

非平稳综列数据分析：

理论与应用

▲杨继生 著

非平稳综列数据分析：
理论与应用

中国社会科学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

非平稳序列数据分析:理论与应用 / 杨继生著 .—北京:中国社会科学出版社, 2010.12

ISBN 978 - 7 - 5004 - 8918 - 4

I . ①非… II . ①杨… III . ①时间序列分析—应用—经济统计—统计数据—经济计量分析—研究 IV. ①F224. 7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 137362 号

策划编辑 冯斌
责任编辑 丁玉灵
责任校对 李莉
封面设计 人文在线
技术编辑 戴宽

出版发行 中国社会科学出版社
社址 北京鼓楼西大街甲 158 号 邮编 100720
电话 010—84029450(邮购)
网址 <http://www.csspw.cn>
经销 新华书店
印刷 新魏印刷厂 装订 广增装订厂
版次 2010 年 12 月第 1 版 印次 2010 年 12 月第 1 次印刷
开本 880 × 1230 1/32
印张 7.875
字数 200 千字
定价 28.00 元

凡购买中国社会科学出版社图书, 如有质量问题请与本社发行部联系调换

版权所有 侵权必究

序

值杨继生博士的学术专著《非平稳综列数据分析：理论与应用》出版之际，我“借题发挥”的谈几点体会，是为序。

其一，什么是计量经济学的“前沿”？如同计量经济学的定义一样，这是一个没有统一定义并且有争议的问题。所谓“前沿”，一般是指全世界从事计量经济学教学和研究的教师和学生、特别是重要的计量经济学家当前关注和研究的领域，也是世界上重要的计量经济学学术期刊（如 *Econometrica*, *Journal of Econometrics*, *Econometric Theory* 等）发表论文较为集中的领域。以专门发表计量经济学论文的学术期刊“*Journal of Econometrics*”为例，最近几年，几乎每期都有关于综列数据模型（也被称为面板数据模型）的研究论文发表。而很多在全世界享有较高学术声誉的计量经济学家，都在从事综列数据计量经济模型的研究。从这个角度说，非平稳综列数据的计量经济模型，无疑是当前计量经济学的一个前沿领域。而这本学术专著，也就是立足于世界计量经济学前沿的学术研究。从所谓“前沿”，我们可以联想到我国计量经济学的发展与现实。众所周知，我国在改革开放的早期开始引进计量经济学，也就是说，计量经济学在我国的历史只有短短的 30 年。在一个学科发展的历史长河中，30 年只是一个历史的阶段。但是，仅仅 30 年，中国计量经济学的教学与科研人员，不仅盯住了前沿，理解了前沿，应用了前沿，还对

2 非平稳综列数据分析:理论与应用

前沿理论和方法进行了具有理论和应用价值的创新。这部学术专著，就是对前沿理论研究实现实质性理论创新的具体体现。

其二，如何理解和应用这部学术专著的主要内容？这个问题显然是一个泛泛的命题，我们仅以单位根为例，解释这个问题。我们知道，时间序列的单位根检验，其统计量尽管是一个 t 统计量，但它的分布函数却是一个非经典的 ADF 分布函数，而且正是这个分布函数，导致 ADF 单位根检验的势较低，对时间趋势较敏感，以及识别近单位根的困难。如果将 N 个单位根过程平行地组合，就形成了所谓的综列单位根过程。对于一组实际数据，如我国各省的 GDP，如何检验其是否是综列单位根过程呢？我们可以想象，如果所有的个体都是相关的，它们的 t 统计量就会产生“集聚”。如果无视这种现象，我们就无法理解这一方向后续的研究。沿着这一思路，我们不仅能理解综列单位根检验的研究文献，还可以对某些检验理论和方法进行推广和创新。所以，在研究过程中，我们深深地体会到，只有正确地理解文献的基本思想，我们才有可能发现问题，进而对现有的理论和方法进行创新。

其三，这部学术专著的贡献是什么？有没有应用价值？我以为，这部书的贡献首先体现在准确地解读现有的研究文献。这是一个说起来容易但做起来困难的工作，在国外，这项工作通常都是由这个领域的重要学者完成的，其目的是清晰简洁的分析这一领域的研究思想，以推广这一领域的应用，也为这一领域后续的研究指明方向。本书的第二个重要贡献是在理论和方法上的扩展和创新。本书主要的理论创新包括：（1）在综列单位根检验方面，基于 ADF 检验建立了联合 p 值检验统计量，发现和修正了非线性工具变量检验统计量的有偏性，建立了具有普适性的广义非线性工具变量（GNIV）检验统计量，并且给出了这一统计量

的理论和经验分布。(2) 在综列协整方面, 给出了基于 PVECM 的检验统计量在各种设定形式下的临界值, 建立了基于 PVECM 的无约束似然比综列协整检验统计量。最后, 在应用方面, 本书分别通过基于残差的综列协整检验、基于 PVECM 的综列协整检验和单独应用综列单位根检验, 分析了我国工业能源消费、人民币均衡汇率以及我国证券市场的弱有效性, 为综列单位根和综列协整的应用研究提供了完整的范例。这些应用性研究, 不仅体现了丰富的经济学含义, 也说明本书的理论研究对我国的综列数据具有适用性, 具有显著的应用价值。

从读者的角度出发, 作者将开发的大量程序, 包括仿真程序和用于估计检验的程序, 附带在本书之中。我认为, 读懂程序, 也是一个理解和应用的过程。

尽管这部书的学术价值是明显的, 但是也应看到, 全世界许多计量经济学家、统计学家和他(她)们的学生, 都在研究这一领域的某些问题, 站在这样的前沿高度创新现有的理论和方法, 无疑是困难的。因此, 本书定有诸多问题, 祈请读者斧正。

王少平

2010 年 7 月

目 录

第一章 引言	(1)
第二章 现有综列单位根和综列协整研究文献综述及分析	(5)
第一节 现有综列单位根检验综述及分析	(5)
一 基于截面不相关假定的综列单位根检验	(6)
二 基于截面相关假定的综列单位根检验	(14)
第二节 现有综列协整检验综述及分析	(25)
一 基于残差的综列协整检验	(26)
二 基于综列误差纠正模型的综列协整检验	(33)
第三章 现有综列单位根检验的修正和扩展	(41)
第一节 联合 p 值检验的扩展:一种第一代检验的扩展	(42)
一 联合 p 值检验统计量的构造和渐近分布	(44)
二 基于 ADF 的联合 p 值检验及其仿真	(45)
三 联合 p 值检验在截面弱相关下的总体表现	(56)
第二节 非线性工具变量法检验的修正:一种第二代检验的问题与修正	(56)
一 S_N 检验统计量及其渐近性质	(58)

2 非平稳综列数据分析:理论与应用

二 数据含确定性成分时 S_N 统计量的有偏性 及其修正	(60)
三 修正前后 S_N 检验统计量的仿真结果及其 比较	(65)
四 研究结论	(68)
第三节 广义非线性工具变量法检验:一种更具一般性 的检验	(73)
一 模型及其假定	(75)
二 广义非线性工具变量法检验(GNIV)	(77)
三 仿真试验	(85)
四 研究结论	(88)

第四章 现有综列协整检验的扩展 (100)

第一节 基于有约束 PVECM 的综列协整检验统计量的 数值分布	(102)
一 Groen 和 Kleibergen (2003) 基于 PVECM 的综列 协整检验	(102)
二 临界值的估计	(106)
三 研究结论及说明	(121)
第二节 基于无约束 PVECM 的综列协整似然比 检验	(121)
一 正则相关分析	(123)
二 无约束综列协整模型的检验和估计	(125)
三 基于自举法仿真的检验	(129)
四 仿真实验	(130)
五 无约束综列协整检验的特点	(134)

目 录 3

第五章 对中国经济的应用性研究	(136)
第一节 综列单位根和综列协整在中国经济研究中的 应用现状	(136)
第二节 中国的工业能源消费:基于残差的综列 协整分析	(138)
一 研究背景	(138)
二 中国工业能源消费的综列协整模型	(141)
三 估计与检验	(142)
四 研究结论及说明	(152)
第三节 人民币均衡汇率和调整预期:基于 PVECM 的综列协整分析	(154)
一 研究背景	(154)
二 模型和样本	(157)
三 综列单位根和综列协整检验	(161)
四 检验和估计结果分析	(173)
五 研究结论及说明	(177)
第四节 中国证券市场的弱有效性检验:综列单位 根检验单独应用实例	(178)
一 问题的提出	(178)
二 样本数据	(179)
三 检验结果及分析	(180)
四 研究结论	(182)
第六章 总结与说明	(183)
参考资料	(188)
附录 仿真、估计和检验程序	(200)

第一章 引言

自从迪基和富勒（Dickey & Fuller, 1979）提出单位根检验（Unit Root Test）以及恩格尔和格兰杰（Engle & Granger, 1987）提出协整（Cointegration）理论以后，以单位根和协整分析为标志的非平稳时间序列计量经济学已迅速成为计量经济学研究的一个主要方向，其应用遍及经济学、金融学等经济社会研究的各个领域，对现代计量经济学的发展具有里程碑式的意义。

单位根检验用于检验时间序列变量数据生成过程的平稳性。经济变量的平稳性既具有重要的经济意义，同时又对计量经济学回归分析方法论具有重要的影响。就其本身的经济意义而言，平稳性检验即单位根检验被直接用于检验某些经济理论或假设，如货币购买力平价理论是否成立、金融市场是否具有弱有效性特征等。就其对计量经济学方法论的影响而言，在具有非平稳变量的回归中，通常的 t 统计量具有非标准的分布，利用标准的 t 检验可能会导致严重的误断，同时产生伪回归的可能。从而，就计量经济学方法论而言，单位根检验是协整检验的基础。

协整检验是在对非平稳变量进行回归分析时避免虚回归的必要手段。如果非平稳变量的线性组合是平稳的，那么我们就认为这种线性组合是一个协整关系，对于这种协整关系的回归分析就可以有效避免虚回归的问题。协整理论的主要创立者格兰杰在

2 非平稳综列数据分析:理论与应用

2003 年被授予诺贝尔经济学奖, 标志着通过协整分析来检验非平稳变量之间的长期均衡关系和短期调整效应已成目前实证研究的主要方法。协整理论已成为计量经济学发展的重要理论前沿之一。

单位根和协整检验结论的可靠性取决于检验方法的有限样本性质 (Finite Sample Size, 原假设为真时, 一定显著性水平下拒绝原假设的概率) 和检验势 (Test Power, 原假设不成立时, 一定显著性水平下拒绝原假设的概率)。在原假设为真时, 拒绝原假设的概率与相应的显著性水平越接近, 则检验的有限样本性质越好; 在原假设为假时, 拒绝原假设的概率越大, 则检验势也就越高。由于目前绝大部分检验方法都是基于检验统计量的极限分布来进行检验的, 所以, 在有限样本尤其是小样本下, 检验统计量的分布相对于极限分布会产生分布扭曲 (size distortion), 并且导致较低的检验势。由于时间序列数据的采集通常在时间跨度上受到限制, 如较早时期数据通常缺乏统计记录或者统计口径发生改变以及经济关系的结构性变化等因素都限制了采样区间的时间长度, 所以, 在实证分析中, 通常很难得到足够大的样本容量, 从而使大多数实证研究的检验结论都具有低势的特征, 大大降低了研究结论的可靠性。

尤其是, 席勒和佩隆 (Shiller & Perron, 1985), 佩隆 (Perron, 1989, 1991), 皮尔斯和斯内尔 (Pierce & Snell, 1995) 等研究的结论均显示, 影响检验有限样本性质和检验势的因素主要是数据采集的时间跨度, 而不是采样频率。也就是说, 在采样区间一定的情况下, 单纯地提高采样频率、从而增加样本观测值个数并不能显著地改善检验的有限样本性质和提高检验势。鉴于此, 基于非平稳综列数据的研究, 即综列单位根检验和综列协整检验开始越来越受到研究者的关注, 并逐渐得到广泛应用。正如

巴尔塔基和高（Baltagi & Kao, 2000）所言，非平稳综列数据的研究目的就在于，综合时间序列中非平稳数据的处理方法和横截面中增加的样本容量以提高检验势。

基于综列数据进行实证分析，不但有利于增加回归分析的自由度、改善单位根检验和协整检验的有限样本性质并提高检验势，同时还向我们提供了更多地信息。首先，在考察经济变量数据生成过程的特征及其相互之间的关系时，如果仅基于传统的时间序列数据，我们要么只能对经济变量的总量数据进行总体分析，而无法考察不同个体的具体行为模式，从而无法考察某一经济因素和经济关系的内在结构性特征；我们要么分别对不同个体的观测数据进行分析，分别得到不同个体的回归分析结果，但这样就人为地割裂了不同个体之间的内在联系和相互影响，从而所得到的比较分析和结构性分析的结论将有可能是不可靠的；但当我们应用综列数据进行分析时，则可以在考虑到各截面单元内在联系和相互影响的前提下，对不同截面单元进行具体的分析，从而可以在充分认识其内在结构特征的基础上、在更趋微观的层面上综合考察经济变量行为特征和经济关系。其次，基于不同个体的异质性，可以综合考察不同个体之间的差异性，为比较研究提供有力的分析工具。最后，在利用综列数据通过综列协整分析考察经济变量之间的经济关系时，可以考虑到不同截面单元经济变量的长期关系和短期调整效应。

综列数据的应用虽然有其诸多的优势，但同时也给我们带来了很多方法论上的困难。由于综列数据同时考察多个截面单元，所以截面单元之间的相关与不相关、同质或异质、是否存在长期均衡关系和短期调整效应，都会影响到检验统计量的构造及其分布。所以，传统时间序列框架内的单位根检验和协整检验方法无法直接推广到综列数据的分析中。建立符合实际数据特征、具有

4 非平稳综列数据分析:理论与应用

良好有限样本性质和较高检验势的检验方法，是当前计量经济学方法论研究的热点之一，也是本书研究的根本目标所在。

综列单位根和综列协整理论显著扩大了传统单位根和协整分析的应用范围，伴随着其方法论的最新发展，在实证分析中迅速得到广泛的应用，被广泛用于对不同国家、不同行业、不同区域、不同微观主体经济变量或经济关系特征的综合考察，具体而言，如汇率购买力平价、均衡汇率、利率期限结构、货币需求、技术溢出效应、区域经济收敛、能源需求、市场价格等各种经济问题均已开始运用综列单位根和综列协整理论进行实证研究。中国经济目前正处于发展的关键时期，需要借助各种完善的、科学的分析方法对现实经济问题进行大量的实证研究，以进一步完善对社会主义市场经济运行特征和运行规律的认识，综列单位根和综列协整理论的研究将为此增加可供选择的分析工具。

“工欲善其事，必先利其器。”方法论研究是应用研究发展的前提和基础。所以，近年来，以综列单位根和综列协整为基本内容的非平稳综列数据方法论研究已成为国际计量经济学界的研究热点。并且，伴随着方法论研究的不断发展，非平稳综列数据分析的理论已被广泛应用于经济社会问题实证研究的各个方面。

综上所述，对非平稳综列数据理论进行深入研究，扩展和发展现有的综列单位根和综列协整检验方法，使之更符合现实数据的实际特征，从而具有更好的有限样本性质和更高的检验势，并将之应用于中国现实经济问题的研究，不但在计量经济学方法论上具有重要意义，同时还对中国现实问题的研究具有很高的应用价值。

第二章 现有综列单位根和综列协整 研究文献综述及分析

由于非平稳数据在实证分析中的广泛应用，综列单位根和综列协整检验方法论的研究已成为现代计量经济学在近期发展最快的方向之一。理解现有检验方法的基本研究思路、模型设定的基本特征、渐近分布形式，分析其在有限样本下的具体表现，总结其优点和缺陷，是在现有研究成果的基础上，扬其长，补其短，进行扩展和完善，进而提出更具实用性检验方法的前提和基础。

第一节 现有综列单位根检验综述及分析

所谓综列单位根，是指基于一般形式：

$$y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + d_{it} + \sum_{j=1}^{p_i} \varphi_{ij} \Delta y_{i,t-j} + u_{it}, \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.1)$$

对原假设 ($H_0 : \rho_i = \rho = 1$) 相对备选假设 (H_A : 至少对一个截面单元，有 $\rho_i < 1$) 进行检验。其中， $d_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} t$ 为确定性成分，即截距和时间趋势； φ_{ij} 为高阶动态调整系数； N 表示横截面单元个数； T 为时间序列的长度。接受原假设 H_0 即表示综列数据 y_{it} 由综列单位根（即非平稳）过程所生成，记为 $y_{it} \sim I(1)$ 。

6 非平稳综列数据分析:理论与应用

反之, 拒绝 H_0 则意味着至少有一个截面单元是平稳的, 即存在 $i \in (1, 2, \dots, N)$ 使 $\gamma_{it} \sim I(0)$ 。同时还有部分检验被设定为基于原假设 ($H_0 : \rho_i < 1$) 相对备选假设 (H_A : 至少对一个截面单元, 有 $\rho_i = 1$) 进行检验, 即检验的原假设为各截面单元都是平稳的。显然, 如果 $N=1$, (2.1) 式则为传统时间序列单位根检验的设定形式, 如 ADF 检验。

近年来, 众多文献关注于对综列数据单位根检验的研究。哈林和米尼翁 (Hurlin & Mignon, 2004) 将现有综列单位根检验的研究分为两大类, 第一类是以截面不相关假定为基础的, 而第二类则允许综列数据中各截面单元间是相关的, 尽管对截面相关性有各种不同的设定形式。

一 基于截面不相关假定的综列单位根检验

(一) LL 和 LLC 检验

对综列单位根最早的研究始于莱文和林 (Levin & Lin, LL, 1992, 1993) 基于各横截面单元的同质性假定, 即 $\rho_i = \rho$, 将标准的 DF 单位根检验扩展到综列模型。对模型:

$$y_{it} = \rho y_{i,t-1} + z_{it}\gamma + u_{it}, \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (2.2)$$

对原假设 ($H_0 : \rho_i = \rho = 1$) 相对于备选假设 ($H_1 : \rho_i = \rho < 1$) 进行检验。其中: $u_{it} \sim iid(0, \sigma_u^2)$, z_{it} 为确定性趋势。

LL 检验的思想为, 令 $z_t = (z_{1t}, \dots, z_{Nt})'$, $h(t, s) = z_t'(\sum_{i=1}^T z_i z_i')$, $\bar{u}_{it} = u_{it} - \sum_{s=i}^T h(t, s)u_{is}$, $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \sum_{s=i}^T h(t, s)y_{is}$ 。则有检验统计量:

$$\sqrt{NT}(\hat{\rho} - 1) = \frac{\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{i,t-1} \bar{u}_{it}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{i,t-1}^2} \quad (2.3)$$

$$t_{\rho} = \frac{(\hat{\rho} - 1) \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{i,t-1}^2}}{\sqrt{\frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{u}_{it}^2}} \quad (2.4)$$

当 $T \rightarrow \infty$ 而且 $N \rightarrow \infty$ ，两个检验统计量的极限分布分别为：

$$z_{it} = 0 \text{ 或 } 1 \text{ 时, } \sqrt{NT} (\hat{\rho} - 1) \Rightarrow N(0, 2), t_{\rho} \Rightarrow N(0, 1); \quad (2.5)$$

$$z_{it} = \mu_i \text{ 时, } \sqrt{N} (T (\hat{\rho} - 1) + 3) \Rightarrow N(0, \frac{51}{5}),$$

$$\sqrt{1.25} t_{\rho} + \sqrt{1.875N} \Rightarrow N(0, 1); \quad (2.6)$$

$$z_{it} = (\mu_i, t)' \text{ 时, } \sqrt{N} (T (\hat{\rho} - 1) + 7.5) \Rightarrow N(0, \frac{2895}{112}),$$

$$\sqrt{\frac{448}{277}} t_{\rho} + \sqrt{3.75N} \Rightarrow N(0, 1); \quad (2.7)$$

此后的很多综列单位根检验可看作是 LL 检验的扩展，但正像马达拉和吴（Maddala & Wu, 1999）所指出的，备选假设所要求的同质性是一个极为苛刻的约束条件，在现实应用中很难得到满足。

莱文、林和朱（Levin、Lin & Chu, LLC, 2002）对 LL 进行改进，对每个截面单元分别进行差分（即 ADF）和水平动态（即动态 DF）回归获取相应的标准化残差 \tilde{e}_{it} 并对此进行一阶自回归产生 t 检验，LLC 经过对估计量及其方差进行稳健性调整，使调整后的 t 检验服从正态分布，以此检验综列单位根原假设。LLC 检验的基本思路为，对模型：

$$\Delta y_{it} = \alpha_{mi} d_{mt} + \delta y_{i,t-1} + \zeta_{it} \quad (2.8)$$

其中： $-2 < \gamma \leq 0$ ； $\alpha_{mi} d_{mt} = 0$ 、 α_{oi} 或 $\alpha_{oi} + \alpha_{1i} t$ ；扰动过程 ζ_{it} 对于每个个体单元是独立分布的，且对于每个个体均服从平稳可逆

8 非平稳序列数据分析:理论与应用

ARMA 过程: $\zeta_{it} = \sum_{j=1}^{\infty} \theta_{ij} \zeta_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$

对不同个体可以采取不同的滞后阶 p_i , 然后分别进行以下回归并且获取残差 \hat{e}_{it} 和 $\hat{v}_{i,t-1}$,

$$\begin{aligned}\Delta y_{it} &= \alpha_{mi} d_{mt} + \sum_{j=1}^{p_i} b_{ij} \Delta y_{i,t-j} + e_{it} \\ y_{i,t-1} &= \alpha_{mi} d_{m,t-1} + \sum_{j=1}^{p_i} b_{ij} \Delta y_{i,t-j} + v_{i,t-1}\end{aligned}$$

将 \hat{e}_{it} , $\hat{v}_{i,t-1}$ 标准化: $\hat{e}_{it} = \hat{e}_{it}/\hat{\sigma}_{ei}$, $\hat{v}_{i,t-1} = \hat{v}_{i,t-1}/\hat{\sigma}_{vi}$, 并估计如下方程:

$$\hat{e}_{it} = \delta \hat{v}_{i,t-1} + \hat{\varepsilon}_{it}$$

对原假设 $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_N = \delta = 0$ 和备选假设 $H_1: \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_N = \delta < 0$ 。单位根检验的 t_δ 统计量为:

$$t_\delta = \frac{\hat{\delta}}{STD(\hat{\delta})} \quad (2.9)$$

其中: $\hat{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \hat{v}_{i,t-1} \hat{e}_{it}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \hat{v}_{i,t-1}^2}$, $STD(\hat{\delta}) = \hat{\sigma}_\varepsilon \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \hat{v}_{i,t-1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$,

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \left[\frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T (\hat{e}_{it} - \hat{v}_{i,t-1})^2 \right], \tilde{T} = T - \bar{p} - 1,$$

$$\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$$

对该检验进行均值和方差调整即标准化, 当 $T \rightarrow \infty$, 且 $\sqrt{N}/T \rightarrow 0$, 则有

$$t_\delta^* = \frac{t_\delta}{\sigma_{t_\delta}^*} = \frac{t_\delta}{NT \hat{S}_N \hat{\sigma}_\varepsilon^{-2} STD(\hat{\delta})} \left(\frac{\mu_T^*}{\sigma_T^*} \right) \rightarrow N(0, 1) \quad (2.10)$$

$$\text{其中 } \hat{S}_N = \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \frac{\hat{\sigma}_{y_i}}{\hat{\sigma}_{e_i}^2}, \hat{\sigma}_{y_i} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \Delta y_{it}^2 + 2 \sum_{L=1}^K w_{KL}$$