

全程优效学习系列



世纪金榜

“十一五”规划教育部重点课题“辅导读物促进有效教学的研究与实验”
中国学生最信赖的助学助考产品
中国十大书业实力机构之首



2010~2011
最新版

高中新课程 全程学习方略

丛书主编 张 泉

一书 · 一卷 · 一册

- 书 ● 突破教材重点 构建课堂学案
- 卷 ● 梯级训练套题 练测高效互动
- 册 ● 答案单独成册 解析丰富详尽

数 学

选修2-1

配人教A版

云南
专用

CCTV.COM
央视网 · 企业频道

见证企业成长
中国教育教辅 黄金展位 星级合作伙伴

云南出版集团公司
云南科技出版社

世纪金榜 圆您梦想



2204040042262208

登录www.jb100.com, 免费查询真伪
登录www.jb1000.com, 下载精品教学资源

图书在版编目(CIP)数据

高中新课程全程学习方略. 数学. 2-1: 选修 / 张泉主编.

—昆明: 云南科技出版社, 2010. 6

ISBN 978-7-5416-4038-4

I. ①高… II. ①张… III. ①数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 124883 号

丛书主编 / 张 泉

本册主编 / 类成方 王义明 马明德

副 主 编 / 蔡春华 黄卫强 罗建顺 李 蓉 李小涛 李付红

编 委 / 常正文 岳全化 毛华静 高少薇 李金广 刘 慧 黄昆山 袁永波

本书著作权归丛书主编张泉所有,对相关侵权行为我们有依法追究的权利。

封面条形码功能介绍

世纪金榜 圆您梦想



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6

登录 www.jb100.com, 免费查询真伪
登录 www.jb1000.com, 下载精品教学资源

1. 超值赠送 50.00 元教学资源下载服务: 条形码 16 位数字为免费赠送的价值 50.00 元的教学资源使用账号, 登录 www.jb1000.com, 输入并激活账号, 就可充分体验: 海量资源尽情下载、学习方法独家指导、图书购买最大优惠等金榜超值服务。体贴入微, 实用高效!

2. 辨别真伪: 登录 www.jb100.com, 输入 16 位数字条码信息, 图书真伪便捷查询, 正版保障!

图书质量反馈: ☎ 0531-87962621

客户服务查询: ☎ 0531-87965612

盗版举报电话: ☎ 0531-87103876

客户服务投诉: ☎ 0531-87977599

世纪金榜—高中新课程全程学习方略(数学·选修 2-1)

选题策划: 王超超 李祥安

丛书统筹: 孙 琳 唐坤红

发行总监: 章建国 张士玉

印制总监: 翟 苑 刘洪章

出 版: 云南出版集团公司 云南科技出版社

社 址: 昆明市环城西路 609 号云南新闻出版大楼 邮编: 650034

总 发 行: 云南出版集团公司 云南科技出版社

山东世纪金榜书业有限公司

印 刷: 桓台县方正印务有限公司

开 本: 880mm×1230mm 1/16

印 张: 9.25

字 数: 178 千字

版 次: 2010 年 6 月第 1 版

印 次: 2010 年 6 月第 1 次

书 号: ISBN 978-7-5416-4038-4/G·1027

定价: 24.70 元

目录/Contents

高中新课程全程学习方略·数学

选修2-1(配教A版)

温馨提示

与中国联通强强联手, 全国市话费用, 拨打116114→7→3输入代码并按“#”键, 畅听名师专家亲自传授的解题规律方法与技巧, 体验世纪金榜“互动教辅平台”的魅力与风采, 实现解题能力的提升与飞跃。具体明细详见成书最后一页。

教材讲解区

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

1.1.1 命题 /1

1.1.2 四种命题 /3

1.1.3 四种命题间的相互关系 /5

1.2 充分条件与必要条件

第1课时 充分条件与必要条件 /7

第2课时 充要条件的应用 /9

1.3 简单的逻辑联结词 /12

1.4 全称量词与存在量词

1.4.1 全称量词

1.4.2 存在量词 /14

1.4.3 含有一个量词的命题的否定 /16

第二章 圆锥曲线与方程

2.1 曲线与方程

2.1.1 曲线与方程 /22

2.1.2 求曲线的方程 /24

2.2 椭圆

2.2.1 椭圆及其标准方程 /26

2.2.2 椭圆的简单几何性质

第1课时 椭圆的简单几何性质 /28

第2课时 椭圆方程及性质的应用 /31

2.3 双曲线

2.3.1 双曲线及其标准方程 /34

2.3.2 双曲线的简单几何性质

第1课时 双曲线的简单几何性质 /36

第2课时 双曲线方程及性质的应用 /39

2.4 抛物线

2.4.1 抛物线及其标准方程 /41

2.4.2 抛物线的简单几何性质

第1课时 抛物线的简单几何性质 /43

第2课时 抛物线方程及性质的应用 /46

第三章 空间向量与立体几何

3.1 空间向量及其运算

3.1.1 空间向量及其加减运算 /53

3.1.2 空间向量的数乘运算 /56

3.1.3 空间向量的数量积运算 /59

3.1.4 空间向量的正交分解及其坐标表示 /62

3.1.5 空间向量运算的坐标表示 /65

3.2 立体几何中的向量方法

第1课时 空间向量与平行关系 /67

第2课时 空间向量与垂直关系 /70

第3课时 空间向量与空间角 /73

第4课时 空间向量与空间距离 /76

课时作业区(活页试卷) 知能提升作业(一)~(二十八)

阶段检测区(活页试卷) 单元质量评估(一)~(三)

答案解析(P126—P144)(单独成册)

知识多棱镜

页脚精彩天地 学科趣味课堂

• 学法金手指

“傻”做题不如巧做题 · 15

学习中的“六到” · 20

学习中的“五要” · 25

学习中的“五先”、“五会” · 30

“翻个儿烙饼” · 35

不把作业带回家 · 40

爱上做笔记 · 45

稳抓基础事半功倍 · 50

知己知彼,百战不殆 · 55

学好数学三大必备绝招 · 60

• 励志金语

“试试就能行,争争就能赢” · 27

雷巴柯夫的常数与变数 · 36

季米特洛夫的正负号 · 39

“美妙的”正比例 · 43

• 学科趣味

麻辣数学谜语 · 16

逆思妙解 · 32

隔壁分银 · 51

圆的实用性 · 61

动物中的数学“天才”——蜜蜂 · 64

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

1.1.1 命题

学习目标定位

目标要求

1. 了解命题的概念.
2. 会判断命题的真假, 能够把命题化为“若 p , 则 q ”的形式.

特别关注

1. 命题的概念及结构(重点).
2. 命题真假的判断(难点).

基础自主学习

用扎实的基础 打开透射希望的天窗

基础存盘

勤于动笔 夯实新知

答案分晓 详见页脚

名师点拨

命题 { 定义: 用语言、符号或式子表达的,
可以_____的陈述句.
分类: { 真命题: 判断为_____的语句
假命题: 判断为_____的语句
形式: “若 p , 则 q ”. 其中 p 叫做命题的_____,
 q 叫做命题的_____.

想一想: 判断命题真假的依据是什么?

1. 如何理解命题的定义?

一个语句是命题, 必须具备两个特征:

- ①是陈述句, 祈使句、疑问句等一般都不是命题;
- ②可以判断真假, 这个语句对还是错是惟一确定的, 如同元素与集合的关系是明确的, 不能模棱两可.

2. 如何认识命题的形式?

本章讨论的命题形式一般是“若 p , 则 q ”, 但有些命题叙述较简洁, 从形式上看, 不是“若 p , 则 q ”, 但都可以改写成条件和结论很明确的“若 p , 则 q ”形式.

对命题的理解不要受形式的影响哟!

典例精析导悟

解读典题 汇集真知 举一反三 刷新成绩

类型一

命题的概念

【例1】(2010·湛江高二检测) 下列语句是命题的是 ()

- (A) $x-1=0$ (B) $2+3=8$
(C) 你会说英语吗? (D) 这是一棵大树

【规律方法】判断一个语句是否是命题的步骤:

第一步: 语句格式是否为陈述句, 只有陈述句才有可能命题, 而疑问句、祈使句、感叹句等一般都不是命题.

第二步: 该语句能否判断真假, 语句叙述的内容是否与客观实际相符, 是否符合已学过的公理、定理, 是明确的, 不能模棱两可.

转下页左栏

转下页右栏

金榜致你

梦想。

时间是由分秒积成的, 善于利用零星时间的人才会做出更大的成绩来。世纪金榜助您争分夺秒, 在小小的积累中垒出大大的



① 接上页左栏

(凡对栏栏目皆同此原则,不再一一标注)

① 接上页右栏

【思路探索】

【自主解答】

互动探究

把本例不是命题的语句
改为命题.

类型二

命题真假的判断

【例2】下列命题是真命题的为

()

- (A) 若 $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$, 则 $x = y$
(B) 若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$
(C) 若 $x = y$, 则 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$
(D) 若 $x < y$, 则 $x^2 < y^2$

【思路探索】

【自主解答】

类型三

命题的形式

【例3】(12分)把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式,并判断真假.

- (1) 实数的平方是非负数.
(2) 等底等高的两个三角形是全等三角形.
(3) 当 $ac > bc$ 时, $a > b$.
(4) 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

【思路点拨】分析条件和结论 → 写成“若 p , 则 q ”形式 →

判断真假

- 【规范解答】(1) 若一个数是实数, 则它的平方是非负数. 真命题. 3分
(2) 若两个三角形等底等高, 则这两个三角形是全等三角形. 假命题. 6分
(3) 若 $ac > bc$,
则 $a > b$. 假命题. 9分
(4) 若一个点是一个角的平分线上的点, 则该点到这个角的两边的距离相等. 真命题. 12分

误区分析: 在解答(3)的过程中易出现判断此命题为真命题的错误, 导致此种错误的原因是不等式的性质没掌握好.

【变式训练】下列语句是命题的是

()

- ① 三角形内角和等于 180° ; ② $2 > 3$;
③ 一个数不是正数就是负数; ④ $x > 2$;
⑤ 这座山真险啊!
(A) ①②③ (B) ①③④
(C) ①②⑤ (D) ②③⑤

【规律方法】要判断一个命题是真命题, 一般需要经过严格的推理论证, 在判断时, 要有推理依据, 有时应综合各种情况作出正确的判断. 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

【变式训练】判断下列命题的真假.

- (1) 如果学好了数学, 那么就会使用电脑;
(2) 若 $x = 3$ 或 $x = 7$, 则 $(x - 3)(x - 7) = 0$;
(3) 正方形既是矩形又是菱形;
(4) 若 a, b 都是奇数, 则 ab 必是奇数.

【规律方法】把一个命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 首先要确定命题的条件和结论, 若条件和结论比较隐含, 要补充完整, 有时一个条件有多个结论, 有时一个结论需多个条件, 还要注意有的命题改写形式也不惟一.

如本例(1)也可改为“若一个数是一个实数的平方, 则它是非负数”.

【变式训练】把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并指出条件与结论.

- (1) 等边三角形的三个内角相等.
(2) 当 $a > 0$ 时, 函数 $y = ax + b$ 的值随着 x 的值的增加而增加.
(3) 菱形的对角线互相垂直.

课堂基础达标

现场跟踪达标演练 最短时间赢在起点

- 下列语句不是命题的是 ()
(A) 3 是 15 的约数 (B) 15 能被 5 整除吗?
(C) 3 小于 2 (D) 0 不是自然数
- 下列语句中命题的个数是 ()
① $-5 \in \mathbb{Z}$; ② π 不是实数;
③ 大边所对的角大于小边所对的角; ④ $\sqrt{2}$ 是无理数.
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 下列命题中, 真命题是 _____.
① 若 $a^2 = b^2$, 则 $|a| = |b|$; ② 若 $M \cap N = N$, 则 $M \subseteq N$;
③ 函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 是周期函数;
④ 若直线 l 与 m 异面, m 与 n 异面, 则 l 与 n 异面.

- 已知命题: 弦的垂直平分线经过圆心, 并平分弦所对的弧. 若把上述命题改为“若 p , 则 q ”的形式, 则 p 是 _____, q 是 _____.
- 把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式并判断其真假:
(1) 菱形的四条边相等.
(2) 当 $x=2$ 时, $x^2 - 3x + 2 = 0$.
(3) 空集是任何集合的真子集.

知能提升作业(一) (活页试卷 P91)

知能加油站 查缺补漏提升区

1.1.2 四种命题

学习目标定位

目标要求

- 了解四种命题的概念.
- 认识四种命题的结构, 会写某命题的逆命题、否命题和逆否命题.

特别关注

- 结合命题真假的判定, 考查四种命题的结构.(重点、难点)
- 对条件式的结论进行否定.(易错点)

基础自主学习

用扎实的基础 打开透射希望的天窗

基础存盘

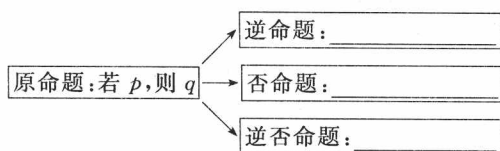
勤于动笔 夯实新知
答案分晓 详见页脚

名师点拨

1. 四种命题的概念:

一般地, 对于两个命题, 如果一个命题的条件与结论分别是另一个命题的结论和条件, 那么把这两个命题叫做 _____, 如果是另一个命题条件的否定和结论的否定, 那么把两个命题叫做 _____. 如果是另一个命题结论的否定和条件的否定, 那么把这样的两个命题叫做 _____. 把第一个叫做原命题时, 另三个可分别称为原命题的逆命题、否命题、逆否命题.

2. 四种命题结构:



想一想: 在四种命题中, 原命题是固定的吗?

1. 如何理解“互逆命题”、“互否命题”、“互为逆否命题”与“逆命题”、“否命题”、“逆否命题”的含义?

两者具有不同的含义, 具体区分如下:

前者说的是两个命题的关系, 同时涉及两个命题; 后者是指与确定的原命题为“互逆”“互否”“互为逆否”关系的那一个命题.

2. 如何写出一个命题的逆命题、否命题和逆否命题?

写出一个命题的逆命题、否命题和逆否命题的关键是正确找出原命题的条件和结论, 并写出条件和结论的否定, 然后按照定义写出各命题. 若原命题不是“若 p , 则 q ”的形式, 应先将命题写成这种形式.

拓展: 当原命题有大前提时, 在写另三种命题时, 大前提不变.

如“已知 a, b 为正数, 若 $a > b$, 则 $\sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$ ”中, “已知 a, b 为正数”在四种命题中是相同的大前提, 写其他命题时都把它作为大前提.

基础存盘 答案

- 互逆命题 互否命题 互为逆否命题
- 若 q 则 p 若 $\neg p$ 则 $\neg q$ 若 $\neg q$ 则 $\neg p$

典例精析导悟

解读典题汇集真知 举一反三刷新成绩

类型一

四种命题的概念

【例1】命题“若一个数是负数,则它的平方是正数”的逆命题是 ()

- (A)“若一个数是负数,则它的平方不是正数”
(B)“若一个数的平方是正数,则它是负数”
(C)“若一个数不是负数,则它的平方不是正数”
(D)“若一个数的平方不是正数,则它不是负数”

【思路探索】

【自主解答】

互动探究

写出本例中命题的否命题和逆否命题.

类型二

四种命题真假的判断

【例2】(2010·松原模拟)下列命题中正确的是 ()

- ①“若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 x, y 不全为零”的否命题;
②“正三角形都相似”的逆命题;
③“若 $m > 0$, 则 $x^2 + x - m = 0$ 有实根”的逆否命题;
④“若 $x - \sqrt{2}$ 是有理数, 则 x 是无理数”的逆否命题.

(A)①②③④

(B)①③④

(C)②③④

(D)①④

【思路点拨】确定条件和结论 → 所求命题 → 判断其真假

【规范解答】选 B. ①原命题的否命题为“若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为零”. 真命题

②原命题的逆命题为“若两个三角形相似, 则这两个三角形是正三角形”. 假命题

③原命题的逆否命题为

“若 $x^2 + x - m = 0$ 无实根,则 $m \leq 0$ ”.

∵ 方程无实根,

∴ 判别式 $\Delta = 1 + 4m < 0$,∴ $m < -\frac{1}{4} \leq 0$. 真命题④原命题的逆否命题为“若 x 不是无理数, 则 $x - \sqrt{2}$ 不是有理数”.∵ x 不是无理数, ∴ x 是有理数.又 $\sqrt{2}$ 是无理数,∴ $x - \sqrt{2}$ 是无理数, 不是有理数. 真命题

故正确的命题为①③④, 故选 B.

误区分析: ③中条件“ $m > 0$ ”的否定易错为“ $m < 0$ ”, 导致这种错误的原因是对“大于”的反面应为“等于或小于”理解不到位.

【规律方法】原命题的逆命题、否命题、逆否命题, 也可按如下得到:

交换原命题的条件和结论, 得到逆命题.

同时否定原命题的条件和结论, 得到否命题.

交换原命题的条件和结论, 并且同时否定, 得到逆否命题.

【变式训练】(2010·天津高考)命题“若 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f(-x)$ 是奇函数”的否命题是 ()(A)若 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(-x)$ 是偶函数(B)若 $f(x)$ 不是奇函数, 则 $f(-x)$ 不是奇函数(C)若 $f(-x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数(D)若 $f(-x)$ 不是奇函数, 则 $f(x)$ 不是奇函数

【规律方法】判断四种命题的真假, 首先要熟悉四种命题的结构, 正确写出原命题的逆命题、否命题、逆否命题, 其次判断真假时, 要注意相关知识的应用.

【互动探究】判断本例②中“正三角形都相似”的否命题和逆否命题的真假.

【变式训练】(2010·六安模拟)有下列命题:

- ①面积相等的三角形是全等三角形;
②“若 $xy = 0$, 则 $|x| + |y| = 0$ ”的逆命题;
③“若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ”的否命题;
④“矩形的对角线互相垂直”的逆否命题.

其中真命题的个数有

(A)1个

(B)2个

(C)3个

(D)4个

数学快捷键

数学家高斯: 德国数学家高斯在他研究发现了正十七边形的尺规作法后, 便放弃原来立志学文的打算而献身于数学, 以至在数学上作出许多重大贡献. 甚至他在遗嘱中曾建议为他建造一个以正十七边形的棱柱为底座的墓碑.

课堂基础达标

现场跟踪达标演练 最短时间赢在起点

- 命题“若 p , 则 $\neg q$ ”的逆否命题是 ()
 (A) 若 p , 则 q (B) 若 $\neg p$, 则 q
 (C) 若 q , 则 $\neg p$ (D) 若 $\neg q$, 则 $\neg p$
- 命题“两条对角线相等的四边形是矩形”是命题“矩形是两条对角线相等的四边形”的 ()
 (A) 逆命题 (B) 否命题
 (C) 逆否命题 (D) 等价命题
- “若 $a + \sqrt{5}$ 是有理数, 则 a 是无理数”的逆否命题为 _____, 是 _____ 命题. (填“真”或“假”)
- “若 $xy=0$, 则 x, y 中至少有一个为 0”的否命题是 _____.

- 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断真假.

- (1) 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$;
- (2) 在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 若 $b^2 - 4ac < 0$, 则该函数的图象与 x 轴无交点.

知能提升作业(二) (活页试卷 P92)

知能加油站 查缺补漏提升区

1.1.3 四种命题间的相互关系

学习目标定位

目标要求

特别关注

1. 认识四种命题之间的关系以及真假性之间的关系.
2. 会利用命题的等价性解决问题.

1. 理解四种命题的关系. (重点)
2. 等价命题的应用. (难点)

基础自主学习

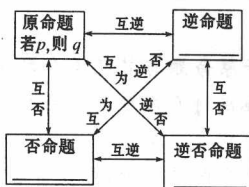
用扎实的基础 打开透射希望的天窗

基础存盘

勤于动脑思考 勇于动手实践
答案分晓详见页脚

名师点拨

1. 四种命题的相互关系



2. 四种命题的真假性

(1) 四种命题的真假性, 有且仅有下面四种情况

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真		
真	假		
假	真		
假	假		

(2) 四种命题的真假性之间的关系

- ① 两个命题互为逆否命题, 它们有 _____ 的真假性.
- ② 两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性 _____.

想一想: 四种命题中真命题的个数可能为多少?

1. 如何判断四种命题间的关系?

- (1) 利用命题定义;
- (2) 可以从名称上缺少的“逆、否”两字来判断.
 如“逆命题”与“逆否命题”, 不同在“否”字, 是互否关系, “逆命题”与“否命题”, 不同在“逆、否”两字, 是互为逆否关系.

2. 互为逆否关系的命题同真同假, 有何应用?

- (1) 可以判断命题真假的个数.
- (2) 在直接证明某一个问题有困难时, 可以通过证明它的逆否命题为真命题来间接证明原命题为真命题.

提醒: (1) 等价转化法即证明原命题的等价命题成立.

(2) 等价命题的逆命题和否命题的真假性相同.

这是常用的化难为易的方法, 要记住哟!

基础存盘

答案

1. 若 q , 则 p 若 $\neg p$, 则 $\neg q$ 若 $\neg q$, 则 $\neg p$

2. (1) 真 真 假 真 真 假 假 假 (2) 相同 没有关系

典例精析导悟

解读典题汇集真知 举一反三刷新成绩

类型一 四种命题间的相互关系

【例1】命题 a 的否命题是 b ,命题 b 的逆否命题是 c ,命题 c 的逆命题是 d ,则命题 a 与命题 d 的关系是怎样的?

【思路探索】

【自主解答】

类型二 等价命题的应用

【例2】(2010·杭州模拟)下列四个命题中:

- ①“等边三角形的三个内角均为 60° ”的逆命题;
- ②“若 $k>0$,则方程 $x^2+2x-k=0$ 有实根”的逆否命题;
- ③“全等三角形的面积相等”的否命题;
- ④“若 $ab\neq 0$,则 $a\neq 0$ ”的否命题.

其中真命题的个数是

- (A)0 (B)1 (C)2 (D)3

【思路探索】

【自主解答】

互动探究

判断本例④中原命题的真假.

类型三 逆否命题的应用

【例3】(12分)证明:已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数,
 $a, b \in \mathbf{R}$,若 $f(a)+f(b) \geq f(-a)+f(-b)$,则 $a+b \geq 0$.

【思路点拨】方法一: 根据原命题 $\rightarrow$ 写出逆否命题 $\rightarrow$

判断逆否命题真假 $\rightarrow$ 得原命题真假

方法二: 假设原命题不成立 $\rightarrow$ 否定后的结论作已知条件

$\rightarrow$ 推出矛盾 $\rightarrow$ 假设错误,原命题正确

【规范解答】方法一:原命题的逆否命题为“已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, $a, b \in \mathbf{R}$,

若 $a+b < 0$,则 $f(a)+f(b) < f(-a)+f(-b)$.”

..... 4分

若 $a+b < 0$,则 $a < -b, b < -a$, 6分

【规律方法】判断两个命题的关系,从其结构上分析条件和结论是最本质的方法,解题关键是熟练掌握四种命题的概念.

【变式训练】若命题 a 的否命题是命题 b 的逆命题,则 a, b 的关系是 ()

- (A)互逆 (B)互否
(C)互为逆否 (D)同一命题

【规律方法】在判断命题真假时,利用原命题与逆否命题、逆命题与否命题同真同假,可取得事半功倍的效果.尤其对含有否定意义的命题,转化为逆否命题进行判断会更容易.

【变式训练】判断命题“若 $m>0$,则方程 $x^2+2x-3m=0$ 有实数根”的逆否命题的真假.

【规律方法】1. 由于原命题与其逆否命题是等价的,因此当证明原命题感到困难或对原命题不易判断真假时,可考虑证明或判断它的逆否命题是否成立.

2. 利用逆否命题与原命题等价,可以省去否定条件和结论时的过程,简化问题的求解.

【变式训练】设 $a>0, b>0$,证明:若 $a>b$,则 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

又 $\because f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数,

$\therefore f(a) < f(-b)$,

$f(b) < f(-a)$ 10 分

$\therefore f(a) + f(b) < f(-a) + f(-b)$,

即逆否命题为真命题.

..... 11 分

$\therefore$ 原命题为真命题. 12 分

方法二: 假设 $a+b < 0$,

则 $a < -b, b < -a$, 2 分

又 $\because f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数,

$\therefore f(a) < f(-b), f(b) < f(-a)$ 6 分

$\therefore f(a) + f(b) < f(-a) + f(-b)$ 9 分

这与已知条件 $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ 相矛盾.

..... 11 分

因此假设不成立, 故 $a+b \geq 0$ 12 分

误区分析: 在解答本题的过程中很容易把逆否命题证法和反证法混淆, 导致这种错误的原因是忽视了这两种证法的本质区别.

课堂基础达标

现场跟踪达标演练 最短时间赢在起点

1. 命题“若 $\neg p$, 则 q ”是真命题, 则下列命题一定是真命题的是

()

(A) 若 p , 则 $\neg q$

(B) 若 q , 则 $\neg p$

(C) 若 $\neg q$, 则 p

(D) 若 $\neg q$, 则 $\neg p$

2. 在命题“对顶角相等”与它的逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题是

()

(A) 原命题与逆命题

(B) 原命题与逆否命题

(C) 逆命题与否命题

(D) 上述四个命题

3. 以下说法错误的是

()

(A) 如果一个命题的逆命题为真命题, 那么它的否命题也必定为真命题

(B) 如果一个命题的否命题为假命题, 那么它本身一定是真命题

(C) 原命题、逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题的个数一定为偶数

(D) 一个命题的逆命题、否命题、逆否命题可以同为假命题

4. 命题“若 $x \neq 1$, 则 $x^2 - 1 \neq 0$ ”的真假性为

5. 写出命题“已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$ ”的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断它们的真假.

世纪金榜

知能提升作业(三) (活页试卷 P93)

知能加油站 查缺补漏提升区

1.2 充分条件与必要条件

第1课时 充分条件与必要条件

学习目标定位

目标要求

1. 结合具体例子, 理解充分条件的意义.
2. 结合具体例子, 理解必要条件的意义.

特别关注

1. 判断充分条件、必要条件. (重点)
2. 判断“若 p 则 q ”是否成立时, 相关知识点的应用. (难点)

数学快捷键

数学家们的有趣碑文: 德国数学家鲁道夫, 把圆周率算到小数点后 35 位, 后人称之为鲁道夫数, 他死后别人便把这个数刻到他的墓碑上. 瑞士数学家雅谷·伯努利, 生前对螺线(被誉为生命之线)有研究, 他死之后, 墓碑上就刻着一条对数螺线, 同时碑文上还写着: “我虽然改变了, 但却和原来一样.”



基础自主学习

用扎实的基础 打开透射希望的天窗



基础存盘

勤于动笔 夯实新知

答案分晓 详见页脚

名师点拨

充分条件与必要条件

命题真假	“若 p 则 q ”是真命题	“若 p 则 q ”是假命题
推出关系	$p \underline{\hspace{1cm}} q$	$p \underline{\hspace{1cm}} q$
条件关系	p 是 q 的 <u> </u> 条件 q 是 p 的 <u> </u> 条件	p 不是 q 的 <u> </u> 条件 q 不是 p 的 <u> </u> 条件

想一想:若 p 是 q 的充分条件,则 p 是惟一的吗?

如何理解充分条件和必要条件?

充分条件是使某一结论成立应该具备的条件,当具备此条件就可得此结论.或要使此结论成立,只要具备此条件就足够了.

必要条件可从命题等价性理解: $p \Rightarrow q$ 等价于 $\neg q \Rightarrow \neg p$, q 是 p 的必要条件意味着若 q 不成立,则 p 不成立,即 q 是 p 成立的必不可少的条件.

拓展:从集合角度理解充分条件和必要条件:

设集合 $A = \{x | x \text{ 满足条件 } p\}$, 集合 $B = \{x | x \text{ 满足条件 } q\}$, 若 $A \subseteq B$ 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

充分条件可
不惟一呀!

典例精析导悟

解读典题 汇集真知 举一反三 刷新成绩

类型一

定义法判定充分条件、必要条件

【例1】下列结论正确的是_____.

- ①已知 α, β 是两个不同的平面, m 为 α 内一条直线. 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的充分条件
- ②“ $a^2 > b^2$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件
- ③直线 $l_1: ax + y = 3, l_2: x + by - c = 0$ 则“ $ab = 1$ ”是 $l_1 \parallel l_2$ 的必要条件
- ④条件 $p: b = 0$, 条件 q : 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 是偶函数, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分条件

【思路探索】

【自主解答】

互动探究

本例③中“ $ab = 1$ ”是否是 $l_1 \parallel l_2$ 的充分条件?

类型二

充分条件、必要条件的应用

【例2】(12分)(2010·湛江高二检测)是否存在实数 p , 使 $4x + p < 0$ 是 $x^2 - x - 2 > 0$ 的充分条件? 如果存在, 求出 p 的取值范围; 否则, 说明理由.

【规律方法】1. 利用定义判断充分条件和必要条件, 主要是验证逻辑关系“ $p \Rightarrow q$ ”是否成立, 若肯定, 则需严格推证, 若否定, 只需举出一个反例.

2. 审题时注意题目叙述: p 是 q 的充分条件, 应判断“ $p \Rightarrow q$ ”是否成立. p 是 q 的必要条件, 应判断“ $q \Rightarrow p$ ”是否成立.

3. 注意等价命题的应用.

【变式训练】判断下列各题中, A 是否为 B 的充分条件:

- (1) $A: p \geq 2$ 或 $p \leq -2, B: \text{方程 } x^2 + px + p + 3 = 0 \text{ 有实根.}$
- (2) $A: \text{圆 } x^2 + y^2 = r^2 \text{ 与直线 } ax + by + c = 0 \text{ 相切,}$
 $B: c^2 = (a^2 + b^2)r^2.$

【规律方法】1. 根据定义, 已知 p 是 q 的充分条件(或 q 是 p 的必要条件), 则 $p \Rightarrow q$ 成立.

2. 可从集合的角度判断:

- ①若集合 $A \subseteq B$, 则 A 是 B 的充分条件, B 是 A 的必要条件.
- ②若集合 $A \not\subseteq B$, 则 A 不是 B 的充分条件, B 也不是 A 的必要条件.

基础存盘

答案 $\Rightarrow \Rightarrow$ 充分 必要 充分 必要

【思路点拨】设 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x | 4x + p < 0\}$ →

化简 A, B → 得 A, B 的包含关系 →

求得 p 的范围

【规范解答】由 $x^2 - x - 2 > 0$, 解得 $x > 2$ 或 $x < -1$,

令 $A = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -1\}$, 2 分
由 $4x + p < 0$, 得

$B = \{x | x < -\frac{p}{4}\}$, 4 分

当 $B \subseteq A$ 时,

即 $-\frac{p}{4} \leq -1$, 即 $p \geq 4$, ... 8 分

此时 $x < -\frac{p}{4} \leq -1 \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0$, 10 分

∴ 当 $p \geq 4$ 时, $4x + p < 0$ 是 $x^2 - x - 2 > 0$ 的充分条件.

..... 12 分

误区分析: 解答中易出现由 $A \subseteq B$ 求解的错误, 导致该错误的原因是从集合角度理解充分条件、必要条件不准确.

【变式训练】已知 $M = \{x | (x-a)^2 < 1\}$, $N = \{x | x^2 - 5x - 24 < 0\}$, 若 N 是 M 的必要条件, 求 a 的取值范围.

课堂基础达标

现场跟踪达标演练 最短时间赢在起点

1. 对任意实数 a, b, c , 下列命题中, 真命题是 ()

(A) “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件

(B) “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件

(C) “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的充分条件

(D) “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的充分条件

2. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要条件, 则 q 是 p 的 ()

(A) 充分条件

(B) 必要条件

(C) 非充分条件

(D) 非必要条件

3. “函数 $y = \cos^2 ax - \sin^2 ax$ 的最小正周期为 π ”的一个充分条件可以是_____.

4. 用“充分条件”和“必要条件”填空.

(1) “ $xy = 1$ ”是“ $\lg x + \lg y = 0$ ”的_____.

(2) “ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ”是“ $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ”的_____.

5. 已知 a, b 为不等于 0 的实数, 判断“ $\frac{a}{b} > 1$ ”是“ $a > b$ ”的什么条件? 并证明你的结论.

世纪金榜

知能提升作业(四) (活页试卷 P94)

知能加油站 查缺补漏提升区

第2课时 充要条件的应用

学习目标定位

目标要求

1. 理解充要条件的意义.
2. 会判断证明充要条件.

特别关注

1. 判断命题的充要条件(重点).
2. 证明充要条件和求充要条件(难点).

数学快捷键

名家名言: 一个人如果做了出色的数学工作, 并想引起数学界的注意, 这实在是再容易不过的事情, 不论这个人是如何位卑而默默无闻, 他只需做一件事, 把他对结果的论述寄给处于领导地位的权威就行了.

——莫德尔

基础自主学习

用扎实的基础 打开透射希望的天窗

基础存盘

勤于动笔务实知
答案分晓详见页脚

充要条件的概念

一般地,如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 就记作 $p \Leftrightarrow q$, 此时, 我们说, p 是 q 的充分必要条件, 简称_____. 显然, 如果 p 是 q 的充要条件, 那么 q 也是 p 的_____, 即如果 $p \Leftrightarrow q$, 那么 p 与 q 互为充要条件.

想一想: p 是 q 的充要条件, q 是 s 的充要条件, p 是 s 的充要条件吗?

如何理解充要条件?

- (1) p 是 q 的充要条件意味着“ p 成立, 则 q 必成立, p 不成立, 则 q 必不成立.”
- (2) 符号“ $\Leftrightarrow$ ”的含义有多种, 如“等价于”“当且仅当”“必须且只需”“反之亦真”等, 可根据具体问题分析其具体含义.

拓展: 命题成立的四种条件

- ① 若 $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分不必要条件.
- ② 若 $p \not\Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的必要不充分条件.
- ③ 若 $p \not\Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的既不充分, 也不必要条件.
- ④ 若 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充要条件.

典例精析导悟

解读典例汇集真知 举一反三刷新成绩

类型一 充分条件、必要条件、充要条件的判断

【例1】指出下列各题中, p 是 q 的什么条件(在“充分不必要条件”, “必要不充分条件”, “充要条件”, “既不充分也不必要条件”中选出一种作答).

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $p: \angle A > \angle B, q: BC > AC$.
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, $p: \sin A > \sin B, q: \tan A > \tan B$.
- (3) 已知 $x, y \in \mathbf{R}, p: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0, q: (x-1) \cdot (y-2) = 0$.

【思路探索】

【自主解答】

【规律方法】判断充分条件、必要条件、充要条件问题时常用以下方法:

- (1) 定义法: 直接判断 $p \Rightarrow q$ 和 $q \Rightarrow p$ 是否成立, 然后得出结论.
- (2) 等价法: 利用命题的等价形式:
 $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \Rightarrow \neg p, q \Rightarrow p \Leftrightarrow \neg p \Rightarrow \neg q, p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow \neg p \Leftrightarrow \neg q$ 的等价关系. 对于条件和结论是否定形式的命题, 一般运用等价法.
- (3) 集合法: 设条件 p 对应集合 A , 条件 q 对应集合 B .
则若 $A \subsetneq B$ 则 p 是 q 的充分不必要条件.
若 $A \subseteq B$ 则 p 是 q 的充分条件.
若 $A = B$ 则 p 是 q 的充要条件.
- (4) 传递法: 由推式的传递性: $p_1 \Rightarrow p_2 \Rightarrow p_3 \Rightarrow \cdots \Rightarrow p_n$, 则 $p_1 \Rightarrow p_n$.

【变式训练】(2010·广东高考)“ $m < \frac{1}{4}$ ”是一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ 有实数解的 ()

- (A) 充分非必要条件 (B) 充分必要条件
(C) 必要非充分条件 (D) 非充分必要条件

【规律方法】1. 证明充要条件, 一般是从充分性和必要性两个方面进行. 此时要特别注意充分性和必要性所推证的内容是什么.

2. 在具体解题时需注意若推出 ($\Rightarrow$) 关系成立, 需严格证明. 若推出 ($\Rightarrow$) 关系不成立, 可举反例说明.

【变式训练】已知 $ab \neq 0$, 求证: $a+b=1$ 是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$ 的充要条件.

类型二 充要条件的证明

【例2】(12分) 求证: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正根和一负根的充要条件是 $ac < 0$.

【思路点拨】解答本题可先确定 p 和 q , 然后再分充分性和必要性进行证明.

【规范解答】充分性: (由 $ac < 0$

推证方程有一正根和一负根)

$\because ac < 0,$

$\therefore$ 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的判别式

$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \cdots \cdots 3$ 分

$\therefore$ 方程一定有两不等实根,

误区分析: 解答过程中易出现充分性与必要性所证内容混淆的错误, 导致错误的原因是“ p 是 q 的充要条件”和“ p 的充要条件是 q ”辨析不清.

设为 x_1, x_2 , 则 $x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0$, 5 分

∴ 方程的两根异号.

即方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正根和一负根. 6 分

必要性:(由方程有一正根和一负根推证 $ac < 0$)

∴ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正根和一负根, 设为 x_1, x_2 ,

则由根与系数的关系得 $x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0$, 9 分

即 $ac < 0$, 10 分

综上所述可知:一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正根和一负根

的充要条件是 $ac < 0$ 12 分

类型三

充要条件的求法

【例3】已知二次函数 $y = -x^2 + mx - 1$ 和点 $A(3, 0), B(0, 3)$, 求二次函数的图象与线段 AB 有两个不同交点的充要条件.

【思路探索】

【自主解答】

类型四

充要条件的应用

【例4】(2010·宁德模拟)已知 $p: -2 \leq 1 - \frac{x-1}{3} \leq 2, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

【思路探索】

【自主解答】

互动探究

本例中, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则 m 的取值范围是什么?

【规律方法】求充要条件的方法:

方法一: 先由结论寻找使之成立的必要条件, 再验证它也是使结论成立的充分条件, 即保证充分性和必要性都成立.

方法二: 变换结论为等价命题, 使每一步都可逆, 直接得到使命题成立的充要条件.

【变式训练】已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求使方程有两个大于 1 的根的充要条件.

【规律方法】从集合角度理解充要条件的关系是解答本题的关键.

注意等价性的应用, “ $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件”等价于“ q 是 p 的必要不充分条件”可省略求 $\neg p, \neg q$ 的过程.

【变式训练】(2010·厦门高二检测)已知 $p: x < -2$ 或 $x > 10$, $q: 1 - m \leq x \leq 1 + m^2$; 若 $\neg p$ 是 q 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

课堂基础达标

现场跟踪达标演练 最短时间赢在起点

- 条件甲“ $a > 1$ ”是条件乙“ $a > \sqrt{a}$ ”的 ()
(A)充分不必要条件 (B)必要不充分条件
(C)充要条件 (D)既不充分也不必要条件
- “ $m = 1$ ”是函数 $y = x^{m^2 - 4m + 5}$ 为二次函数的 ()
(A)充分不必要条件 (B)必要不充分条件
(C)充要条件 (D)既不充分也不必要条件
- “ $a = 2$ ”是“直线 $ax + 2y = 0$ 平行于直线 $x + y = 1$ ”的 ()
(A)充分不必要条件 (B)必要不充分条件
(C)充要条件 (D)既不充分也不必要条件

- 已知 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}, N = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的 _____ 条件.
- 条件 $p: 1 - x < 0$, 条件 $q: x > a$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 求 a 的取值范围.

知能提升作业(五) (活页试卷 P95)

知能加油站 查缺补漏提升区

励志金语: (1) 觉是一个瞬间, 悟是一个过程.

(2) 交到一个好朋友就是开创了一段美好生活. 我们的朋友正像一面镜子, 从他们身上能看到自己的差距.

1.3 简单的逻辑联结词

学习目标定位

目标要求

1. 通过数学实例,了解逻辑联结词“且”“或”“非”的含义.
2. 会判断“ $p \wedge q$ ”,“ $p \vee q$ ”,“ $\neg p$ ”命题的真假.

特别关注

1. 判断“ $p \wedge q$ ”,“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”的真假(重点).
2. 逻辑联结词“或”的含义(难点).
3. 常与集合、不等式等结合考查.

基础自主学习

用扎实的基础 打开透射希望的天窗

基础存盘

勤于动笔务实求知
答案分晓详见页脚

名师点拨

1. 用逻辑联结词构成新命题

- (1) 用联结词“且”把命题 p 和命题 q 联结起来,就得到一个命题,记作 $p \wedge q$,读作 p 且 q .
- (2) 用联结词“或”把命题 p 和命题 q 联结起来,就得到一个命题,记作 $p \vee q$,读作 p 或 q .
- (3) 对一个命题 p 全盘否定,就得到一个命题,记作 $\neg p$,读作 p 的非或 p 的否定.

想一想:命题“ $\neg p$ ”与命题“ p 的否命题”有何不同?

2. 含有逻辑联结词的命题的真假判断

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	真	假	假
假	真	真	假	真
假	假	假	假	真

1. 如何理解“且”“或”“非”的含义?

联结词“且”与日常用语中的“且”含义一致,表示“并且”“同时”的意思,联结词“或”与日常用语中的“或”不完全一致,后者往往表示二者取其一.而“ p 或 q ”包含三层意思:要么只是 p ,要么只是 q ,要么是 p 且 q ,即两者中至少要有有一个,联结词“非”与日常用语中的“非”含义一致,表示“否定”“不是”“问题的反面”等.

拓展:对联结词“且”“或”“非”含义的理解也可类比集合中“交”“并”“补”的含义理解:设 $A = \{x | x \text{ 满足命题 } p\}$, $B = \{x | x \text{ 满足命题 } q\}$, U 为全集,则 $p \wedge q$ 对应于 $A \cap B$, $p \vee q$ 对应于 $A \cup B$, $\neg p$ 对应于 $\complement_U A$.

2. 如何判断含有逻辑联结词的命题的真假?

对于含有逻辑联结词的命题的真假判断可以根据左栏表判断,也可利用口诀来帮助记忆:

$p \wedge q$ 形式:全真才真,一假即假,

$p \vee q$ 形式:一真全真,全假才假,

$\neg p$ 形式:与原命题真假性相反.

典例精析导悟

解读典题汇集真知 举一反三刷新成绩

类型一

用逻辑联结词联结新命题

【例1】(2010·太原模拟)分别写出由下列命题构成的“ $p \vee q$ ”“ $p \wedge q$ ”“ $\neg p$ ”形式的命题.

- (1) p : 梯形有一组对边平行, q : 梯形有一组对边相等.
- (2) p : -1 是方程 $x^2 + 4x + 3 = 0$ 的解, q : -3 是方程 $x^2 + 4x + 3 = 0$ 的解.

【规律方法】解决这类问题的关键是正确理解“且”“或”“非”的含义.

用“且”“或”“非”联结 p, q 构成新命题时,在不引起歧义的前提下,可把命题 p, q 中的条件或结论合并.

【变式训练】指出下列命题的构成形式及构成它的命题.

- (1) 相似三角形的周长相等或对应角相等.
- (2) 9 的算术平方根不是一.

基础存盘答案

1. (1) $p \wedge q$ “ p 且 q ” (2) $p \vee q$ “ p 或 q ” (3) $\neg p$ “非 p ” “ p 的否定”

2. 真 真 假 真 假 假 真 假 真 假 假 真

【思路探索】

【自主解答】

类型二 含逻辑联结词的命题的真假判断

【例2】(2010·湛江高二检测)已知 $p: \emptyset \subseteq \{0\}$, $q: \{2\} \in \{1, 2, 3\}$. 由它们构成的新命题“ $\neg p$ ”, “ $\neg q$ ”, “ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”中, 真命题有

- (A) 1 个 (B) 2 个
(C) 3 个 (D) 4 个

【思路探索】

【自主解答】

互动探究

若本例中命题 q 为 $2 \in \{1, 2, 3\}$, 则四个新命题中真命题的个数为_____.

类型三 逻辑联结词的应用

【例3】(12分)(2010·松原模拟)设有两个命题. 命题 p : 不等式 $x^2 - (a+1)x + 1 \leq 0$ 的解集是 $\emptyset$; 命题 q : 函数 $f(x) = (a+1)^x$ 在定义域内是增函数. 如果 $p \wedge q$ 为假命题, $p \vee q$ 为真命题, 求 a 的取值范围.

【思路点拨】解答本题可先求出 p, q 为真命题时 a 的取值范围, 再根据已知确定出 p, q 一真一假, 进而求出 a 的取值范围.

【规范解答】对于 p : 因为不等式 $x^2 - (a+1)x + 1 \leq 0$ 的解集是 $\emptyset$,

所以 $\Delta = [-(a+1)]^2 - 4 < 0$.

解这个不等式得:

$-3 < a < 1$ 2分

对于 q : $f(x) = (a+1)^x$ 在定义域内是增函数,

则有 $a+1 > 1$, 所以 $a > 0$ 4分

又 $p \wedge q$ 为假命题, $p \vee q$ 为真命题,

所以 p, q 必是一真一假. 7分

当 p 真 q 假时有 $-3 < a \leq 0$, 当 p 假 q 真时有 $a \geq 1$ 10分

综上所述, a 的取值范围是 $(-3, 0] \cup [1, +\infty)$.

..... 12分

误区分析: 在解答中最后结论易错写成“当 p 真 q 假时, $-3 < a \leq 0$, 当 p 假 q 真时, $a \geq 1$ ”, 而不合并, 导致这个错误的原因是对题意理解不准确.

(3) 垂直于弦的直径平分弦, 并且平分弦所对的两条弧.

【规律方法】判断含逻辑联结词的命题的真假步骤:

(1) 逐一判断命题 p, q 的真假.

(2) 根据“且”“或”“非”的含义判断“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”的真假.

$p \wedge q$ 为真 $\Leftrightarrow p$ 和 q 同时为真,

$p \vee q$ 为真 $\Leftrightarrow p$ 和 q 中至少一个为真,

$\neg p$ 为真 $\Leftrightarrow p$ 为假.

【变式训练】(2010·宁德模拟)若命题“ $\neg p$ ”与命题“ $p \vee q$ ”都是真命题, 那么命题 q 一定是_____命题.

【规律方法】1. 正确理解“且”“或”“非”的含义是解此类题的关键. 由 $p \wedge q$ 为假知 p, q 中至少一假, 由 $p \vee q$ 为真知 p, q 至少一真.

2. 充分利用集合的“交, 并, 补”与“且, 或, 非”的对应关系理解题意, 特别注意“ p 假”时, 不从 $\neg p$ 为真求 a 的范围, 而利用补集思想, 求“ p 真”时 a 的集合的补集.

【变式训练】设 p : 关于 x 的不等式 $ax^2 > 1$ 的解集是 $(0, +\infty)$, q : 函数 $y = \lg(ax^2 - x + a)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$. 如果“ p 或 q ”是真命题, “ p 且 q ”是假命题, 求实数 a 的取值范围.



课堂基础达标

现场跟踪达标演练 最短时间赢在起点



- 命题:“菱形的对角线互相垂直平分”,使用的逻辑联结词的情况是 ()
(A)没有使用逻辑联结词 (B)使用了逻辑联结词“且”
(C)使用了逻辑联结词“或” (D)使用了逻辑联结词“非”
- 若命题 $p: x \in A \cap B$, 则 $\neg p$ 为 ()
(A) $x \in A$ 且 $x \notin B$ (B) $x \notin A$ 或 $x \notin B$
(C) $x \notin A$ 且 $x \notin B$ (D) $x \in A \cup B$
- 已知命题 $p: 2$ 是偶数, 命题 $q: 2$ 是 3 的约数, 则下列命题中为真的是 ()
(A) $p \wedge q$ (B) $p \vee q$ (C) $\neg p$ (D) $\neg p \wedge \neg q$
- 已知命题 $p: 6$ 是 12 的约数, $q: 6$ 是 24 的约数, 则 $p \wedge q$ 是 _____, $p \vee q$ 是 _____, $\neg p$ 是 _____.
- 已知 $p: x^2 - x \geq 6, q: x \in \mathbb{Z}$, 若 $p \wedge q$ 和 $\neg q$ 都是假命题, 求 x 的值.

知能提升作业(六) (活页试卷 P96)

知能加油站 查缺补漏提升区

1.4 全称量词与存在量词

1.4.1 全称量词

1.4.2 存在量词

学习目标定位

目标要求	特别关注
- 通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义. - 会判定全称命题和特称命题的真假.	- 全称量词和存在量词的含义(难点). - 全称命题和特称命题真假的判定(重点).



基础自主学习

用扎实的基础 打开透射希望的天窗



基础存盘

勤于动笔旁有新知
答案分晓详见页脚

名师点拨

1. 全称量词与全称命题

(1) 全称量词

短语:“对所有的”“对任意一个”在逻辑中通常叫做 _____, 并用符号“_____”表示.

(2) 全称命题:含有 _____ 的命题叫做全称命题. 全称命题“对 M 中任意一个 x , 有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为 _____, 读作“对任意 x 属于 M , 有 $p(x)$ 成立”.

2. 存在量词与特称命题

(1) 存在量词

短语:“存在一个”“至少有一个”在逻辑中叫做 _____, 并用符号“_____”表示.

(2) 特称命题

含有 _____ 的命题, 叫做特称命题. 特称命题“存在 M 中的一个 x_0 , 使 $p(x_0)$ 成立”可用符号简记为 _____, 读作“_____一个 x_0 属于 M , 使 $p(x_0)$ 成立”.

想一想: 同一个全称命题或特称命题的表述是否惟一?

1. 如何理解全称命题和特称命题?

全称命题是陈述某集合中的所有元素都具有(不具有)某种性质的命题, 无一例外, 强调“整体、全部”.

特称命题是陈述某集合中有(存在)一个元素具有(不具有)某种性质的命题, 强调“个别、部分”的特殊性.

提醒: 全称命题与特称命题中可能存在多个量词, 多个变量.

如: $\forall x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, (x+y)(x-y) > 0$,

$\exists \alpha_0, \beta_0 \in \mathbb{R}$, 使 $\sin(\alpha_0 + \beta_0) = \sin \alpha_0 + \sin \beta_0$.

2. 如何判定全称命题和特称命题的真假?

对全称命题, 若要判定为真命题, 需对每一个 x 都验证使 $p(x)$ 成立; 若要判定为假命题, 只需举一个反例.

对特称命题, 若要判定为真命题, 只需找一个元素 x_0 使 $p(x_0)$ 成立; 若要判定为假命题, 需证明对每一个 x , $p(x)$ 不成立.