

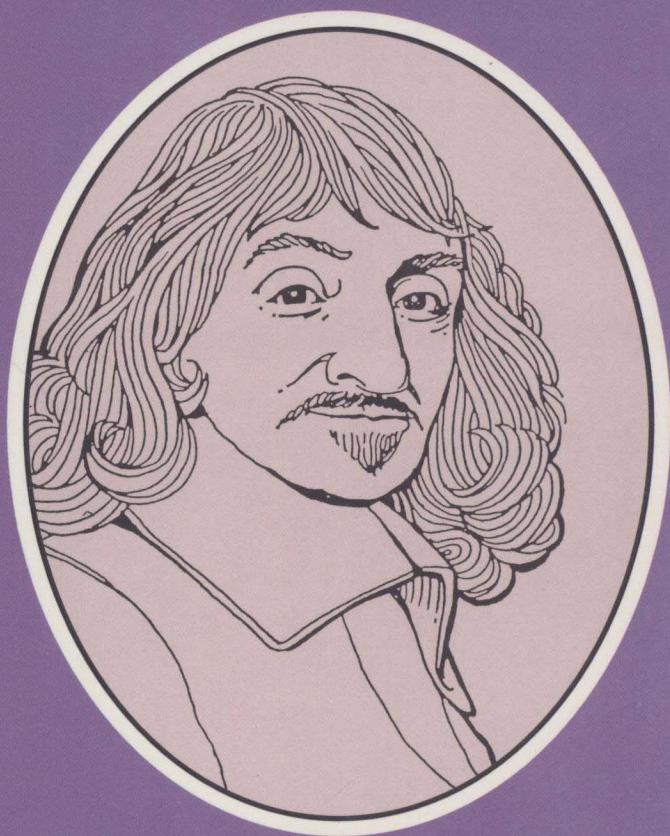
夢

笛卡爾之

——從數學看世界

DESCARTES' DREAM

THE WORLD ACCORDING MATHEMATICS



PHILIP J. DAVIS & REUBEN HERSH 原著
常庚哲・周炳蘭 譯 朱棟培 校

笛卡爾之夢

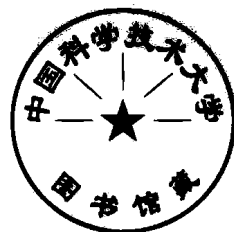
——從數學看世界

DESCARTES' DREAM

THE WORLD ACCORDING
TO MATHEMATICS

PHILIP J. DAVIS & REUBEN HERSH 著

常庚哲 周炳蘭 譯
朱棟培 校



九章出版社

笛卡爾之夢：從數學看世界 / Philip J.
Davis, Reuben Hersh著；常庚哲,周炳蘭譯.
-- 一版. -- 臺北市：九章出版；臺北縣新
店市：學英總經銷, 1996[民85]
面：公分
譯自：Descartes' Dream: the world
according to mathematics
ISBN 957-603-120-6 (平裝)

1. 數學 - 哲學,原理

310.1

85009347

笛卡爾之夢

Descartes' Dream:

The World According to Mathematics

Philip J. Davis & Reuben Hersh 著

常庚哲、周炳蘭 譯

朱棟培 校

出版者：九章出版社

北市信義路三段147巷15弄3號4樓

局版臺業字第 2327 號

電話：(02)325-7970・704-8405・704-5243

發行人：孫文先

印刷者：九章文具印刷品有限公司

出版日期：1996年09月一版一刷

定價：300元整

郵政劃撥：1053467-6 九章出版社

總經銷：學英文化事業有限公司

北縣新店市中正路四維巷2弄5號5樓

國際中文版授權：大蘋果股份有限公司

Copyright © 1986 by Philip J. Davis & Reuben Hersh

Chinese language publishing rights arranged with Harcourt

Brace Jovanovich, Inc. through Big Apple Tuttle-Mori Agency, Inc.

Chinese language copyright © 1996 Chiu Chang Math. Publishers

中 譯 本 序

技術充滿著並主宰著我們這個世界：從汽車和電站一直到電視機、錄像機、電子信件、圖文傳真、自動存取款機和信用卡自動記帳機。每一個人都希望這將持續下去，並將有進一步的發展。人類之間的直接接觸，或者人類同未開發的自然界的直接接觸，正在變成稀有和古老的事。

在每一種技術之內，特別是每一種“高技術”之內，都嵌入了不少的數學。例如，人們可以把一枚洲際彈道導彈想像成爲是嵌有著優美數學的物化塊。

同時，以數學爲基礎的技術自然是十分誘人的。在某些我們未能見到的負面作用開始出現之前，它似乎是增加了我們的便利、舒適、健康和安全。

本書是在這個荒原上的一聲吶喊。

我們將走向何方？回頭爲時已晚。

P.J. Davis

R. Hersh

中 譯 者 序

戴維斯與赫希合著的《數學經驗》一書於1981年在美國出版之後，在國內外引起了強烈反響。1983年，該書榮獲美國圖書獎，後來被譯成多國文字。中譯本由江蘇教育出版社於1991年出版，譯者為王前、俞曉群等先生。

五年之後，同是這兩位作者，又出版了《笛卡爾之夢》一書。按照他們的說法，《數學經驗》著眼於專業的觀點，從數學的內部來看待數學，向讀者描繪了所謂“做數學”的廣闊圖景。而《笛卡爾之夢》這本書，則是從外部走向數學，同時也是從數學來看世界，向讀者展示的是當數學應用於自然界和人類社會活動時所產生的影響。從這些意義上來說，《數學經驗》與《笛卡爾之夢》這兩本書，堪稱“姊妹篇”。

數學緊密地聯繫著計算，當代電子計算機技術的飛速發展，急劇地改變著自然界和人類社會。因此，數學對於自然界和人類的影響就變得非常廣泛和深刻。讀者可以看到，作者們用很大的篇幅談論電子計算機。很明顯，在我們這個年代，如果不談論電子計算機，就不可能對數學的應用作出任何深刻的描述。在我看來，《數學經驗》一書雖說是一本高級科學普及讀物，但是它不可能不涉及許多數學細節。而《笛卡爾之夢》則不包含任何這樣的細節，因此變得更加通俗，可望擁有大量的讀者。凡是關心數學是怎樣（通過計算機）影響自然界和當今人類社會的人，不管他對數學的了解的深度如何，都可從這本書中得到新的啓發和信息。

在這裡，我願意回顧一下我與本書的第一作者戴維斯教授的友誼。戴維斯是一位專業數學家，在計算數學和應用數學領域中有很高的知

名度。他曾任美國國家標準局數值分析的首席專家，後來在布朗大學應用數學系執教，直到退休。他的專長是數值分析、函數逼近理論和矩陣理論，著作等身，其中包括十餘本專著和科普讀物。1963年出版的 *Interpolation and Approximation* 一書，是逼近理論的經典教程之一；由於其內容豐富，不乏新的觀點，表述詳細而通俗易懂，成了從事計算機輔助幾何設計（英文縮寫為 CAGD）的人的必讀書籍。在 70 年代，我正是通過閱讀這本書而熟悉戴維斯的名字的。

1982 年元旦那一天，我來到設在 Providence 的布朗大學，作為戴維斯的訪問學者，在應用數學系研習了七個多月。戴維斯很慷慨地讓我與他合用一間辦公室。一般地，他上午比我早進辦公室，中午一同到餐廳共進午餐，下午兩點左右他離開辦公室回家，而我通常要在辦公室工作到深夜。這七個多月是我工作效率比較高的時期，我與戴維斯合作了三篇論文，先後發表在美國的數學刊物上。其中一篇題為 *Convexity for Bernstein Polynomials over Triangles* 的論文，1984 年發表在 *J. of Approx. Theory* 上，受到 CAGD 方面和多維逼近理論界的重視，直到今天還在被有關學者引用、推廣、改進和應用。

在那期間，我旁聽了戴維斯的兩門課程：“應用逼近理論”和“高等矩陣論”。我發現，不論是表達的清晰、選材的精煉以及啓發性的哪一個方面而言，他都是一位十分出色的教師。

七年的時間在轉瞬之間過去了。1989 年 11 月，我去美國亞里桑那州立大學出席一個關於 CAGD 的國際會議。在開會的前夕，即 11 月 5 日（星期日）晚七時，在 Tempe 的一家酒店裡，戴維斯的學生和朋友為他舉行了一個“慶祝晚宴”。請帖上寫著：“榮譽歸於菲利浦·戴維斯，感謝他對於科學特別是對於計算機輔助幾何設計的眾多貢獻。”參加晚宴的有 40 餘人，大多是來自各國的 CAGD 界的知名學者。我的座位離戴維斯不遠，他向我提起《笛卡兒之夢》這一新作，希望我能將它譯成中文出版。他在我的請帖的背面，寫上了書名和出版商的名字。至今我還保留著這一張珍貴的請帖。

我一直把戴維斯看作自己的良師益友，我感到自己有責任來滿足他的要求。1991 年 5 月我回到國內。當我準備開始這一項工作的時候，

我感到由於自己的英語水平和其它知識面的限制，我實在無法獨立完成這一項工作。因為這一本書不但包含數學，還包含著其它科學技術、經濟、哲學、歷史、藝術、宗教、軍事……，幾乎是古今上下無所不包，更不用說從文字角度來看，它還涉及古英語、外來語、詩歌、俚語、雙關語、俏皮語……。我只好請我校外語系周炳蘭女士和我共同承擔這項任務。我們有著十分愉快的合作。翻譯工作歷時接近兩年，工作得非常辛苦。套用數學的術語，可以說我們的工作方法是“逐次逼近法”，反覆推敲，數易其稿。今天，當我們完成這三百多頁的巨著的翻譯工作的時候，一方面有著如釋重負的快樂，另一方面，“畫眉深淺入時無”的擔心又上心頭。我們期待著讀者的批評指正。錯訛是必定會有的，那只能歸咎於我們的水平。捫心自問，我們是盡了力的。

譯者們十分感謝物理學家朱棟培教授，作為中譯本的審校者，他作了認真負責的、非常細緻的工作。我們還要感謝數理統計學家方兆本教授和計算機專家岳麗華副教授，他們審查了譯文中與他們的專業相關的章節，提出了不少改進意見。張光前老師的熱心幫助也使我們銘刻在心。

九章出版社的負責人孫文先先生充份地理解我們在翻譯中所遇到的困難，對我們未能按時交出譯稿始終抱著寬容和諒解，我們十分欣賞與九章出版社的同仁的友誼及合作。

中國科學技術大學

常庚哲

1993年9月



瑞尼·笛卡爾 (René Descartes, 1596—1650)

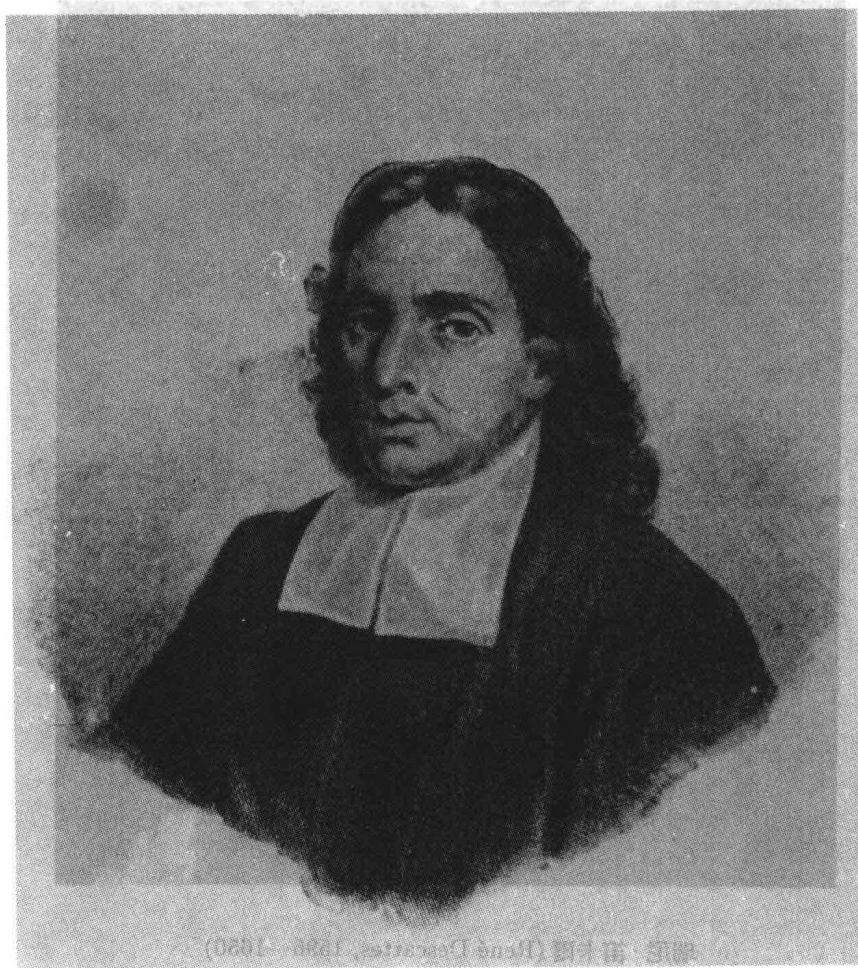
法國哲學家和數學家

“幾何學家為獲得其最為困難的證明，所使用的簡單易行的推理之冗長組合，使我想像所有能夠深入人類思想的事物，都是按照同樣的方式相聯繫的。”

——笛卡爾

(摘自 *Franz Hals: Musée du Louvre, Paris*)

布朗大學圖書館提供)



吉奧萬尼·巴蒂斯塔·維科 (Giovanni Battista Vico, 1668—1744)

意大利哲學家、律師和古典主義者

“數學是在人類精神的自我異化中創造的。精神從數學中不能發現自己。人類精神存在於人類的各種制度中。”

——維科

(由 Sir Isaiah Berlin 意譯自 *Classici Italiani*, Tommaso Ed-
itorie Tounese, 1930, 布朗大學圖書館提供。)

前 言

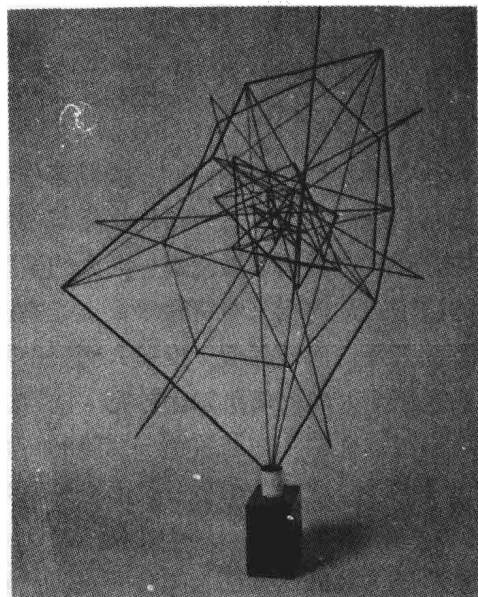
《數學經驗》一書所受到的熱烈歡迎，鼓勵著作者們繼續去描述那極為奇妙的而又常常是令人迷惑的、被稱之為“做數學”的活動。在《數學經驗》中，我們曾試圖描繪出這一活動的廣闊的圖景。我們的著眼點是專業的觀點，從內部來看待數學，描述構造數學的成份；描述數學如何得以創造及如何被評價；描述人們對做數學的感受，它聽起來像什麼；描述何種人類價值應歸因於它。簡言之，我們力圖回答的問題是：什麼是數學經驗？在回答這一問題的時候，我們被引向一套我們感到與這一經驗一致的數學哲學，而正是為系統地闡明這一哲學，激發了我們的寫作熱情。

本書的目標則不同。我們從外部走向數學。我們關心的是當數學作用於自身之外的世界時，以及當它應用於自然界或人類活動的領域時所產生的影響。有時它被稱為應用數學。這一活動現在已變得如此之廣泛，以致於我們可以談論“世界的數學化”。我們要知道使之產生的人類文明的條件。我們想了解這些應用何時有成效，何時卻無效，何時有利，何時危險，或何時無關。我們希望弄清它們如何制約我們的生活，怎樣改變我們對現實的觀念。

在過去的一百年中，數學、技術與商業以最佳方式結合起來，產生了電子計算機。認識到這一與生俱來的權利，電子計算機轉而又為其創造者帶來了許多利益。

數學的應用，在其最後的階段上，在當今是通過神奇的數學邏輯機器得到實現的。更令人驚異的是這一技術的廣泛應用性和接受性。電子計算機的潛力被認為是無所不包，以致於我們要重新組織日常生活的方方面面來適應它。

我們將對電子計算機提出類似於我們對數學提過的問題。什麼是計算經驗？世界的電子計算機化是怎樣地影響了人類文明的物質品位和智識品位？



理論變為藝術。舍恩伯格 (I.J. Schoenberg) 將一個空間七邊形的調和分析 (道格拉斯定理) 用一個空間作圖表現出來。人們能把高等數學作為圖形學的元素來介紹嗎？ (舍恩伯格提供)

至於技術方面，任何一位縱覽電子計算機化的前半世紀的人都能看到計算機與技術之間的相互關係。沒有電子計算機的大力幫助，人們就不能飛達火星。公眾已了解到心臟起搏器內包含有計算機，人們甚至開始覺得人自身的計算機化也勢在必行，不僅在隱喻的意義上，在實際上也應當這樣做。反過來說，電子計算機的零零碎碎片子、帶子都是先進技術的產品，而每一項技術進步都可能改進計算機的設計和操作。

在一般的商業、社會統計、數據處理諸方面，公眾也能看到相互的作用。業已發生在簿記工作方面的革命是十分明顯的。用電子計算

機作預訂業務，雖然對一家航空公司或一家劇院的運作而言並非絕對必要，但卻達到了我們不願放棄的方便和靈活的水準。目前仍在進展之中的圖書館計算機化，把所有的圖書館的設施聯合在一起，任何一位學者只須在終端機上打入一個查詢，就能看到每一本書。

關於數學，這一伙伴關係中的第三個成員，它與計算機之間的相互作用並不是以同樣的方式明明白白地擺在我們面前的。而它就在那裡，確實存在著。按照更為陳舊的觀點，一台計算機不過是一台做算術做得很快的機器罷了。商業和技術同物品相關聯，而數學則是想像的天地，是抽象的符號游動其中的一門學科。然而，抽象是不容易立刻被理解的。因此，雖說計算機的根源在數學的最初的夢幻之中，而且它後來的進展依賴於由數學天才們提供的藍圖，可是數學已經起到的作用仍不如技術和商業所起的作用那樣被充分理解。

爲了展示數學與計算機之間的關係，我們必須回答許多問題。在將抽象的數學表達轉化爲實際應用中，電子計算機有何影響？在創造新的數學時，它的作用是什麼？它對數學的知識和存在的理論、對數學的想像和洞察力、對數學教育有過什麼影響？在什麼是可能和什麼是不可能以及怎樣逾越不可能這些方面，它怎樣影響著我們的觀念？

反過來，數學是怎樣對新的計算機系統的創造作出貢獻的？是怎樣的一些普遍因素使計算機科學成爲一門科學而不僅僅是一種技藝？這些是數學的因素嗎？理論的計算機科學家應當採取數學家的演繹程式作爲他們的理想嗎？數學思維、計算機潛力和一般人類的智能各自之間的關係是什麼？數學的夢想與計算機科學的夢想在哪些方面有明顯的不同之處？

回答了這些問題之後，我們就幾乎創造了計算哲學。這一科目倘若不借鑒科學哲學或數學哲學，目前則難以存在。但它確有其存在的價值。

計算哲學？它大概會是什麼？那麼，人們起初可能會說，正如古典哲學涉及真、善、美一樣，計算哲學應當論及正確、優秀和精美的計算。什麼使得計算正確？爲什麼我應該相信計算機告訴我的東西？什麼使計算有用？什麼使它是好是壞？什麼使它是美是醜？計算機怎

樣改變我們對實在、對知識和對時間的觀念？

有許多原因使我們提出這些問題。首先，考慮一下當今計算機化所具有的巨大力量吧。我們被淹沒在如同波濤滾滾而來的超出了科學小說夢幻之外的新的思想、設備和潛力之中。在計算機領域裡，雖然理智告誡我們不要無限制的樂觀，不管看得見還是看不見，總是有極限的。要做的事俯拾即是，行動確定無疑，精神乃是至高無上的。事實證明，我們年青一代中最有才華、最優秀的人正在摒棄傳統的智力活動場所——數學與物理，而熱衷於計算機科學。他們中的某些人覺得數學過於嚴格，現代的數學研究極為繁瑣。與此形成鮮明對比的是：計算機科學的迅捷的智力是一種令人愉快的解放。鑒於這種令人非常激動的行為以及隨之而來的高度興奮，我們最好冷靜地坐下來問問自己：“所有這一切總的後果是什麼？”

這些問題的重要性也來自社會的關注。某些批評家認為，計算機及其輔助活動是現代強大的技術龐大機器的集成，並認為這個機器貶低了精神的作用，同時也腐蝕了智能。Simone Weil，這位富於宗教氣質的女性，一位偉大數學家的姐妹，在數字計算機問世之前若干年，在她的《筆記》中寫道：“金錢、機械化、代數，是現代文明中的三個怪物。”金錢、機械化、代數，我們把這三項活動看作是計算機的祖先。

信不信由你，但她的信仰為人所共有。人們不必在這一點上與她達成共識。我們之中那些熱愛數學並尊之為人類的一大創造的人會問：為什麼會認為數學連同它的兩個伙伴一起造就了如此的怪物？

與激烈的批評相反的思想認為計算機通過技術烏托邦提供了拯救社會的可能性。忠實的信仰者斷言，只有通過熟練而迅速地處理數萬億位互相關聯的信息，人們才有希望得到社會公道以及不同文化層次的人們之間的安寧。帶嘲笑口吻的信仰者可能會說，給人以另一種智能和工具，讓計算機的格式去統治傳統的人類行為，那麼為證明某一思想比另外的思想更為重要而在人們之間進行互相殺戮的信仰和行動就會變得無關緊要。

當人們走向一種計算哲學時，無疑應該得到已為大眾接受的數學

哲學之論述的引導。在上一世紀中，數學哲學一直關注著的一個主要問題是：為什麼數學是正確的？脫穎而出的應用與計算哲學必須關心這一問題：數學何以得到運用？我們的計算機文化發展得如此迅速、如此普及，使得新聞媒體中的天才們無法準確地表達它已發展到了什麼階段，更不用說理解其存在的更深一層的哲學含義。

在本書中，我們盡力去解答上面提出的某些問題，儘管有時難免膚淺。我們不打算去寫一本精神實質模稜兩可的書。我們要作一項聲明，還要引出一條訓誡。

這項聲明大致是：

社會和物理世界正在以不斷增加的速率被數學化。

這個訓誡是：

我們最好密切注意著它，因為它的絕大部份或許對我們無益。

本書彙集了一些互相無關的文章，不太嚴格地圍繞幾個主題被組織在一起。這些文章要求不同水準的數學知識，從通俗的到專業的。我們建議讀者隨意地瀏覽，或者是閱讀能引起他們的興趣的部分。有些短論摘自已經出版的文章，其它的則是講演稿的修改稿或者是加以編輯了的錄音採訪。

誌 謝

我們非常感謝以下各位：Jackie Damrau, Ernest S. Davis, Joseph Davis, Leah Edelstein, Kathy Hall, Shirley Harty, Daniel Hersh, Eva Hersh, Phyllis Hersh, Mark Horton, Jean Jordan, Penelope Katson, Caterina Kiefe, Igor Najfeld, David Pingree, Moira Robertson, Bill Schaab, Patricia Strauss, Peter Wegner, Jerome Weiner。感謝他們的友好的協助、合作、批評和鼓勵。

特別應感謝 Joan Richards 與 Charles Strauss, 感謝他們對本書的關心, 及樂於為本書錄下若干次談話。

我們高興地在此提到, 1982年秋季在布朗大學舉行的“計算的哲學”學術會議得到了 Alfred P. Sloan 基金會和布朗大學 Wayland 委員會的慷慨資助。感謝在那一次會上宣讀了論文的以下人士：Oliver Aberth, Joseph Ford, Martin Davis, Kenneth Sayre, Dagmar Barnouw, Eugene Charniak, Martin Ringle, Rolf Landauer, Benoit Mandelbrot, Donald Beaver。

從這一次會議上獲得的經驗鼓勵了我們把寫作繼續下去。

在準備本書的過程之中, 二位作者從 Alfred P. Sloan 基金會所取得的資助一直很有幫助。

Fairchild 公司提供的資助對我們研究計算機圖形學與藝術大有裨益。

在準備文稿過程中, Katrina Avery, Ezoura Fonseca, Deborah J. Long, Deborah Van Dam 以及 Roberta Weller 給了我們很多幫助。計算機技術已經可能省去這類誌謝。但我們還是用老式的方法工作, 使用的是筆和紙, 外帶剪刀加漿糊。幫助我們的人們以混合的方式進行

工作，她們用電動打字機、錄音帶以及文字處理機。

我們具有的海明威式的不連貫的打字機，讓我們享受到排版工作的幽默和諧趣。在下一個十年裡，當作者們自己在計算機上工作，從開始構思一直到分發書籍的過程中用計算機來處理他們的思想時，得到什麼與失去什麼將見分曉。

文字處理機是我們這個計算機化的時代的最為重要的產品之一。它將大大地改變我們對一本書的觀念。在過去，一個作者寫作、重寫、改錯、編輯，最後才出一本書。這本書可能會有好幾個版本。在文字處理機的時代，一本書是一個動態的東西，它可以被作者本人或者他的繼承人不斷地更新。讀者可以用電話來訂購最新的版本。一本書從一個靜態的物體被轉換為一個活動的機構，同時也帶來了這些機構的力量與弱點。

我們由衷地感謝“美國科學家”、“國際聯合出版社”、“威斯康星大學出版社”和“南部人文學評論”，因為它們允許我們重印首先在它們那裡發表的論文。

我們還要感謝布朗大學 John Hay 海圖書館；John Carter Brown 圖書館；猶他大學(鹽湖城)計算機科學系；國家航空和航天局；科學，84；Katrina Avery；Louise Goodman；Irene Shwachmann；Wayne Timmerman；Jon Weiner；Frederic Bisshopp；I.J. Schoenberg；Keith Long；Ben Trumbore 和 Kelan Putbrese，他們給我們提供了圖片資料。

目 錄

前言

誌謝

第一章 數學化的世界	1
I - 1 笛卡爾的夢	1
I - 2 笛卡爾之夢的今天	8
I - 3 數學的極限	12
I - 4 我們正淹沒在數字之中嗎？	13
I - 5 隨機化的世界： 僅為時尚嗎？	15
I - 6 反饋和控制：平衡機器	31
I - 7 計算機圖形學和高藝術的可能	41
第二章 數——社會之專制	53
II - 1 數學和修辭學	54
II - 2 準則的制定者： 數學和社會政策	71