低频电路测量、设计与实验讲义

张 述 杰

沈 阳 航 空 工 业 学 院

一 九 八 七 年 二 月

目　录

电子测量方法

模拟电路实验

电　子　测　量　方　法

第一节、几个基本概念

一、测量的定义

测量实质上就是比较，将测量的量与单位量进行比较的过程称之为测量。测量的结果用被测量相对于单位量的比值数表示。例如、用一个量程为1A的电流表测量导线中的电流。如果指针到0.5刻度上测量结果就表示导线中的电流是单位量1A的0.5倍，即导线中的电流为0.5A，

为了知道某一量的大小，人们必须对此量至少进行一次测量（称为必须测量）。一般要求不高的场合，常常只进行一次测量。一次测量不能反映测量结果的精确度，它只能给测量者一个量的大致概念和规律，如果对同一量进行多次测量，就可以观察到测量结果的一致性好坏，它可以反映出测量结果的精确度。一般要求高的精密测量都是进行多次测量，如仪表的校准等。

测量都是在一定条件下进行的。这些条件包括测量工作者，细心程度，所用仪器，测量方法，周围环境条件等，保持测量条件不变，对同一被测量进行多次测量时，其中每一次都是具有同样的可靠性，也就是说每一次测量结果的精度都是相等的，称之为等精度测量。如果在每次测量时测量条件都不相同，那么显然其测量结果的可靠程度是不一样的，这样进行的一系列测量称为非等精度测量。比如，使用不同的测量仪器；不同的人进行测量等，这样测量的结果都是非等精度的。但是，在大多数的科学实验中所进行的多次测量都可以被认为

是等精度的。

二、真值与最佳值

一个量的实际数值即为真值。

要想知道被测定量的数值就需要进行测量，但是，由于测量结果不免会有误差存在。故被测量的真值是无法测得的。但在科学实验中真值是这样定义的：在没有系统误差的情况下，对未知量 x 进行 n 次测量的算术平均值当 n 趋于无穷时的极限。即

$$x=\lim_{n\to\infty}\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

无限次测量是作不到的。而有限次测量的算术平均值只能近似真值。我们称之为最佳值。即

$$x_a=\frac{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n}{n}$$

多次测量的算术平均值 x_a。它代表了一组测定值的中心倾向，它最接近真值。

例：用欧姆表对某一电阻器进行 10 次等精度测量，其结果如下：

167.95Ω　167.45Ω　167.60Ω　167.60Ω　167.87Ω
167.87Ω　168.00Ω　167.85Ω　167.82Ω　167.60Ω

问这十个值到底那一个最接近真值？

解：这就是求 10 次测定值的算术平均值 R_a

$$R_a=\frac{R_1+R_2+\cdots+R_{10}}{10}=\frac{1677.62}{10}=167.762(\Omega)$$

即 167.762Ω 是被测电阻的最佳值。

三、误差的分类

测量的结果与真值会不一致，这种不一致通常称为误差。

根据误差产生的原因，我们可以把误差分为两类：即系统误差和偶然误差。

系统误差：由于测量仪器本身精确度的限制以及测量方法不恰当所造成的误差。这种误差具有恒定的或是遵循某一特定规律而变化的性质。消除或减少系统误差的方法主要在于正确地选用和使用测量仪器并用最适当的测量方法。

偶然误差：由于测量者的感官的分辨能力或一些偶然因素（如温度、磁场以及测量者本人的失误等）的影响所产生的误差。我们可以通过对测量数据的处理来减小偶然误差。

第二节　偶然误差的计算

从个别现象看，偶然误差是毫无规律的，但从重复地多次测量中却能显示出明显的统计规律，实验表明，这种统计规律与“正态分布”规律相吻合。在实际测量中，对同一量进行多次测量，发生细小误差比发生严重误差的机会要多得多，而且发生正误差与发生负误差的概率相等，因此，为了减小偶然误差，测量中采用对同一量进行同一条件下多次测量（等精度测量）的方法。下面我们来介绍对测量结果的数据如何进行处理。

一、绝对误差

对于被测量 x 进行 n 次测量，可得 x_1、x_2、……、x_n 个数，取其最佳值：

$$x_a=\frac{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n}{n}$$

各次测量值与最佳值的差的绝对值，称为各次测量的绝对误差：

$$\triangle x_1=|x_1-x_a|$$

$$\triangle x_2=|x_2-x_a|$$

$$\triangle x_n=|x_n-x_a|$$

平均绝对误差：

$$\triangle x=\frac{\triangle x_1+\triangle x_2+\triangle x_3+\cdots\cdots+\triangle x_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\triangle x_i$$

测量的结果记为：

$x_a\pm\triangle x$

例：测量一个标称电压为220伏的交流电源，测量五次，其数据为：

次　数	1	2	3	4	5
电压值（伏）	215	217	223	221	219

电压的平均值

$$U_a=\frac{215+217+223+221+219}{5}=\frac{1095}{5}=220$$

各次测量的绝对误差为

次　数	1	2	3	4	5
$\triangle U_i$（伏）	5	3	3	1	1

平均绝对误差

$$\triangle U=\frac{\sum_{i=1}^{n}\triangle U_i}{n}=\frac{5+3+3+1+1}{5}=\frac{13}{5}=2.6$$

$$\approx 3\text{伏}$$

测量结果

$$U = 220 \pm 3\text{伏}$$

二、相对误差

相对误差是平均绝对误差与被测量的平均值（最佳值）x_a的比值。它是表征测量准确度的参数。例如，有两个测量结果：$V_1 = 220 \pm 3$伏，$V_2 = 110 \pm 3$伏。它们的绝对误差都是3伏，但是，它们的相对误差确不一样，分别为：

$$\frac{\triangle V_1}{V_1} = \frac{3}{220} \times 100\% = 1.36\%$$

$$\frac{\triangle V_2}{V_2} = \frac{3}{110} \times 100\% = 2.72\%$$

显然，V_1的值要比V_2的值更精确。

第三节　测量中的估计及有效数字

测量时，经常需要对数据进行估计。例如，用电压表测量电压，测量时表针指在两个刻度之间，如图3—1所示，电压值是$2V < U < 3V$的。我们可以估计为$2.4V$，其中，0.4为估计出来的数字，被称为欠准数字，而2是指示出来的数字，称为准确数字，准确数字与欠准数字一起构成有效数字。对测量电压的读数有各种写法，如

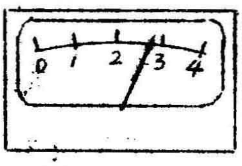

图　3—1

$$V_1 = 2.4V$$

$$V_2 = 2.40V$$

$$V_4 = 2.450V$$

这三种写法，我们说只有V_1的写法是正确的，V_2、V_3的写法是不合理的。因为有效数字中的欠准数字只能有一位，超过一位欠准数字的估计是没有意义的。

再如用一分度$\frac{1}{10}c^m$的米尺来量一距离的长度如图3—2所示，对x的读数有各种写法如：

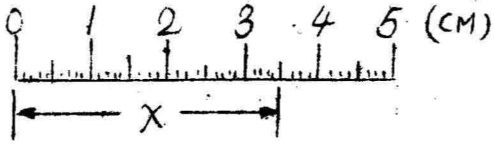

图 3—2

$$x_1 = 2.5cm$$

$$x_2 = 2.50c^m$$

$$x_3 = 2.500c^m$$

对于这三种写法，我们说x_1和x_3的写法都是不合理的，只有x_2的写法是正确的。

另外，在间接测量中，往往是通过某种函数形式将待测定的量与直接测定的量相联系起来，通过运算把待测定的量求出来。比如，用间接测量法测量流过电阻$R = 4.7K\Omega$的电流I，用电压表测量出电阻两端的电压为$5.4V$，那么电流I可表示为

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5.4}{4700} = ?$$

上式的计算结果也有多种写法，如

$$I_1 = 0.0011A$$

$I_2 = 1.1mA$

$I_3 = 1.100mA$

$I_4 = 1.1494mA$

计算结果的这四种写法，只有I_1和I_2是合理的。有人在进行数据处理的时候常常由于缺乏有效数字的概念而产生一个错觉，认为商的位数越多也就越准确。

在记录有效数字时，应该注意以下几点：

1、一个有效数字只能有一位欠准数字

例如，图3—1的表针指示值，如果把它写成$V_4 = 2.450$就错了。因为0.4已经是一位估计出来的欠准数字，所以后面的0.050就没有意义了。

2、有效数字的位数与小数点无关。例如，3.14和31.4都是三位有效数字。

3、"零"在数字之间或数字之末算作有效数字，在数字之前不算是有效数字。例如，上面的$I_1 = 0.0011A$和$I_2 = 1.1mA$都是二位有效数字。但是，虽然$I_2 = 1.1mA$和$I_3 = 1.100mA$所表示的数值大小相同，由于1.100有四位有效数字，所以后者表示的数值精度与前者相比要高。

4、遇有大数字或小数字数，为了记录方便，可将数字用"十的乘幂"的记法来表示，例如，$I = 0.0011A = 1.1 \times 10^{-3}A$。

按照上述原则记录的数据，其有效数字的位数在近似计算中不仅表示了一个数的大小，而且也表示了该数的准确度。

第四节　有效数字的运算法则

有效数字的基本运算是指：加法运算；减法运算；乘法运算；除法运算。一般地讲，欠准数字与欠准数字，欠准数字与准确数字之间的和，差、积，商仍然是欠准数字。这就是基本运算中的法则。

在计算有效数字时，应该注意以下几点：

1、只保留一位欠准数字；

2、去掉第二位欠准数字时，要用四舍五入法。

注意：这里的四舍五入法与古典的四舍五入法不同。①如果第 $n+1$ 位数字小于"5"则第 n 位数不变；如果第 $n+1$ 位数大于"5"则第 n 位数加"1"。②如果第 $n+1$ 位数字恰好为"5"时，则当第 n 位为偶数时，第 n 位数不变，当第 n 位为奇数时，则第 n 位数需要加"1"。这样作总能使第 n 位数字为偶数，而一个偶数能被一个数除尽要比一个奇数被一个数除尽的可能性大的多。所以，在奇数上加"1"的规定有助于计算准确度的提高。再从概率上看，奇数和偶数出现的概率是相等的，所以，在奇数上加"1"而偶数不变的规定也有助于减小累计误差。

例：把下列数字保留到小数点后第二位。

解：$5.68407 \longrightarrow 5.68$

$7.94681 \longrightarrow 7.95$

$17.34599 \longrightarrow 17.34$

$2.19501 \longrightarrow 2.20$

在进行有效数字计算中，应以使得结果尽量准确为依据，基于上面所述，我们得出下述一些基本运算法则：

1、加减运算

n 个数相加减时，其和或差在小数点以后的位数与该几个数中精

度最差的数据相同。

例：求18.$\underline{8}$与2.9$\underline{2}$的和。（为了清楚起见，我们在欠准数字下划一横短线）。

解：

$$
\begin{array}{r}
18.\underline{8} \\
+\quad 2.9\underline{2} \\
\hline
21.\underline{7}\underline{2}
\end{array}
$$

只保留一位欠准数字，结果21.$\underline{7}$

例：求40.6$\underline{8}$与20.$\underline{1}$的差。

解：

$$
\begin{array}{r}
40.6\underline{8} \\
-20.\underline{1} \\
\hline
20.\underline{5}\underline{8}
\end{array}
$$

结果记为20.$\underline{6}$

2、乘除运算

几个数相乘除时，积或商所保留的有效数字的位数应该与该几数中位数最少的一个数的位数相同。有时可多一位或少一位。

例：求44.0$\underline{1}$与2.1$\underline{1}$的积。

解：

$$
\begin{array}{r}
44.0\underline{1} \\
\times\quad 2.1\underline{1} \\
\hline
\underline{4}\underline{4}.\underline{0}\underline{1} \\
440\,\underline{1} \\
880\underline{2} \\
\hline
92.8\underline{6}\underline{1}\underline{1}
\end{array}
$$

只保一位欠准数字，结果92.$\underline{9}$

例：求2.$\underline{8}$与1.$\underline{9}$的积

解：

$$
\begin{array}{r}
2.\underline{3} \\
\times 1.\underline{9} \\
\hline
\underline{20}\ \underline{7} \\
2\underline{3} \\
\hline
\underline{4}\underline{3}\underline{7}
\end{array}
$$

因为只保留一位欠准数字，所以结果取$\underline{4}$。这个例子说明了计算结果的有效数字的位数有时比乘数和被乘数少一位（或多一位）。

例：求357$\underline{2}$除12.$\underline{5}$的商。

解：在除法运算中，被除数的首位数字为准确数字时，商数应为准确数字，商数应为准确数字，若被除数的首位数字为欠准数字时，商数应为欠准数字。

$$
\begin{array}{r}
28.\underline{5}\underline{7} \\
12.\underline{5}\ \overline{)\,357\underline{2}} \\
25\underline{0} \\
\hline
10\underline{7}\underline{2} \\
100\underline{0} \\
\hline
\underline{7}2\underline{0} \\
\underline{6}\underline{2}\underline{5} \\
\hline
\underline{9}\underline{5}\underline{0} \\
\underline{8}\underline{7}\underline{5} \\
\hline
\underline{7}\underline{5}
\end{array}
$$

只保留一位欠准数字，结果取28.$\underline{6}$，这个结果与除数12.$\underline{5}$的有效数字位数相同。

例：求3.1415$\underline{9}$除2.5$\underline{0}$的商。

解：

$$
\begin{array}{r}
1.25\underline{6}\underline{6} \\
2.5\underline{0}\ \overline{)\,3.1415\underline{9}} \\
25\underline{0} \\
\hline
6\underline{4}1 \\
50\underline{0} \\
\hline
1\underline{4}\underline{1}5 \\
125\underline{0} \\
\hline
\underline{1}\underline{6}\underline{5}\underline{9} \\
\underline{1}\underline{5}\underline{0}\underline{0} \\
\hline
\underline{1}\underline{5}\underline{9}\underline{0} \\
\underline{1}\underline{5}\underline{0}\underline{0} \\
\hline
\underline{9}\underline{0}
\end{array}
$$

保留一位欠准数字，结果为1.25$\underline{7}$。这个结果有四位有效数字，比除数2.50的有效数字位数多一位。

例：求10.91$\underline{0}$除3.11$\underline{1}$的商。

解：

$$
\begin{array}{r}
3.50\underline{6} \\
3.11\underline{1}\ \overline{)\,10.91\underline{0}} \\
933\underline{3} \\
\hline
\underline{1}5\underline{7}\underline{7}\underline{0} \\
1555\underline{5} \\
\hline
\underline{2}\underline{1}\underline{5}\underline{0}\underline{0} \\
1866\underline{6} \\
\hline
\underline{2}\underline{8}\underline{3}\underline{4}
\end{array}
$$

保留一位欠准数字，结果为3.5$\underline{1}$。这个结果是一个三位有效数字，比除数3.11$\underline{1}$的有效数字位数少一位。

第五节　电子测量方法

在电子技术领域的生产和科学实验中，经常对各种电子线路的参数和性能进行直接地或间接地测量。测量又必然会存在着误差，而误差的大小取决于所使用的仪器的精度和所使用的测量方法，使用同一种仪器对同一种电路进行测量，如果采用不同的测量方法和步骤，则测量结果的精度是很不一样的，所以，选择适当的测量方法对测量来说是十分重要的，这里仅以最基本的万用表，毫伏表、低频信号发生器，普通示波器等做为测量仪器为例，对信号和电路的测量方法作简单介绍。

一、正弦交流电压的测量

在电子测量中，与测量其它电路参数相比较，测量电压比较方便测量精度也比较高。所以经常用测量电压的方法来间接地测量电流、电路品质因素以及放大器的增益、输入电阻、输出电阻、幅频特性等对于不同类型的电压，例如直流电压与交流电压，正弦电压与非正弦电压（多谐信号），低频电压与高频电压等等，所使用的测量方法与测量仪器是很不同的。测量正弦交流信号，一般方法是用电压表并联在被测电路上直接读数（见图５—１），或者用示波器观察测试。

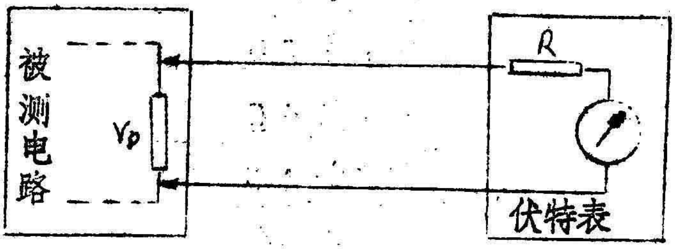

图　５—１

1、万用表

万用表是电子实验室常用的测量仪表。它的交流档相当于整流式电压表。其整流方式分为半波式整流和全波式整流两种，原理图如图5—2所示。

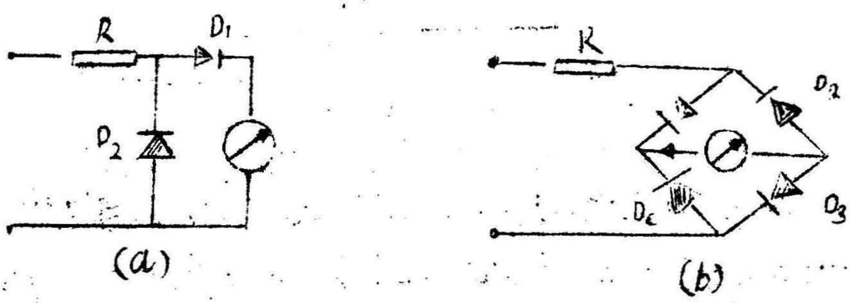

图 5—2

万用表的灵敏度以欧／伏表示，即表头测量单位电压所需要表头满偏转电流愈小，灵敏度愈高，它的大小主要取决于电流表的灵敏度以及整流电路的效率。例如表头满偏转电流为100μA，整流电路的效率为45%，则当交流电流达到220μA时，才能使电流表满偏转。所以此时万用表的灵敏度为4.5KΩ／伏。

实际整流器件存在着结电容，随着测量频率的提高，整流效率将降低，从而带来频率附加误差。一般万用表只能用来测量电源频率（50H_z）或说明书中规定的某一低频范围内（常为1KH_z左右），不能用普通万用表测量高频电压这是需要特别留心注意的。

任何一个被测量电路（或电压源），都可以用图5—3所示的电路等效。由于万用表的输入阻抗z_i的存在而引起的测量误差为

$$\frac{\triangle U_0}{U_0}=\frac{U_0-U_0}{U_0}=\frac{Z_0}{Z_0-Z_i}$$

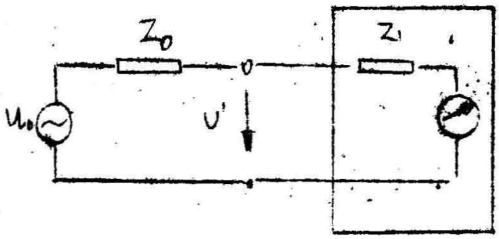

图 5—3

所以当Z_i愈大时，测量误差愈小。但是，普通万用表的输入阻抗一般都是较低的。所以它仅适用于对强电源测量的场合。目前，数字式万用表越来越普及。由于它的输入阻抗高达$10M\Omega$，所以它可以用于等效信号源内阻较大的弱信号的测量。但由于其频率特性的限制，数字式万用表也仅能工作在1KH_z左右的频率范围内。

2、毫伏表

电子实验室里通常所用的电子管毫伏表与晶体管毫伏表，都属于所谓放大——整流式电压表。其原理框图示于图5—4，一般量程为1mV——300伏。输入阻抗大约为500 $K\Omega$。工作的频率范围为20H_z——200KH_z

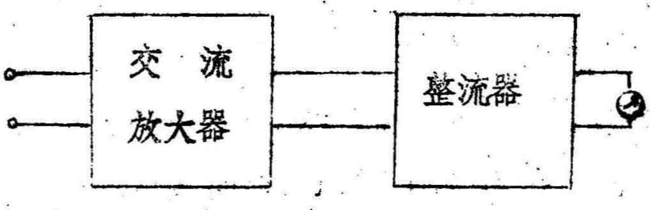

图 5—4

由于毫伏表的输入阻抗较高。所以它可用于测量等效信号源内阻抗较大的场合，使用时应注意以下几点：①不能用它测量直流信号（如电路的静态工作点）；②使用时必须把它的公共端（接地端）与