· 新二版

高三数学教学与测试续编

苏州大学《中学数学》编辑部 主编

上海科学技术文献出版社

高三数学教学与测试(续编)

（新二版）

苏州大学《中学数学》编辑部　主编

上海科学技术文献出版社

(沪)新登字 301 号

高三数学教学与测试续编
(新二版)
苏州大学《中学数学》编辑部 主编
上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路 2 号)
全国新华书店经销　　宜兴第二印刷厂印刷
*
开本 787×1092 1/16　印张 6　字数 144,000
1992 年 11 月第 1 版　1992 年 11 月第 1 次印刷
印数：1—50,000
ISBN 7—5439—0113—7/0·74
定价：2.00 元

前　言

《高三数学教学与测试》是供高三学生系统复习和巩固高中数学的教学参考用书，内容基本上是按课本顺序编写，但广大中学实际是在第一轮复习以后，在高考前还须对最基本的概念和方法有重点地进行综合性的讲解和训练，以利于在原有基础上进一步巩固双基，熟练掌握常用的数学方法，提高综合运用各种知识解题的能力。《高三数学教学与测试续编》就是按上述要求由苏州大学《中学数学》编辑部组编，全书共 18 个专题及综合测试题 2 份，每专题由三部分组成：本专题的目的要求与说明；例题；习题。每专题所选的例题，力求能阐明该专题 的有关基本知识和基本方法，使学生牢固地掌握双基，同时选例时也充分注意横向联系，使在灵活性和综合性方面得到锻炼和提高。习题的选择与专题密切配合，在实用性、灵活性、数量和难度等各方面都经仔细考虑。

由于《高三数学教学与测试续编》是首次与读者见面，有待改进的地方很多，恳请读者在各个方面提出宝贵意见。

参加本书编写的有：常州中学杨浩清，南京栖霞区教师进修学校金立建，杨州市五中袁桐，连云港新海中学张振国，宜兴市中学张嘉瑾等，苏州大学《中学数学》编辑部徐平五、杨建明、汤正谊、秦淦、王伯文等在各个方面为本书的出版尽心尽力。本书还得到很多教师的关心和帮助，在此深深致谢。

苏州大学《中学数学》编辑部

一九九〇年十月

新二版前言

《高三数学教学与测试续编》新二版重新编排了九个基本知识和基本方法的专题。每专题列出知识要点；精选新而典型的测试题来复习、巩固和理解与本题有关的内容和方法，它可以边讲边练习或先练后讲；测试题的解答与评析部分，一方面便于教和学，另外也期望对读者有所启发，六份综合测试题主要供读者自测用。

苏州大学《中学数学》编辑部

一九九一年十月

1. 集 合 与 函 数

一、知识要点

理解集合、子集、交集、并集、补集的概念，了解空集和全集的意义，并注意空集在解题中的特殊作用.

掌握集合的元素与集合间的属于、集合之间的包含、相等关系的意义；掌握有关的术语与符号，正确地表示一些简单的集合. 重视集合的韦恩图在解题中的应用.

在了解映射概念的基础上，加深对函数有关概念的理解. 例如：函数的定义域、值域、函数的图象、函数的单调性和奇偶性，函数的表达式等. 掌握求函数定义域、值域的基本方法；能根据定义判断一些简单函数的单调性和奇偶性；能利用函数图象的特性及简单的图象变换描绘函数图象及解决有关函数问题；能正确地运用函数记号和函数表达式讨论函数的有关问题.

理解反函数的概念，掌握互为反函数的两个函数图象之间的关系. 会用初等方法求简单的反函数表达式.

二、测试题

（一）选择题

1. 已知集合 $A\cup B=A\cup C$，则 （　　）

(A) $B=C$　(B) $A\cap B=A\cap C$　(C) $\overline{A}\cap B=\overline{A}\cap C$　(D) $A\cap\overline{B}=A\cap\overline{C}$

2. 设 $A=\{1,3\}$，则满足 $A\cup B=\{1,3,5\}$ 的集合 B 的个数是 （　　）

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4　$1+C_2+1$

3. 设集合 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x<a\}$，当 $A\subset B$ 时，实数 a 的取值范围是 （　　）

(A) $[2,+\infty)$　(B) $(-\infty,1]$　(C) $(-\infty,2]$　(D) $[1,+\infty)$

4. 若 $I=\{(x,y)|x\in R,y\in R\}$，$A=\{(x,y)|(x-1)^2+y^2\geqslant 16\}$，$B=\{(x,y)|x\geqslant 1,y\in R\}$，则点集 $\overline{A}\cap B$ 所在区域的面积是 （　　）

(A) 0　(B) 4π　(C) 8π　(D) 16π

5. 函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 a 个单位，再向下平移 b 个单位，所得图象的函数解析式是 （　　）

(A) $y=f(x+a)+b$　(B) $y=f(x-a)+b$

(C) $y=f(x-a)-b$　(D) $y=f(x+a)-b$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x-4}}{mx^2+4mx+3}$ 的定义域为 R，则实数 m 的取值范围是 （　　）

(A) $(-\infty,+\infty)$　(B) $(0,\dfrac{3}{4})$　(C) $(\dfrac{3}{4},+\infty)$　(D) $[0,\dfrac{3}{4})$

7. 已知函数 $f(x)=a^x+k$ 的图象经过点 $(1,7)$，其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图象经过点 $(4,0)$，则函数 $f(x)$ 的表达式为 （　　）

(A) $f(x) = 3^x + 4$　　　(B) $f(x) = 2^x + 5$

(C) $f(x) = 5^x + 2$　　　(D) $f(x) = 4^x + 3$

8. 函数 $y = x^2 + 2x\sqrt{1 - x^2}$ 的值域是　　　　(　)

(A) $[-1,1]$　　　(B) $[-\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$

(C) $[\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$　　　(D) $(-\infty, +\infty)$

9. 函数 $y = e^x$ 的图象向下平移一个单位,再绕原点旋转 180° 的图象的函数是 (　)

(A) $y = 1 + e^{-x}$　(B) $y = 1 - e^{-x}$　(C) $y = 1 + e^x$　(D) $y = 1 - e^x$

10. 设函数 $y = (a - 1)^x - b$,$(a > 1$ 且 $a \neq 2)$ 的图象不经过第二象限,则有 (　)

(A) $a > 2, b > 1$ (B) $a > 2, b > 0$ (C) $1 < a < 2, b > 1$ (D) $1 < a < 2, b > 0$

11. 如果函数 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $g(x) = f^{-1}(-x)$,那么 $g(x)$　　　(　)

(A) 在区间$(-\infty, +\infty)$ 上是增函数　(B) 在区间$(-\infty, -1)$ 上是增函数

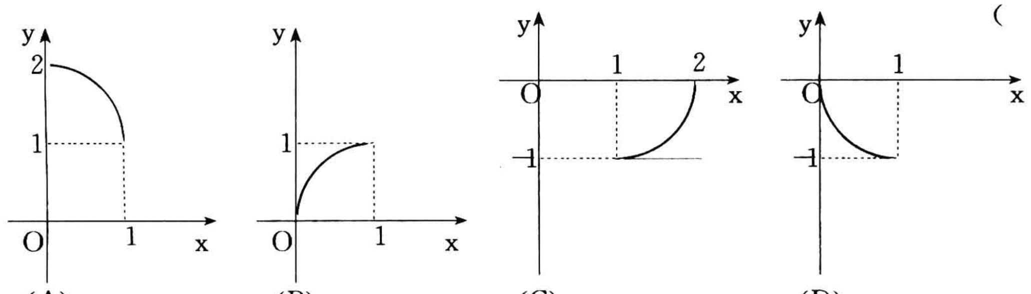
(C) 在区间$(1, +\infty)$ 上是减函数　(D) 在区间$(-\infty, -1)$ 上是减函数

12. 函数 $f(x) = \frac{\lg(1-x^2)}{|x-2|-2}$ 的奇偶性是　　　(　)

(A) 奇函数　　　(B) 偶函数

(C) 既是奇函数又是偶函数　(D) 既不是奇函数又不是偶函数

13. 若函数 $y = f(x)$ 是 $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$ $(-1 \leqslant x \leqslant 0)$ 的反函数,则 $f(x)$ 的图象是　　　(　)



(A)　　　(B)　　　(C)　　　(D)

14. 若函数 $f(x)$,$(x \in R)$ 是奇函数,则下列各点中在曲线 $y = f(x)$ 上的是　(　)

(A) $(a, f(-a))$　　　(B) $(-a, -f(a))$

(C) $(-\lg a, -f(\lg\frac{1}{a}))$　　　(D) $(-\sin a, -f(-\sin a))$

15. 设 $f(x)$ 是定义在实数集上周期为 2 的周期函数,且又是偶函数,已知当 $x \in [2,3]$ 时,$f(x) = x$,则当 $x \in [-2,0]$ 时,$f(x)$ 的解析式是　　　(　)

(A) $f(x) = x + 4$　　　(B) $f(x) = 2 - x$

(C) $f(x) = 3 - |x + 1|$　　　(D) $f(x) = 2 + |x + 1|$

(二) 填空题

16. 函数 $y = 2^x$,$(x < 0)$ 的反函数是________________.

17. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ 是偶函数,则函数 $g(x) = ax^3 + bx^2 - cx$ 的奇偶性为________________.

18. 非空集合 $S \subseteq \{1,2,3,4,5,\}$,并且对于 S 中的元素满足条件:当 $a \in S$ 时,有 $6 - a \in S$,适合上述条件的集合个数是________________.

19. 若不等式 $\sqrt{4x-x^2} > 2ax$ 的解集为 $\{x|0 < x < 2\}$，则实数 a 的值等于 ________.

20. 设集合 $A = \{1,2,3,4,5,6\}$，集合 B 有 k 个元素，且 $B \subset A$，若所有可能的 B 的各个元素总和是 210，那么 k ________.

（三）解答题

21. 求函数 $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{a^x - kb^x}}$，$(a > 0, b > 0$，且 $a \neq 1, b \neq 1$，k 为实常数）的定义域.

22. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的增函数，$f(x) > 0$，$f(3) = 1$，求函数 $F(x) = f(x) + \dfrac{1}{f(x)}$，$(x > 0)$ 的单调区间，并指出在每一个单调区间上 $F(x)$ 的增减性.

23. 函数 $y = \lg x$ 图象上 A, B, C 三点的横坐标分别为 a，$a+2$，$a+4$，$(a > 1)$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S，求 $S = f(a)$；(2) 判定函数 $S = f(a)$ 的单调性；(3) 求函数 $f(a)$ 的值域.

24. 设 $A = \{(x,y)|y^2 - x - 1 = 0\}$，$B = \{(x,y)|4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0\}$，$C = \{(x,y)|y = kx + b\}$，是否存在 $k, b \in N$，使 $(A \cup B) \cap C = \varnothing$？证明你的结论.

三、解答与评析

（一）选择题

?

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	C	D	A	C	C	D	A	C	B	A	B	A	D	B	C

评析　求解选择题的基本原则是：根据选择题的题干和选择支两方面提供的信息，作出正确的选择.

由于集合关系可以用韦恩图直观反映，函数的性质可以用图象显示. 因此解有关集合与函数的选择题时，借助于图形，数形结合是一种重要的方法.

1. 画出符合题设条件的集合图形，如图 1－1，排除 (A)，(B)，(D)，选得正确结果 (C).

3. 利用数轴表示集合 A 和 B，选得 (A).

4. 画出点集 $\overline{A} \cap B$ 的图形. 如图 1－2 中的阴影部分，算出半圆面积等于 8π，故选 (C).

13. 函数 $y = 1 - \sqrt{1-x^2}$ $(-1 \leqslant x < 0)$ 的图象是 $\dfrac{1}{4}$ 个圆周：$x^2 + (y-1)^2 = (-1 \leqslant x < 0,\ 0 \leqslant y \leqslant 1)$ 根据反函数图象性质，应选 (D).

15. 利用周期为 2 的偶函数及 $x \in [2,3]$ 时 $f(x) = x$ 作出 $f(x)$ 的图象如图 1—3. 当 $x \in [-2,0]$ 时，通过检验选择支的端点函数值，选 (C).

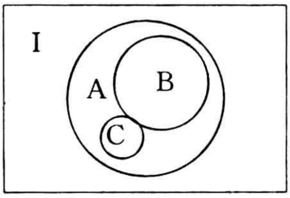


图1－1

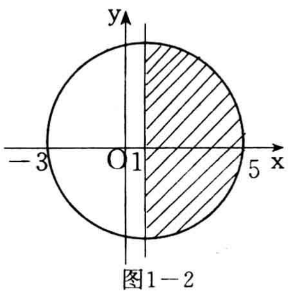


图1－2

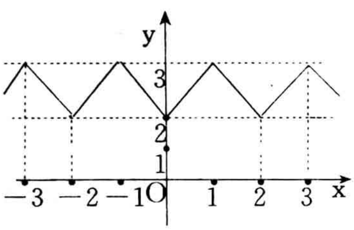


图1－3

函数图象变换是描绘函数图象及解决有关函数问题重要技能. 平移和对称是两种基本

的图象变换.

(1) 平移法则　$y=f(x-a)$ 的图象由 $y=f(x)$ 的图象沿 x 轴向右平移 a 个单位得到；$y=f(x)+b$ 的图象由 $y=f(x)$ 的图象向上平移 b 个单位得到. 注意：$y=f(\omega x-a)$ 的图象由 $y=f(\omega x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{a}{\omega}$ 个单位得到.

(2) 对称法则　$y=f(x)$ 与 $y=f(-x)$ 的图象关于 y 轴对称；$y=f(x)$ 与 $y=-f(x)$ 的图象关于 x 轴对称；$y=f(|x|)$ 的图象是保留 $y=f(x)$ 图象中位于右半平面内的部分及与 y 轴的交点，去掉左半平面内的部分，利用偶函数性质，将右半平面内部分以 y 轴为对称轴翻折到左半平面中去得到；$y=|f(x)|$ 的图象是保留 $y=f(x)$ 图象中位于上半平面内的部分及与 x 轴的交点，将 $y=f(x)$ 图象中位于下半平面的部分以 x 轴为对称轴翻折到上半平面中去得到；$y=f^{-1}(x)$ 与 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称. 如果 $f(l+x)=f(l-x)$ 对一切 x 成立，那么 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $y=l$ 对称.

5. 直接应用函数图象平移法则，得到函数 $y=f(x-a)-b$，故选(C).

7. $\because y=f^{-1}(x)$ 的图象与 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，$\therefore$ 点(4,0) 在 $y=f^{-1}(x)$ 的图象上时，点(0,4) 在 $y=f(x)$ 的图象上，利用待定系数法得 $7=a+k$ 及 $4=k$. 解得 $k=4$，$a=3$，$f(x)=3^x+4$，选(A).

9. 函数图象绕原点旋转 180° 后得到的图象与原图象关于原点对称. 利用图象变换：$y=e^x\rightarrow y=e^x-1\rightarrow -y=e^{-x}-1$，即 $y=1-e^{-x}$，故应选(B).

10. 已知函数 $y=(a-1)^x-b\ (a>1,a\neq 2)$ 的图象是由函数 $y=(a-1)^x(a>1,a\neq 2)$ 的图象向下平移一个单位得到的，它不经过第二象限时必须有 $a-1>1$ 及 $b>1$，即 $a>2,b>1$，选(A).

11. 利用函数图象判断函数的增减区间是一种简捷方法. $f^{-1}(-x)=1-\dfrac{2}{x+1}$ 即 $y-1=-\dfrac{2}{x+1}$，它的图象是由 $y=-\dfrac{2}{x}$ 的图象把中心平移到$(-1,1)$而得到的. 故在$(-\infty,-1)$上是增函数，选 (B).

14. $\because f(x)$ 是奇函数，$\therefore f(-a)=-f(a)$，它的图象关于原点中心对称. 若点$(a,f(a))$在图象上，则$(-a,-f(a))$也在图象上，故选(B).

利 用图象变换解题时，除了要掌握变换法则外，牢记一些常见的基本函数的图象是根本.

认真审题，全面析取情况，合理地分类思考，是解选择题必须具备的基本素质.

2. 根据题设条件，计算集合 B 的个数时，应当考虑集合 B 中元素可以有一个，两个，三个三种情况，对每一种情况指出集合 B 有：$\{5\}$；$\{3,5\}$；$\{1,5\}$；$\{1,3,5\}$ 共四个，故选(D).

6. 给出函数是个"分式"结构的，分子是个三次根式，x 可取一切实数，因此只需考虑分母"二次三项式"不等于零. 分母中含有字母 m，因此必须区分 m 的各种可能的取值.

当 $m=0$ 时，分母为 $3\neq 0$；　当 $m\neq 0$ 时，由 $\Delta<0$　即 $16m^2-12m<0$，解得 $0<m<\dfrac{3}{4}$. 综上讨论可得 $0\leqslant m<\dfrac{3}{4}$ 时，$x\in R$，故选(D).

12. 定义域关于原点对称是奇函数或偶函数的必要条件；题给函数的定义域为：$1-x^2>0$ 且 $|x-2|-2\neq 0$，即 $x\in(-1,0)\cup(0,1)$，于是函数可以化简为 $f(x)=-\dfrac{\lg(1-x^2)}{x}$，它是奇函数，选(A).

8. 求无理函数的值域常用代换法. 当根式中是 x 的二次式时又常用三角代换.

设 $x=\cos\theta$，则 $y=\cos^2\theta+2\cos\theta|\sin\theta|=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\theta\pm\sin2\theta=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\cos(2\theta\pm\varphi)$，得 $\frac{1-\sqrt{5}}{2}\leqslant y\leqslant\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，选(C).

(二) 填空题

16. $y=\log_2x(0<x<1)$；17. 奇函数；18. 7 个；19. $\frac{1}{2}$；20. 3.

评析

16. 函数 $y=2^x(x<0)$ 的值域是 $0<y<1$，它是反函数的定义域；由函数解析式解得 $x=\log_2y$，改写成 $y=\log_2x\ (0<x<1)$.

求 $y=f(x)$ 的反函数，一般有三个步骤：(1) 确定原函数的值域，它是反函数的定义域；(2) 由 $y=f(x)$ 的解析式解出 $x=f^{-1}(y)$；(3) 对换 x,y 得反函数表达式 $y=f^{-1}(x)$.

17. $\because f(x)=ax^2+bx+c$ 是偶函数，$\therefore b=0$；$g(x)=ax^3-cx$ 是奇函数.

18. 分别就集合 S 中元素个数为 1,2,3,4,5 逐类讨论，得 S 集为：{3}；{1,5}；{2,4}；{1,3,5}；{2,3,4}；{1,2,4,5}；{1,2,3,4,5} 共 7 个.

在计算有限集合的个数时，常常采用穷举的方法，做到不重复不遗漏.

19. 原不等式有意义的 x 的取值范围是 $4x-x^2\geqslant0$，即 $0\leqslant x\leqslant4$. 当 $a\leqslant0$ 时，不等式的解集为 $0<x\leqslant4$，不合题意；当 $a>0$ 时，由 $4x-x^2>4a^2x^2$ 得 $x<\frac{4}{4a^2+1}$ 且 $x\neq0$. 令 $\frac{4}{4a^2+1}=2$ 及 $a>0$，得 $a=\frac{1}{2}$.

解填空题常常推崇于数形结合，以形助数去直接获得结果. 本题亦可通过画图来解.

20. 集合 A 的 k 个元素的子集共有 C_6^k 个；这些子集共有 kC_6^k 个数，1,2,3,4,5,6 在这些数中出现的可能性是相同的，即其中有 $\frac{kC_6^k}{6}$ 个，1,2,3,4,5,6. 根据题意，可得：$\frac{kC_6^k}{6}(1+2+3+4+5+6)=210$，即 $kC_6^k=60$. $\because 1\leqslant k\leqslant5$. $\therefore$ 检验可得 $k=3$ 或 4.

对于 k 的可能取值较少时，$(k=1,2,3,4,5)$，用穷举法逐个讨论或检验往往是一种有效的方法.

(三) 解答题

21. 解不等式 $a^x-kb^x>0$. $\because b^x>0$，$\therefore (\frac{a}{b})^x>k$.

(1) 当 $k\leqslant0$ 时，$x\in R$. (2) 当 $k>0$ 时，需再讨论 a,b 的大小关系：① 若 $a>b>0$，则 $x>\log_{\frac{a}{b}}k$；② 若 $0<a<b$，则 $x<\log_{\frac{a}{b}}k$.

解含有字母参数的问题时需要讨论，而这种讨论的原因是由于解题的需要，由此对字母的不同取值情况作出不同的解来. 对字母的取值分类时必须做到不重复不遗漏.

22. 设 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$. $\because f(x)$ 是定义域 $(0,+\infty)$ 上的增函数，

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$　即 $f(x_1)-f(x_2)<0$，

$$F(x_1)-F(x_2)=f(x_1)+\frac{1}{f(x_1)}-[f(x_2)+\frac{1}{f(x_2)}]=[f(x_1)-f(x_2)]-\frac{f(x_1)-f(x_2)}{f(x_1)f(x_2)}$$

$$=[f(x_1)-f(x_2)][1-\frac{1}{f(x_1)f(x_2)}]$$

(1) 当 $0 < x_1 < x_2 \leqslant 3$ 时,$0 < f(x_1) < f(x_2) \leqslant f(3) = 1$. $\therefore 1 - \dfrac{1}{f(x_1)f(x_2)} < 0$. 又 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, $\therefore F(x_1) - F(x_2) > 0$, $\therefore F(x)$ 在 $(0,3]$ 上是减函数;

(2) 当 $3 \leqslant x_1 < x_2$ 时,$1 = f(3) \leqslant f(x_1) < f(x_2)$, $\therefore 1 - \dfrac{1}{f(x_1)f(x_2)} > 0$. 又 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, $\therefore F(x_1) - F(x_2) < 0$,即 $F(x_1) < F(x_2)$. $\therefore F(x)$ 在 $[3, +\infty)$ 上是增函数.

讨论函数的单调性必须在定义域内进行,即函数的增、减区间是定义域的子集;根据定义讨论函数 $f(x)$ 增减性的一般步骤是:(1) 设 x_1, x_2 是给定区间内的任意两个值,且 $x_1 < x_2$;(2) 作差:$f(x_1) - f(x_2)$,并将此差式变形;(3) 判断 $f(x_1) - f(x_2)$ 的正负,从而判定增减性. 要重视判断差式正负的根据.

23. (1) A, B, C 的坐标分别为 $(a, \lg a)$, $(a+2, \lg(a+2))$, $(a+4, \lg(a+4))$,它们在 x 轴上的射影为 A_1, B_1, C_1,如图 1 — 6.

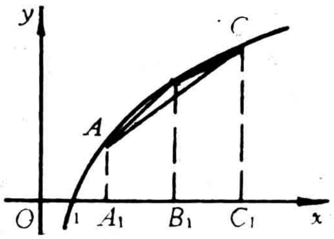


图1—4

$$S_{\triangle ABC} = S_{\text{梯形}AA_1B_1B} + S_{\text{梯形}BB_1C_1C} - S_{\text{梯形}AA_1C_1C}$$
$$= \frac{\lg a + \lg(a+2)}{2} \cdot 2 + \frac{\lg(a+2) + \lg(a+4)}{2} \cdot 2$$
$$- \frac{\lg a + \lg(a+4)}{2} \cdot 4 = \lg \frac{(a+2)^2}{a(a+4)} = \lg\left[1 + \frac{4}{a^2 + 4a}\right].$$

(2) 设 $a_2 > a_2 > 1$,则 $1 + \dfrac{4}{a_2{}^2 + 4a_2} - \left(1 + \dfrac{4}{a_1{}^2 + 4a_1}\right) = \dfrac{4(a_1 - a_2)(a_1 + a_2 + 4)}{(a_1{}^2 + 4a_1)(a_2{}^2 + 4a_2)} < 0$. $\therefore \lg\left(1 + \dfrac{4}{a_2{}^2 + 4a_2}\right) < \lg\left(1 + \dfrac{4}{a_1{}^2 + 4a_1}\right)$,即 $S = f(a)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数.

(3) $\because a > 1$, $\therefore a^2 > 1$, $a^2 + 4a > 5$, 于是 $1 < 1 + \dfrac{4}{a^2 + 4a} < \dfrac{9}{5}$, $0 < \lg\left(1 + \dfrac{4}{a^2 + 4a}\right) < \lg \dfrac{9}{5}$,即 $f(a)$ 的值域是 $(0, \lg \dfrac{9}{5})$.

根据实际问题求变量间的函数表达式,是应用函数知识解决实际问题的基础. 求函数表达式的关键是寻求等量关系.

24. 点集 A 的图形是抛物线 $y^2 = x + 1$;点集 B 的图形也是抛物线 $y = 2(x + \dfrac{1}{4})^2 + \dfrac{19}{8}$. 它与 y 轴的交点为 $(0, \dfrac{5}{2})$. 点集 C 的图形是斜率为 k,在 y 轴上截距为 b 的直线,且 $k, b \in N$. 要使 $(A \cup B) \cap C = \varnothing$ 必须有 $b = 2$.

由方程组 $\begin{cases} y = kx + 2 \\ y^2 = x + 1 \end{cases}$ 无解,即方程 $k^2x^2 + (4k-1)x + 3 = 0$ 无解,$\therefore \Delta = (4k-1)^2 - 12k^2 < 0$,解得 $1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2} < k < 1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. $\because k \in N$. $\therefore k = 1$,将 $y = x + 2$ 代入

$4x^2 + 2x - 2y + 5$ 得 $4x^2 + 1 = 0$,无实数根. 故 $k = 1, b = 2$ 时,$(A \cup B) \cap C = \varnothing$.

2. 幂函数、指数函数和对数函数

一、知识要点

掌握幂函数的概念、性质和图象；掌握二次函数的概念、性质和图象及其应用.

掌握指数函数和对数函数的概念及其图象和性质.会讨论由幂函数、指数函数和对数函数与二次函数复合构成函数的一些性质，例如定义域、增减区间、最大值或最小值等.

掌握对数换底公式，并能应用它解决有关问题，会解简单的指数方程和对数方程.

能熟练地应用 幂、指、对函数的图象和性质比较数和式的大小.

要熟练地掌握初中代数中有关的基础知识和基本技能.例如：各种方程的解法，韦达定理，一元二次方程根的判别式，配方法，换元法，消去法等.

对于含有字母参数的数学问题要能根据解题需要进行正确地划分和讨论.

领会用运动变化的观点去观察、分析事物的方法.

二、测试题

(一) 选择题

1. 若 $x > y > 1$，且 $0 < a < 1$，那么下列关系式正确的是 (　　)

(A) $a^x > a^y$　(B) $\log_a x > \log_a y$　(C) $a^a > 1$　(D) $x^a > y^a$

2. 方程 $\log_{2x}(2x^2 + 7x - 3) = 1$ 的解的个数是 (　　)

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

3. 函数 $y = \sqrt{1 - x^2}\lg(|x| + x)$ 的定义域是 (　　)

(A) $[-1,1]$　(B) $[-1,0) \cup (0,1]$　(C) $[-1,0)$　(D) $(0,1]$

4. 设 $0 < a < b < 1$，则有 (　　)

(A) $\log_b a > \log_a b > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_{\frac{1}{b}} a$　(B) $\log_{\frac{1}{b}} a > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_b a > \log_a b$

(C) $\log_b a > \log_{\frac{1}{b}} a > \log_a b > \log_{\frac{1}{a}} b$　(D) $\log_b a > \log_a b > \log_{\frac{1}{b}} a > \log_{\frac{1}{a}} b$

5. 已知 $(\lg 11)^{x^2+b} < (\lg 11)^{5x}$，$y = x^2 + 5x + 6$，则 (　　)

(A) y 为任意实数　(B) $0 < y < 20$　(C) $20 < y < 30$　(D) $y > 30$

6. 设偶函数 $y = f(x)$，$(x \in R)$ 在 $x < 0$ 时是增函数，若 $x_1 < 0$，$x_2 > 0$，且 $|x_1| < |x_2|$，那么下列结论中正确的是 (　　)

(A) $f(-x_1) < f(-x_2)$　(B) $f(-x_1) > f(-x_2)$

(C) $f(-x_1) = f(-x_2)$　(D) $f(-x_1)$ 与 $f(-x_2)$ 的大小不能确定

7. 若 $y = 2\log_{\frac{1}{2}}{}^2 x - 2\log_{\frac{1}{2}} x + 3$ 递增，则 x 的取值范围是 (　　)

(A) $[\frac{1}{2}, +\infty)$　(B) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$　(C) $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$　(D) $(0, +\infty)$

8. 若 $(x + \sqrt{1 - y^2})(y - \sqrt{1 - x^2}) = 0$，则 $x - y$ 的最小值和最大值分别是 (　　)

(A) -1 和 2　(B) $-\sqrt{2}$ 和 1　(C) -1 和 $\sqrt{2}$　(D) $-\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{2}$

9. 设 $f(x) = \lg x$，$\varphi(x) = 4^x - 2^{x+1} - 3$，则 $f[\varphi(x)]$ 的定义域是 (　　)

(A) $(-\infty,2)$　　(B) $(2,+\infty)$　　(C) $(\log_2 3,+\infty)$　　(D) $(-\infty,\log_2 3)$

10. 函数 $y=\log_a x$，在 $x\in[2,+\infty)$ 上恒有 $|y|>1$，则 a 的取值范围是　　(　　)

(A) $\frac{1}{2}<a<2$ 且 $a\neq 1$　　(B) $1<a<2$

(C) $0<a<1$ 或 $1<a<2$　　(D) $a>2$ 或 $0<a<\frac{1}{2}$

11. 已知 $f(x)$ 为偶函数，定义域为 R，且它在 $[0,+\infty)$ 上是减函数，那么 $f(-\frac{3}{4})$ 与 $f(a^2-a+1)$，$(a\in R)$ 的大小关系是　　(　　)

(A) $f(-\frac{3}{4})=f(a^2-a+1)$　　(B) $f(-\frac{3}{4})<f(a^2-a+1)$

(C) $f(-\frac{3}{4})\leqslant f(a^2-a+1)$　　(D) $f(-\frac{3}{4})\geqslant f(a^2-a+1)$

12. 函数 $y=(\frac{3}{5})^{|1-x|}$ 的单调区间是　　(　　)

(A) $(-\infty,1]$　(B) $(-\infty,-1]\cup(1,+\infty)$　(C) $(-\infty,+\infty)$　(D) $[1,-\infty)$

13. 设函数 $f(x)=2x^2+3tx+2t(x,t\in R)$ 的最小值为 $m(t)$，当 $m(t)$ 有最大值时，t 的值等于　　(　　)

(A) $\frac{4}{3}$　　(B) $\frac{3}{4}$　　(C) $\frac{8}{9}$　　(D) $\frac{9}{8}$

14. 已知函数 $y=f(x)$，$x\in R$，$f(0)\neq 0$，且

$f(x_1)+f(x_2)=2f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)f\left(\frac{x_1-x_2}{2}\right)$，则函数 $f(x)$　　(　　)

(A) 是奇函数　　(B) 是偶函数

(C) 既是奇函数又是偶函数　　(D) 既非奇函数又非偶函数

15. 若 $x^2-xy+y^2=1$，则 x^2-y^2 的取值范围是　　(　　)

(A) $[-1,1]$　　(B) $[-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}]$　　(C) $[0,\frac{2\sqrt{3}}{3}]$　　(D) $[-\frac{2}{3},\frac{2}{3}]$

(二) 填空题

16. 函数 $y=4^x-3\cdot 2^x+3$，当 $y\in[1,7]$ 时，x 的取值范围是________.

17. 若 $x\in R^-$，则 $y=x^2+\frac{1}{x^2}-x-\frac{1}{x}$ 的值域是________.

18. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)=lg(x+1)$，那么当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)$ 的表达式为________.

19. 关于 x 的方程 $\sqrt{1-x^2}+x-m=0$ 有两个不相等的实根，则 m 的取值范围是________.

20. 函数 $y=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ 的最小值是________.

(三) 解答题

21. 作出函数 $y=\sqrt{(2^{-x}-1)^2}-1$ 的草图.

22. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的单调奇函数，且 $f(1)=-2$，若 $f(k\log_2 t)+f(\log_2 t-\log_2^2 t-2)>0$，求实数 k 的取值范围.

23. 设 $0<a<1$，x,y 满足条件：$x^2+y^2-10(x+y)+49\leqslant 0$. 求 $\log_a(a^{2x}+a^{2y})$ 的最大值及取得最大值时 x,y 的值.

24. 在实数集内，求使关于 x 的方程：$a^{x^2-2x+1}=b^{2x-1}$ 至少有一个正根的充要条件.

三、解答与评析

(一) 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	C	D	A	C	C	D	A	C	B	A	B	A	D	B	C

评析

数学选择题属于单一性选择题，即题目给出的四个选择支中有且只有一个是正确的. 在对于一般情形正确的结论，对特殊情况下也必须成立；反过来，对特殊情况不成立的结论可以断定对一般情况肯定不成立. 据此，所谓“特殊值法”就是求解选择题的基本方法之一，它往往能收到事半功倍的效果.

1. 根据 $x>y>1$ 且 $0<a<1$ 可以设 $x=4,y=2,a=\frac{1}{2}$，四个选择支中只有(D)正确，故可排除(A)，(B)，(C) 正确的可能性，选(D).

4. 根据 $0<a<b<1$，不妨取 $a=\frac{1}{4}$，$b=2$，则有 $\log_b a=2$，$\log_a b=\frac{1}{2}$，$\log_{\frac{1}{b}}a=-2$，$\log_{\frac{1}{a}}b=-\frac{1}{2}$，由 $2>\frac{1}{2}>-\frac{1}{2}>-2$，选得$(A)$.

利用函数的图象法仍是求解有关函数的选择题的重要方法. 它简捷、直观可直接作出判断获得结果，应当始终给以足够重视.

6. 根据偶函数 $f(x)$ 在 $x<0$ 时是增函数的条件，可以画出 $f(x)$ 的示意图，如图 2－1，再由 $x_1<0,x_2>0$ 且 $|x_1|<|x_2|$，由图 2－1 中立即可以得出 $f(x_1)>f(x_2)$，从而 $f(-x_1)>f(-x_2)$，故选(B).

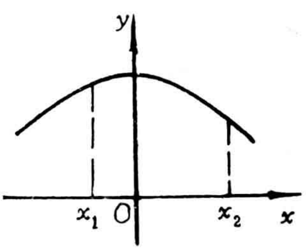


图2－1

8. 将条件$(x+\sqrt{1-y^2})(y-\sqrt{1-x^2}=0$ 等价变换成 $x^2+y^2=1(x\leqslant 0)$ 或 $x^2+y^2=1(y\geqslant 0)$ 后，画出符合条件的图形，如图 2－2.

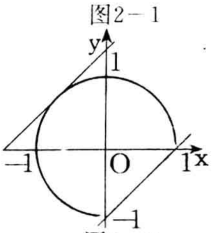


图2－2

设 $x-y=b$，即 $y=x-b$，由图 2－2 可得：

$-1\leqslant -b\leqslant \sqrt{2}$

即 $-\sqrt{2}\leqslant b\leqslant 1$，故选$(B)$.

10. 利用对数函数的图象画出图 2－3，再根据对数函数图象的分布规律：$a>1$ 时，第一象限内图象越靠近 x 轴的对数函数底数越大；$0<a<1$ 时，第四象限内图象越靠近 x 轴的对数函数底数越小，得$\frac{1}{2}<a<2$ 且 $a\neq 1$，选(A).

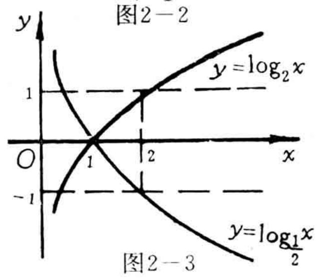


图2－3

12. 利用函数图象（草图）判断函数单调性. 画出函数 $y=(\frac{3}{5})^{|1-x|}$ 的草图. 如图 2－4，选(D).

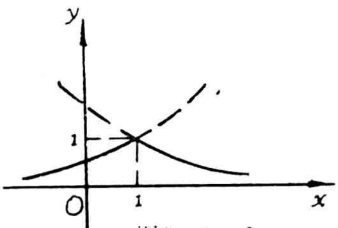


图2－4

应当指出，通过对题设条件进行推理或计算获得结论，然后对照给出的选择支作出选择的所谓直接法是求解选择题的最基本的方法.（但不是唯一的方法）. 正确的推理和计算是以扎实的

基础知识和熟练的基本技能为前提的.

2. 把对数方程化成代数方程时,必须注意变换的等价性,重视对数函数的真数和底数所应满足的条件.

由方程 $2x^2+7x-3=2x$ 即 $(x+3)(2x-1)=0$ 得到 $x=-3$ 或 $x=\frac{1}{2}$ 后必须检验,它们不适合 $2x>0$ 且 $2x\neq 1$. 故原方程无解,应选(A).

3. 函数自变量 x 应满足下列条件:$\begin{cases}1-x^2\geqslant 0\\ |x|+x>0\end{cases}$ 解得 $0<x\leqslant 1$,由此选(D).

5. 条件是不等式 $(lg11)^{x^2+6}<(lg11)^{5x}$,$\because lg11>1$,$\therefore x^2+6<5x$,即 $2<x<3$. $y=x^2+5x+6=(x+\frac{5}{2})^2-\frac{1}{4}$,$\because x=-\frac{5}{2}\notin(2,3)$,$\therefore y=x^2+5x+6$ 在 $(2,3)$ 上是增函数,由此可得 $20<y<30$,选(C).

研究二次函数的性质的基本方法是配方法. 要掌握二次函数在指定区间内增减性的判别方法;值域,最值问题的求解方法.

7. 对给定函数配方得:$y=2\left[\log_{\frac{1}{2}}x-\frac{1}{2}\right]^2+\frac{5}{2}$,它是复合函数,是二次函数与对数函数的一种复合. $\because$ $\log_{\frac{1}{2}}x$ 是定义域上的减函数,$\therefore$ 要使 y 为增函数,必须 $\log_{\frac{1}{2}}x\leqslant\frac{1}{2}$,即 $x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$,故选(B).

讨论复合函数单调性的根据是:设 $y=f(u)$,$u=g(x)$,$x\in[a,b]$,$u\in[m,n]$,都是单调函数,则 $y=f[g(x)]$ 在 $[a,b]$ 上也是单调函数. 具体判定方法:

(1) 若 $y=f(u)$ 是 $[m,n]$ 上的增函数,则 $y=f[g(x)]$ 的增减性与 $u=g(x)$ 的增减性相同;

(2) 若 $y=f(u)$ 是 $[m,n]$ 上的减函数,则 $y=f[g(x)]$ 的增减性与 $u=g(x)$ 的增减性相反.

应用于本题为:$y=2(u-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{2}$ 在 $u\leqslant\frac{1}{2}$ 上是减函数,$u=\log_{\frac{1}{2}}x$ 在 $x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 上是减函数,故 $y=2(\log_{\frac{1}{2}}x-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{2}$ 在 $x\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$ 上是增函数.

9. 这是求复合函数的定义域,可以写成 $y=\lg u$,$u=4^x-2^{x+1}-3$. $\because u>0$,$\therefore 4^x-2^{x+1}-3>0$ 即 $(2^x-3)(2^x+1)>0$,$\because 2^x+1>0$,$\therefore 2^x-3>0$,即 $x>\log_2 3$. 故选(C).

11. $\because a^2-a+1=(a-1)^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}$. $\therefore f(-\frac{3}{4})=f(\frac{3}{4})\geqslant f(a^2-a+1)$. 选(D).

13. $f(x)=2(x+\frac{3}{4}t)^2-\frac{9}{8}t^2+2t$,$\therefore m(t)=-\frac{9}{8}t^2+2t$,当 $t=-\dfrac{2}{2(-\frac{8}{9})}=\frac{8}{9}$ 时,$m(t)$ 有最大值,选(C).

14. 令 $x_1=x_2=0$,得 $f(0)+f(0)=2f(0)f(0)$,$\because$ $f(0)\neq 0$,$\therefore$ $f(0)=1$ 又 $f(x)+f(-x)=2f(0)f(x)$,$\therefore$ $f(-x)=f(x)$,选(B).

15. 设 $x=\frac{u+v}{2}$,$y=\frac{u-v}{2}$,代入 $x^2-xy+y^2=1$ 得 $\frac{u^2}{4}+\frac{3v^2}{4}=1$,令 $u=2\cos\varphi$,$v=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin\varphi$,则 $x^2-y^2=uv=\frac{4}{\sqrt{3}}\sin\varphi\cos\varphi=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin 2\varphi\in[-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}]$,故选

(B).

(二) 填空题

16. $(-\infty,0)\cup[1,2]$,17. $[4,+\infty)$,18. $f(x)=-\lg(1-x),(x<0)$,19. $[1,\sqrt{2})$,20. $\frac{5}{2}$.

评析

16. 已知函数的值域,要求函数的定义域,实质是解不等式:$1\leqslant 4^x-3\cdot 2^x+3\leqslant 7$.

即$\begin{cases}2^{2x}-3\cdot 2^x+2\geqslant 0\\ 2^{2x}-3\cdot 2^x-4\leqslant 0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}(2^x-1)(2^x-2)\geqslant 0\\ (2^x-4)(2^x+1)\leqslant 0\end{cases}$

解得 $0<2^x\leqslant 1$ 或 $2\leqslant 2^x\leqslant 4$,$\therefore$ $x\leqslant 0$ 或 $1\leqslant x\leqslant 2$.

17. 将函数化成 $y=(x+\frac{1}{x})^2-(x+\frac{1}{x})-2$,它是一个复合函数,$y=u^2-u-2$,$u=x+\frac{1}{x}$.复合函数的值域由中间变量$u$的取值范围确定,而中间变量$u$的取值范围又是$x$的函数的值域,即 $u=x+\frac{1}{x}$,当$x\in R^-$时,有$u\leqslant -2$.

而 $y=u^2-u-2=(u-\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}$,当$u\leqslant 2$时,$y$有最小值4.故$y\geqslant 4$.

18. 要求$x\in(-\infty,0)$时的函数表达式,只需设$x<0$,然后利用已知条件求表达式.

当$x<0$时,$-x>0$,据已知,$f(-x)=\lg(-x+1)$, $\because$ $f(-x)=-f(x)$,

$\therefore$ $f(x)=-f(-x)=-\lg(1-x)$.

19. 利用图象法解题最为简捷.

$y=\sqrt{1-x^2}$的图象是半圆$x^2+y^2=1(y\geqslant 0)$,而$y=-x+m$的图象是斜率为-1的直线,使直线和半圆有两个不同的交点,.得$1\leqslant m<\sqrt{2}$

20.利用基本不等式求函数最值时,不等式$\frac{x+y}{2}\geqslant\sqrt{xy}$,必须满足三个条件:

(1) x,y为正数;(2) 积xy为定值;(3) $x=y$时,$x+y$有最小值$2\sqrt{xy}$.

或(1)x,y为正数;(2) 和$x+y$为定值;(3)$x=y$时,xy有最大值$(\frac{x+y}{2})^2$.

本题中因$\sqrt{x^2+4}$与$\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$不能相等,所以不能利用基本不等式求最小值.改用函数单调性求解:

$y=(\sqrt[4]{x^2+4}-\frac{1}{\sqrt[4]{x^2+4}})^2+2$,又$\sqrt[4]{x^2+4}-\frac{1}{\sqrt[4]{x^2+4}}>0$.

当$x\geqslant 0$时,y是增函数;$x\leqslant 0$时,y是减函数. $\therefore$ 当$x=0$时,y取得最小值$\frac{5}{2}$.

(三) 解答题

21. 画函数草图的一般步骤是:

(1) 确定函数的定义域;(2) 化简函数的表达式(含绝对值的函数常常通过讨论化去绝对值符号,用分段函数表示);(3) 讨论函数的有关性质(如奇偶性、单调性、周期性等图象特性及图象上的特殊点等);(4) 利用基本函数画出所需的图象.

本题函数化成 $y=|(\frac{1}{2})^x-1|=\begin{cases}(\frac{1}{2})^x-1 & (x\leqslant 0)\\ -(\frac{1}{2})^x & (x>0)\end{cases}$

得图象如图 2 — 5.

注意图象与坐标轴的交点位置及渐近线.

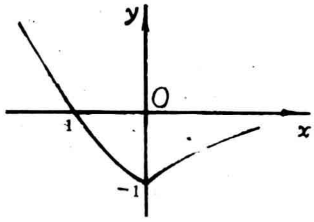


图2—5

22. $\because$ $f(x)$ 是 R 上的奇函数. $\therefore$ $f(0)=0$，又 $\because f(x)$ 是 R 上的单调函数，且 $f(1)=-2$， $\therefore$ $f(x)$ 是 R 上的减函数.

由 $f(k\log_2 t)>-f(\log_2 t-\log_2^2 t-2)=f(\log_2^2 t-\log_2 t+2)$

得 $k\log_2 t<\log_2^2 t-\log_2 t+2$. 即 $\log_2^2 t-(k+1)\log_2 t+2>0$

由 $\Delta=(k+1)^2-8<0$ 得 $-1-2\sqrt{2}<k<-1+2\sqrt{2}$.

23. xy 满足的条件为：$(x-5)^2+(y-5)^2\leqslant 1$. 应用三角法换元. 设 $x=5+r\cos\theta$，$y=5+r\sin\theta$，$(0\leqslant r\leqslant 1, 0\leqslant\theta<2\pi)$

则 $\log_a(a^{2x}+a^{2y})\leqslant\log_a(2a^{x+y})(0<a<1)$

$=x+y+\log_a 2$

$=10+r(\cos\theta+\sin\theta)+\log_a 2$

$=10+\sqrt{2}r\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})+\log_a 2$

$\leqslant 10+\sqrt{2}+\log_a 2$

当 $r=1,\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 即 $x=y=5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号，函数有最大值 $10+\sqrt{2}+\log_a 2$.

换元法是求函数最值的重要手段，往往可以达到化繁为简，化难为易的目的. 三角法换元将代数函数最值问题转化为三角函数的最值问题，注意三角函数的值域.

24. 两边取常用对数：$(x^2-2x+1)\lg a=(2x-1)\lg b$ 即 $x^2\lg a-2x\lg(ab)+\lg(ab)=0$. 设 $f(x)=x^2\lg a-2x\lg(ab)+\lg(ab)$.

(1) 原方程有且只有一个正根时，根据二次函数的图象性质，有：

① $\begin{cases}\lg a>0\\ f(0)<0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a>1\\ 0<ab<1\end{cases}$ $\therefore$ $0<b<\dfrac{1}{a}<1$.

② $\begin{cases}\lg a<0\\ f(0)>0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}0<a<1\\ ab>1\end{cases}$ $\therefore$ $b>\dfrac{1}{a}>1$.

(2) 原方程有两个正根时，设两个正根为 $x_1>0, x_2>0$，

则 $\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2>0\\ x_1x_2>0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}4\lg^2(ab)-4\lg a\lg(ab)>0 & ①\\ \dfrac{2\lg(ab)}{\lg a}>0 & ②\\ \dfrac{\lg(ab)}{\lg a}>0 & ③\end{cases}$ 由 ②，③ 得 $\dfrac{\lg(ab)}{\lg a}>0$，

又由 ① 得 $\lg(ab)[\lg(ab)-\lg a]>0$，$\therefore$ $\lg(ab)>\lg a>0$ 或 $\lg(ab)<\lg a<0$.

解得 $a>1$ 且 $b>1$ 或 $0<a<1$ 且 $0<b<1$. 综上讨论，所求的充要条件是：

$0<b<\dfrac{1}{a}<1$ 或 $b>\dfrac{1}{a}>1$ 或 $\begin{cases}a>1\\ b>1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}0<a<1\\ 0<b<1\end{cases}$.

3. 三　角　函　数

一、知识要点

1. 理解弧度的意义，并能正确地进行弧度与角度的换算.

2. 掌握任意角的三角函数的定义、三角函数的符号、三角函数的性质、同角三角函数的关系式与诱导公式，两角和与差的三角函数式，二倍角的正弦、余弦、正切公式，半角的正弦、余弦、正切公式，三角函数的和差化积公式和积化和差公式以及万能公式，了解各个三角函数公式之间的内在联系，并能运用上述三角公式化简三角函数式、求任意角的三角函数值与证明较简单的三角恒等式，以及解决其它一些简单的有关问题.

3. 掌握单位圆中的线段表示三角函数值的方法及其应用. 了解周期函数和最小正周期的意义，会求函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的周期，或者经过简单的恒等变形可化为上述函数的三角函数的周期.

4. 了解正弦、余弦、正切、余切函数的图象的画法，会用"五点法"画正弦、余弦函数和函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的简图，并能解决与正弦曲线有关的实际问题.

*5. 理解反正弦、反余弦、反正切和反余切函数的概念，能由反三角函数的图象得出反三角函数的性质，能运用反三角函数的定义、性质解决一些简单问题.

*6. 理解三角方程及其解集的意义，熟练地写出最简单的三角方程的解集，并会解简单的三角方程. 注：有 * 号的条目对文科考生不作要求.

二、测试题

(一) 选择题

1. $y = \sqrt{-\cos\theta} + \sqrt{\operatorname{tg}\theta}$ 的定义域是　（　　）

(A) $k\pi + \pi \leqslant \theta \leqslant k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in Z$　　(B) $2k\pi + \pi \leqslant \theta \leqslant 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in Z$

(C) $2k\pi + \pi < \theta < 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in Z$　　(D) 以上答案都不对

2. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$，下列等式能成立的是　（　　）

(A) $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$　　(B) $\sin x + \cos x = \frac{3}{2}$

(C) $\sin x + \cos x = \frac{\pi}{3}$　　(D) $\sin x + \cos x = 1$

3. α, β 均为锐角，且 $\sin\alpha - \sin\beta = -\frac{1}{2}, \cos\alpha - \cos\beta = \frac{1}{2}$，则 $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ 值是（　　）

(A) $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　(B) $-\frac{\sqrt{7}}{3}$　　(C) $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$　　(D) $-\frac{3\sqrt{7}}{7}$

4. $y = \sin\omega x + \sqrt{3}\cos\omega x\ (\omega \in R^+)$ 的最小正周期是　（　　）

(A) $\frac{2\pi}{\omega}$　　(B) $\frac{\pi}{\omega}$　　(C) $2\omega\pi$　　(D) 2π