^\circ$, 则不可能出现上述(1)、(3)情况,