

“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇



# 希望杯

全国数学邀请赛试题·培训题·详解

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

初二



NLIC 2970718788

书中的一个问题就是一级级台阶  
只要自信、努力、勤奋、坚持……一步步攀登  
就会走出一条自己的成功之路



气象出版社  
China Meteorological Press

“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇

# 第 16—20 届“希望杯”全国数学邀请赛 试题·培训题·详解 (初二)

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编



NLIC 2970718788



气象出版社  
China Meteorological Press

图书在版编目(CIP)数据

第16—20届“希望杯”全国数学邀请赛试题·培训题·  
详解. 初二/“希望杯”全国数学邀请赛组委会编. —北京:  
气象出版社, 2009. 10

(“希望杯”数学竞赛系列丛书/周国镇主编)

ISBN 978-7-5029-4843-6

I. 第… II. 希… III. 数学课—高中—解题 IV.  
G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第181607号

Di 16—20 Jie “Xiwangbei” Quanguo Shuxue Yaoqingsai Shiti, Peixunti, Xiangjie(Chuer)  
第16—20届“希望杯”全国数学邀请赛试题·培训题·详解(初二)  
“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

出版发行: 气象出版社

地 址: 北京市海淀区中关村南大街46号

总 编 室: 010-68407112

网 址: <http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑: 周 露

封面设计: 阳光图文

责任校对: 石 仁

印 刷: 北京京科印刷有限公司

开 本: 850 mm×1168 mm 1/32

字 数: 300千字

版 次: 2009年10月第1版

印 数: 1—30000

邮政编码: 100081

发 行 部: 010-68409198

E-mail: [qxchs@263.net](mailto:qxchs@263.net)

终 审: 林雨晨

责任技编: 吴庭芳

印 张: 12.5

印 次: 2009年10月第1次印刷

定 价: 19.00元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等,请与本社发行部联系调换

# “希望杯”全国数学邀请赛

## 组织委员会

### 顾问

**龚昇** 著名数学家  
华罗庚数学奖获得者  
中国科学技术大学原副校长

**梅向明** 著名数学家  
原北京师范学院院长

**徐利治** 著名数学家  
大连理工大学数学研究所原所长

### 常务委员

**陈德泉** 应用数学家  
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长，副理事长

华罗庚实验室主任  
曾任第一、二届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任

**计雷** 应用数学家  
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长，现任副理事长

华罗庚实验室副主任  
曾任三届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任

**徐伟宣** 应用数学家  
中国科学院科技政策与管理科学研究所原所长  
中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长  
华罗庚实验室副主任  
曾任六届“希望杯”组委会主任,其他各届副主任

**周国镇** 数学教育专家  
《数理天地》杂志社社长、总编  
历届“希望杯”组委会秘书长、命题委员会主任

**刘学红** 《中国青年报》名记者、中青在线网总裁

**周春荔** 数学教育专家  
首都师范大学数学系教授

**吕伟泉** 广东省教研室副主任

**黄建弘** 数学教育专家  
上海师资培训中心实验基地主任

**欧益生** 浙江嘉兴市教研室主任

**龙开奋** 数学教育专家  
广西师范大学数学系副教授

**汪甄南** 数学教育专家  
澳门数学教育研究学会会长

## 委 员

北 京 牛玉石

天 津 王成维 闫毅

上 海 田培庆 王镇 杨家政 吴洪 周祖康 张波

|       |      |     |     |     |     |     |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
|       | 李国威  | 毛育才 | 王凤春 | 王明珠 | 赵伟然 | 黎东  |
| 重 庆   | 吴挽荣  | 彭安平 | 肖天祥 |     |     |     |
| 河 北   | 石瑞贞  | 刘建中 | 胡天顺 | 张丽晨 | 孙永春 | 韦真波 |
|       | 李社林  | 张焱  | 孙丽静 | 耿昌敏 | 王战波 |     |
| 山 西   | 王光   | 白枫  | 刘彬文 | 王芝梅 | 刘秀荷 |     |
| 内 蒙 古 | 张志仁  | 王荣  | 包虎  | 刘彦彰 | 莫日根 | 赛兴嘎 |
|       | 宝音达赖 | 特木尔 | 陈常荣 | 宝音  | 宋锁良 |     |
|       | 高秀恩  | 王智  | 步海英 | 杜玉新 | 张根宝 |     |
| 辽 宁   | 岳慧思  | 孙家逊 | 魏丽敏 | 陈玉华 | 马云昌 | 刘蓉  |
| 吉 林   | 张胜利  | 祝承亮 | 王铁红 | 刘颖  |     |     |
| 黑 龙 江 | 李修福  | 于辉  | 孔晓菲 | 金绍先 | 冯少军 | 金贵泉 |
|       | 张瑜   | 熊晓青 | 王照双 | 邹辉  | 刁全中 | 孙继侠 |
| 江 苏   | 崔恒兵  | 戴风明 | 曹大方 | 刘健  | 徐伟  | 曹慧  |
|       | 陆韧   |     |     |     |     |     |
| 浙 江   | 吴明华  | 李世杰 | 应建军 | 徐莹  | 倪国权 | 范稼良 |
| 福 建   | 傅晋玖  | 苏德杰 | 温晓丹 | 苏杰民 | 陈少平 | 叶熟金 |
|       | 林茂生  | 陈元本 | 何锦鸿 |     |     |     |
| 江 西   | 熊以情  | 李锦成 | 杜小许 | 胡联芳 | 曾永洪 | 林健航 |
|       | 杨新民  | 董乐华 | 魏虎甲 |     |     |     |
| 山 东   | 王静玲  | 赵路  |     |     |     |     |
| 河 南   | 马国军  | 陈宝亭 |     |     |     |     |
| 湖 北   | 汪江松  | 刘统菊 | 杨德焱 | 刘芸  |     |     |
| 湖 南   | 谢细华  | 肖贞武 | 肖国瑞 | 张新春 | 康锡成 | 廖如光 |
|       | 曾晓牛  | 邓建良 | 肖乐农 |     |     |     |

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 广 东 | 卢建川 | 郑喜中 | 郑俊盛 | 陈文生 | 邓志云 | 殷切文 |
|     | 劳兆喜 | 黄文毓 | 林国忠 | 徐山洪 | 周 曙 | 钟族威 |
|     | 张文俊 | 梁小贱 | 傅冠流 | 王朝安 | 王 琪 | 赵 岚 |
|     | 陈和添 | 李 锡 | 陈玉叶 |     |     |     |

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 广 西 | 龙开奋 | 邓印章 |     |     |     | 西 山 |
| 海 南 | 张光浓 | 钟立清 | 王树国 |     |     | 古 寨 |
| 四 川 | 赵颖钧 | 余加秋 | 刘海泉 | 晋赵勇 | 屈江川 | 周春茂 |
| 贵 州 | 胡朝双 | 王荣方 | 张漆初 | 王兴华 | 唐文健 |     |
| 云 南 | 张文英 | 汪 锐 | 欧 群 | 段严发 | 辉朝林 | 罗 红 |
|     | 王作昀 | 何智仁 | 邹光兴 |     |     |     |

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 陕 西 | 蔡登科 |     |     |     |     |     |
| 甘 肃 | 徐 琳 |     |     |     |     |     |
| 宁 夏 | 杨 燕 | 孙 涛 | 李 红 | 何建中 |     |     |
| 青 海 | 闫翊德 |     |     |     |     |     |
| 新 疆 | 杨卫平 | 黄志清 | 摆生兰 | 王 霞 | 王 剑 | 张连勇 |

|     |        |     |  |  |  |  |
|-----|--------|-----|--|--|--|--|
|     | 阿不都热西提 |     |  |  |  |  |
| 澳 门 | 伍助志    | 郑志民 |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |     |
|--|--|--|--|--|--|-----|
|  |  |  |  |  |  | 西 工 |
|  |  |  |  |  |  |     |
|  |  |  |  |  |  | 宋 山 |
|  |  |  |  |  |  | 南 所 |
|  |  |  |  |  |  | 北 所 |
|  |  |  |  |  |  | 南 所 |

# “希望杯”全国数学邀请赛 命题委员会

## 主任

周国镇 《数理天地》杂志社社长兼总编

## 副主任

周春荔 首都师范大学数学系教授  
那吉生 中国科学院数学与系统科学研究院研究员  
余其煌 中国科学院数学与系统科学研究院研究员  
王 鸣 北京大学数学科学学院教授

## 初中二年级命题组

组长 吴其明 中国人民大学附属中学高级教师  
成员 余其煌 中国科学院数学与系统科学研究院研究员  
王 鸣 北京大学数学科学学院教授  
郑静宜 中国人民大学附属中学高级教师  
程新林 南京市第十七中学高级教师  
骆 华 《数理天地》杂志社编辑部副主任



希望杯数学邀请赛有  
利于学生有利于教师  
将促进中国数学教育  
的发展

王寿仁  
一九九〇年  
五月

王寿仁：中国著名老数学家、中国数学奥委会首任主席

寄希望于教育，  
寄希望于青少年。

祝首届“希望杯”数学邀请赛  
胜利举行

杨乐  
1990年5月

杨乐：中国科学院院士、中国科学院数学与  
系统科学研究院首任院长、国际著名数学家

张士升首合侯英平侯国中，张岩建各卷国中，二卷王

肩负着祖國的希望，  
迎接廿一世紀的到來！

張昇

95年7月

張昇：中國科學技術大學原副校長、著名數學家、  
華羅庚數學獎獲得者

青出于蓝而

胜于蓝，希望

寄托在年轻

一代身上。

梅向明

90.11.30.

梅向明：北京师范学院原院长、民进中央原副主席、著名数学家

## 前 言

“希望杯”全国数学邀请赛自 1990 年开始举办，至今已经 20 届了。第 1 届有 11 万名中学生参加，至第 9 届，每年的参赛人数都超过了 100 万。20 届以来，参赛中学生累计超过 1600 万人。国内中学生学科竞赛活动，有如此大的规模，有如此众多的学生参加，除“希望杯”之外还没有第二个，这充分说明了“希望杯”在中学生中受欢迎的程度。中学生为什么喜欢参加“希望杯”呢？很重要的一个原因是题目出得好、出得漂亮，有较大的思维空间。“希望杯”命题委员会拥有国内一流的数学竞赛方面的专家，他们精心编拟了历届的试题。此外，全国千余位出色的数学教师、数学教研人员和大中学生也为我们提供了不少自编的题目。同学们正是通过做这些题，学习它们、研究它们，从而更扎实地掌握了知识，开阔了眼界，增长了智慧，对学习更有信心，使成绩更加出色。“希望杯”如同一把金钥匙，它既开启了每个参赛中学生的智慧之门，更开启了他们的信心之门。这正是“希望杯”的魅力所在。

在中学任教的数学老师们，同他们的学生一样也很喜欢“希望杯”——因为，从这个“杯”中不断涌现出来的一个一个的问题，为改进自己的教学、带出高水平的学生提供了难得的素材和有益的启示。

为了让更多的中学生和他们的老师（尤其是没有参加过“希望杯”赛的）也能共享我们多年来的智慧结晶，我们将第 16 届至第 20 届的试题按初一、初二、高一、高二这四个年级分四册出版，以

方便四个年级的学生和老师使用。书中不当之处，请读者批评指正。

“希望杯”全国数学邀请赛命题委员会主任 **周国镇**

2009年9月10日

# “希望杯”激励我走向灿烂的明天

——一个矿工的儿子对“希望杯”的感动

马维民

(北京航空航天大学赴德国博士研究生)

离12月2日去德国留学只有短短的5天了。在一切准备妥当,只等飞离北京的那一刻,心情也由当初的激动、兴奋而渐趋平静,任由思绪穿梭于对未来的憧憬和对过去的回忆……成长中不间断的挫折,伴随着点滴的荣耀,在我脑海中一幕一幕地闪过,让我不禁想起了曾在我人生道路上数次给我希望、催我上进的一盏明灯——“希望杯”。

我是在读初二第二学期的时候偶然接触“希望杯”全国数学邀请赛的。一天自习课上,教几何的王禄合老师手里拿着一张《中国青年报》,兴冲冲地走进教室。从他激动而又寄予深切希望的热情话语中,我第一次知道了“希望杯”,并被她那“面向广大同学,激发他们的学习兴趣,树立他们奋斗进取的信心”的宗旨所感染。就这样,我参加了中学生涯里的第一次竞赛——第2届“希望杯”全国数学邀请赛。这是在1991年春天。

第1试中,我做出了不少题,分数超过了及格线,到第二试感到力不从心了,只做了不到一半的题,因此,从赛场出来后,我没有再去想“希望杯”的事,更没有企盼着自己能够获奖,我又像往常一样平静地生活、学习……我从小生活在远离城市的一个普普通通的矿工家庭,父亲由于工伤不得不离开工作岗位,提前退休在家。一直以来,矿上的子弟都是初中毕业后,进入矿务局技校,然后就回煤矿下井当工人。因此家里对我也没有寄予太高的期望,能考

个中专，回来以后不再下井就行了。而我当时最大的梦想，就是走出煤矿，投入日新月异的大都市，融入一个更广阔的世界。没想到“希望杯”正帮助我悄然改变着我的思想和生活，给了我一双腾飞的翅膀。

初二学年结束后，在暑假补英语课的一个下午，王禄合老师兴奋地走进教室，激动地对我们说：“现在向你们宣布一个好消息，我们班的马维民同学获得了‘希望杯’全国数学邀请赛的三等奖——铜牌！我们矿上出了一个探花！”全班沸腾了，而我静静地坐在那里不知所措，这对我来说是太大的惊喜了，我一时承受不了……

就是这块小小的铜牌成了我人生的一个转折点。它使我尝到了学习的乐趣；给了我遨游知识海洋的信心和勇气；点燃了我少年时的豪情和梦想！它仿佛为我打开了一扇门，一扇通往更高目标和迈向成功的大门。从此，我就像换了个人，废寝忘食地拼命学习，真是非常刻苦，因为有了信心，我看到了自己的潜能。从此我顺势而上，不久又获得了“河北省煤炭厅数学英语竞赛”二等奖；中考时以邢台市并列第十三名的成绩考入省重点中学——邢台市一中；在高中阶段我的成绩始终在年级前十名之内，并先后获得“全国化学奥林匹克竞赛河北赛区”二等奖、“全国英语奥林匹克竞赛河北赛区”三等奖；高中毕业时，因为品学兼优，我被保送到北京航空航天大学，大学二年级时入了党，曾担任系学生会主席，多次获得各种奖学金；1999年又被保送直读硕士研究生。

这时的我，在我们矿务局已经是“大名鼎鼎”了。面对自己骄人的成绩，再加上周围不断地称赞，我有些飘飘然……就在这时，1999年7月，“希望杯”全国数学邀请赛组委会邀请我到浙江绍兴参加第10届“希望杯”颁奖仪式，并请我作为往届获奖者代表之一发言。绍兴市的领导和一些著名数学家出席并颁奖。在这次会议上我终于见到了仰慕已久的《数理天地》杂志社社长、“希望杯”组委会秘书长周国镇老师，他以其博学谦虚而又平易近人的独特人



格魅力感染着我。在跟周老师的交谈中,我才得知我在初二的时候得到的那块铜牌,并不是因为我在全国的考生中有足够的实力,只是因为在我们地区相对比较优秀。这次会上我还见到了全国各地获得金牌、银牌的同学,和他们交谈时,他们那优秀的综合能力和朝气蓬勃的精神让我在为长江后浪推前浪喝彩时,也感受到无形的压力,更为自己的骄傲无地自容。我暗下决心,一定要戒骄戒躁,更上一层楼——“希望杯”又一次修正了我的人生观,鞭策着我不断前进。

在研究生阶段,我认真刻苦地学习基础知识,踏踏实实地做相关的课题。科研能力得到了导师邹极(早年留学德国获博士学位)的赞许。就在我攻读博士一年后,由他推荐并经国防科工委批准派我到德国不伦瑞克工业大学(不伦瑞克是近代数学奠基者之一高斯的出生地)公费留学两年,我将在德国研究我国亟需的微型机器人。五天后就要飞往欧洲,飞往马克思、恩格斯的故乡,迎接新一轮的挑战了……

在临别这片我眷恋热爱的祖国大地之际,我想对洋溢着关怀和爱意的“希望杯”表达我最深的敬意。感谢她给平凡的我带来了希望,给迷茫的我指明了方向。衷心祝愿“希望杯”越办越好,给更多的青少年带来希望!

2003年11月26日

[注] 作者于2005年末从德国获博士学位回国,现在西门子中国研究院任研究员。