

总主编 单 增 熊 斌

奥数教程

· 第五版 ·

七^年级

本册主编 单 增



第十届全国教育图书展优秀畅销图书

国家集训队教练执笔联合编写

在香港出版繁体字版和网络版

“奥数”图书累计销量超1000万册

奥数图书出版大事记

- 2000年 《奥数教程》(10种)第一版问世
- 2001年 《奥数教程》获优秀畅销书奖
- 2002年 《奥数教程》在香港出版繁体字版和网络版
- 2002年 《奥数测试》(第一版)出版
- 2003年 《奥数教程》(第二版)出版,并开展“有奖订正”、“巧解共享”活动
- 2003年 《奥数教程》(3~6年级)VCD出版
- 2003年~ 陆续出版由IMO中国国家集训队教练组编写的《走向IMO:数学奥林匹克试题集锦》
- 2005年 “奥数”图书累计销量近1000万册
- 2005年 出版《数学奥林匹克小丛书》(30种)
- 2006年 《奥数教程》(第三版)、《奥数测试》(第二版)出版
- 2006年 《数学奥林匹克小丛书》(12种)繁体字版在台湾出版
- 2007年 《奥数教程》(第四版)、《奥数教程学习手册》(4~9年级)出版
- 2007~2008年 《多功能题典》丛书中的小学、初中和高中数学竞赛相继出版
- 2008年 《日本小学数学奥林匹克(六年级)》出版
- 2009年~ 《高中数学联赛备考手册(预赛试题集锦)》陆续出版
- 2009年 《数学思维训练导引》(3~6年级)出版
- 2009年 《Mathematical Olympiad in China》、《Problems of Number Theory in Mathematical Competitions》和《Graph Theory》相继与新加坡世界科技出版公司联合出版
- 2010年 《全俄中学生数学奥林匹克(1993~2006)》出版

本书配套
学习手册 和 能力测试
一起使用效果更佳

ISBN 978-7-5617-2310-4



03>

9 787561 723104

定价: 16.00元

www.ecnupress.com.cn

总主编 单 墀 熊 斌

奥数教程

· 第五版 ·

华东师范大学出版社

七年级

本册主编 单 墀
参 编 者 张新华 顾继玲

图书在版编目(CIP)数据

奥数教程. 七年级/单增主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2007. 7

ISBN 978-7-5617-2310-4

I. 奥... II. 单... III. 数学课—中学—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48993 号

奥数教程·七年级· (第五版)

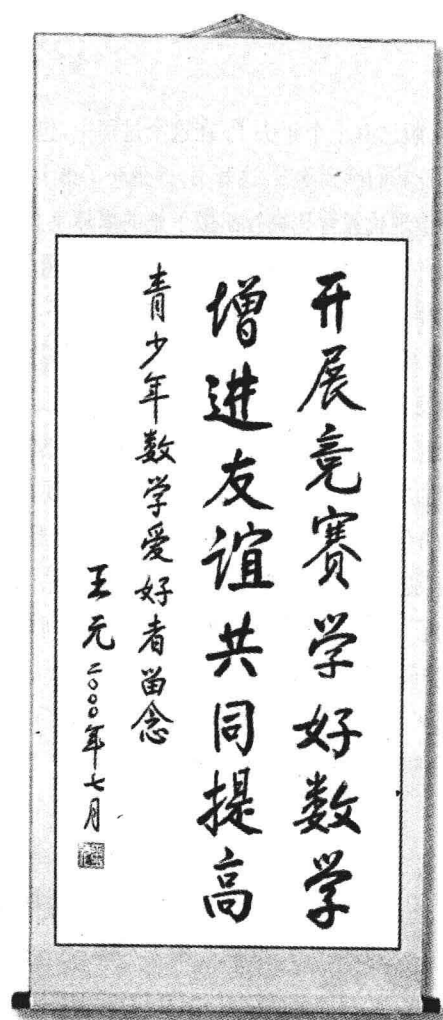
总主编 单增 熊斌
本册主编 单增
策划组稿 倪明 孔令志
审读编辑 徐惟简
封面设计 高山
版式设计 蒋克

出版发行 华东师范大学出版社
社址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网址 www.ecnupress.com.cn

印刷者 江苏句容排印厂
开本 890×1240 32 开
印张 8.25
字数 198 千字
版次 2010 年 6 月第五版
印次 2010 年 8 月第 42 次
书号 ISBN 978-7-5617-2310-4/G·1086
定价 16.00 元

出版人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)



著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生致青少年数学爱好者

致读者

《奥数教程》的出版已有十个年头了. 在这个过程中, 包含了作者和编辑的辛勤劳作, 更多的是让我们感到欣慰. 这套书, 曾荣获了第十届全国教育图书展的优秀畅销书奖; 香港现代教育研究社出版了她的繁体字版和网络版, 成为香港的畅销图书之一, 并因此获得了版权输出奖; 据北京开卷图书市场研究所的监控销售数据, 近几年《奥数教程》的销量名列同类书前茅, 尤其是初一和高一分册分别获得数学竞赛图书初中段和高中段的第一. 这些成绩的取得与作者们精到的创作, 广大读者的支持、呵护是分不开的.

为了使《奥数教程》更健康、更成熟地发展, 为了使学生的学习生活更主动、更有效, 不断提高图书的质量, 我们差不多每两年修订一次, 现在已经是第五版了. 应广大读者的要求, 方便读者自学, 我们为本书配了“学习手册”和“能力测试”. 把本书习题的详细解答放入“学习手册”, 并加入竞赛热点精讲. 全新的“能力测试”针对本书每讲, 精选了一小时的习题量, 帮助读者轻松巩固所学知识.

七八年前, 我们开展了“有奖订正”和“巧解共享”两项活动, 得到了读者的支持与配合, 不少读者纷纷来信、来电提出订正意见和更好的解法. 这是对我们的鼓励, 更是对我们的鞭策. 我们计划继续开展下列活动, 希望有更多的读者朋友乐于参与.

一、有奖订正

2010年8月到2011年8月期间, 欢迎读者朋友对《奥数教程》(第五版, 共12册), 提出改正意见, 我们将对“纠错能手”给予奖励.

二、巧解共享

欢迎读者朋友对《奥数教程》中例题与习题, 提供更巧妙的解法. 我们将选择有新意的、合适的解法在网上公布, 以与其他读者朋友共享. 凡在修订时被采用者, 我们将署上提供者的姓名, 并支付相应的稿酬.

我们衷心祝愿《奥数教程》永远成为您的好朋友.

前 言

据说在很多国家,特别是美国,孩子们害怕数学,把数学作为“不受欢迎的学科”。但在中国,情况很不相同,很多少年儿童喜爱数学,数学成绩也都很好.的确,数学是中国人擅长的学科,如果在美国的中小学,你见到几个中国学生,那么全班数学的前几名就非他们莫属.

在数(shǔ)数(shù)阶段,中国儿童就显出优势.

中国人能用一只手表示 1~10,而很多国家非用两只手不可.

中国人早就有位数的概念,而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有 12 进制,60 进制的残余).

中国文字都是单音节,易于背诵,例如乘法表,学生很快就能掌握,再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”.但外国人,一学乘法,头就大了.不信,请你用英语背一下乘法表,真是屈屈聱牙,难以成诵.

圆周率 $\pi=3.141\ 59\cdots$. 背到小数后五位,中国人花一两分钟就够了.可是俄国人为背这几个数字,专门写了一首诗,第一句三个单词,第二句一个……要背 π 先背诗,这在我们看来简直是自找麻烦,可他们还作为记忆的妙法.

四则运算应用题及其算术解法,也是中国数学的一大特色.从很古的时候开始,中国人就编了很多应用题,或联系实际,或饶有兴趣,解法简洁优雅,机敏而又多种多样,有助于提高学生的学习兴趣,启迪学生智慧.例如:

“一百个和尚一百个馒头,大和尚一个人吃三个,小和尚三个人吃一个,问有几个大和尚,几个小和尚?”

外国人多半只会列方程解.中国却有多种算术解法,如将每个大和尚“变”成 9 个小和尚,100 个馒头表明小和尚是 300 个,多出 200 个和尚,是由于每个大和尚变小和尚,多变出 8 个,从而 $200 \div 8 = 25$ 即是大和尚人数.小和尚自然是 75 人,或将一个大和尚与 3 个小和尚编成一组,平均每人吃一个馒头.恰好与总体的平均数相等.所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少,即大和尚是 $100 \div (3+1) = 25$ 人.

中国人善于计算,尤其善于心算.古代还有人会用手指计算(所谓“掐指一算”).同时,中国很早就有计算的器械,如算筹、算盘.后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中,我国的优势显然,所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理,在我国古代并不发达(但关于几何图形的计算,我国有不少论著),比希腊人稍逊一筹.但是,中国人善于向别人学习.目前我国中学生的几何水平,在世界上遥遥领先.曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班,他们认为所教的几何内容太深,学生不可能接受,但听课之后,不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解,而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著.在国际数学竞赛中,我国选手获得众多奖牌,就是最有力的证明.从1986年我国正式派队参加国际数学奥林匹克以来,中国队已经获得了14次团体冠军,可谓是成绩骄人.当代著名数学家陈省身先生曾对此特别赞赏.他说:“今年一件值得庆祝的事,是国际数学竞赛中获得第一……去年也是第一名.”(陈省身1990年10月在台湾成功大学的讲演“怎样把中国建为数学大国”)

陈省身先生还预言:“中国将在21世纪成为数学大国.”

成为数学大国,当然不是一件容易的事,不可能一蹴而就,它需要坚持不懈的努力.我们编写这套丛书,目的就是:(1)进一步普及数学知识,使数学为更多的青少年喜爱,帮助他们取得好的成绩;(2)使喜爱数学的同学得到更好的发展,通过这套丛书,学到更多的知识和方法.

“天下大事,必作于细.”我们希望,而且相信,这套丛书的出版,在使我国成为数学大国的努力中,能起到一点作用.本丛书初版于2000年,现根据课程改革的要求对各册再作不同程度的修订.

著名数学家、中国科学院院士、原中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问,并为青少年数学爱好者题词,我们表示衷心的感谢.还要感谢华东师大出版社及倪明、孔令志先生,没有他们,这套丛书不会是现在这个样子.

单 樽 熊 斌

2010年5月

目 录

第 1 讲	有理数的加减	1
第 2 讲	有理数的巧算	9
第 3 讲	绝对值	17
第 4 讲	一元一次方程	26
第 5 讲	一次方程组	34
第 6 讲	一次方程组的应用	43
第 7 讲	列方程(组)解应用题	51
第 8 讲	一次不等式(组)	62
第 9 讲	整式的乘除	73
第 10 讲	线段	80
第 11 讲	角	93
第 12 讲	三角形内角和	104
第 13 讲	平行	114
第 14 讲	轴对称	122
第 15 讲	“设而不求”	129
第 16 讲	待定系数	137
第 17 讲	综合除法和余数定理	144
第 18 讲	代数式的化简与求值	153

第 19 讲	生活中的数学	161
第 20 讲	面积	171
第 21 讲	整除	186
第 22 讲	奇数和偶数	192
第 23 讲	质数和合数	200
第 24 讲	约数的个数	205
第 25 讲	进位制	211
第 26 讲	二元一次不定方程	218
第 27 讲	加法原理和乘法原理	227
第 28 讲	抽屉原理	235
参考答案		243

第 1 讲

有理数的加减

有理数的加减法,是有理数最基本的运算,必须熟练掌握.

有理数加法法则为:同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加.异号两数相加,绝对值相等时和为0;绝对值不等时,取绝对值较大的数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值.一个数与零相加,仍得这个数.

加法的运算规律有:

加法交换律: $a + b = b + a$.

加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

有理数减法法则为:减去一个数,等于加上这个数的相反数.

在运算时应理解有理数的加法和减法可以相互转化.



例 1 计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right); \quad (2) (-10.8) + (+10.7);$$

$$(3) (-6) + 0; \quad (4) 52\frac{4}{7} + \left(-52\frac{4}{7}\right).$$

解 (1) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$ (同号相加)

$$= -\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \quad (\text{取相同的符号,并把绝对值相加})$$

$$= -1.$$

(2) $(-10.8) + (+10.7)$ (异号相加)

$$= -(10.8 - 10.7) \quad (\text{取绝对值大的数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值})$$

$$=-0.1.$$

$$(3) \quad (-6) + 0 \quad (0 \text{ 与任何数相加, 仍得这个数}) \\ = -6.$$

$$(4) \quad 52 \frac{4}{7} + \left(-52 \frac{4}{7}\right) \quad (\text{互为相反数的两数相加, 和为 } 0) \\ = 0.$$

说明 对有理数进行加法运算时, 应当先判断这两个数是同号还是异号, 然后判断结果是正号还是负号, 最后判断是算绝对值的和还是绝对值的差.



例 2 计算:

$$(1) \quad 6 - (-3); \quad (2) \quad 0 - (-2);$$

$$(3) \quad (-7) - (-5); \quad (4) \quad (-2) - 0.$$

解 $(1) \quad 6 - (-3) = 6 + 3 = 9.$

$$(2) \quad 0 - (-2) = 0 + 2 = 2.$$

$$(3) \quad (-7) - (-5) = (-7) + 5 = -2.$$

$$(4) \quad (-2) - 0 = -2.$$

说明 减去一个数, 等于加上这个数的相反数.



例 3 计算:

$$(1) \quad (+59.8) - \left(-\frac{2}{5}\right) + (-12.8) + \frac{63}{5};$$

$$(2) \quad (-2) + \left(-2 \frac{3}{8}\right) - 3 - 8 \frac{1}{4} + \left(+3 \frac{1}{3}\right).$$

解 $(1) \quad \text{原式} = [(+59.8) + (-12.8)] + \left(\frac{2}{5} + \frac{63}{5}\right) \\ = 47 + 13 = 60.$

$$(2) \quad \text{原式} = (-2) + \left[\left(-2 \frac{3}{8}\right) + \left(-8 \frac{1}{4}\right) \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & [(-3) + (+3\frac{1}{3})] \\
 & = (-2) + (-\frac{85}{8}) + (+\frac{1}{3}) \\
 & = -\frac{101}{8} + \frac{1}{3} = -\frac{295}{24}.
 \end{aligned}$$

说明 这是一组加减混合运算的问题,注意合理运用加减运算法则和运算规律,进行计算.能够“凑整”与“抵消”的,应注意“凑整”与“抵消”.



例 4 计算:

$$(1) (-\frac{3}{4}) + (31\frac{2}{5}) + (-\frac{1}{4}) + (-31\frac{2}{5});$$

$$(2) (+7\frac{2}{7}) + (-4\frac{2}{5}) + (2\frac{5}{7}) + (-5\frac{3}{5}).$$

$$\begin{aligned}
 \text{解 } (1) \text{ 原式} &= [(-\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{4})] + [(31\frac{2}{5}) + (-31\frac{2}{5})] \\
 &= -1 + 0 \\
 &= -1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 原式} &= [(+7\frac{2}{7}) + (2\frac{5}{7})] + [(-4\frac{2}{5}) + (-5\frac{3}{5})] \\
 &= 10 + [- (4\frac{2}{5} + 5\frac{3}{5})] \\
 &= 10 - 10 = 0.
 \end{aligned}$$



例 5 在数 $\frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$ 的前面分别添加“+”或“-”,使它们的和为 1. 你能想出多少种方法?

分析 这 8 个有理数的分母都是 10,只要 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这 8 个整数的代数和为 10 即可,而 $2+3+\cdots+9=44$,所以添加“+”或“-”后,正数的和应为 $27 (= \frac{1}{2}(44+10))$.

解 方法很多. 如:

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{8}{10} - \frac{9}{10} = 1,$$

$$-\frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{6}{10} + \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{9}{10} = 1,$$

$$\frac{2}{10} - \frac{3}{10} + \frac{4}{10} - \frac{5}{10} + \frac{6}{10} + \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{9}{10} = 1,$$

$$\frac{2}{10} - \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{8}{10} + \frac{9}{10} = 1,$$

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} - \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{6}{10} - \frac{7}{10} + \frac{8}{10} + \frac{9}{10} = 1 \text{ 等}.$$

说明 这是一道开放性问题, 答案不惟一, 你能否再找出一些方法呢? 试一试.



例 6 一个水井, 水面比井口低 3 米. 一只蜗牛从水面沿着井壁往井口爬. 第一次往上爬了 0.5 米后又往下滑了 0.1 米. 第二次往上爬了 0.42 米, 却又下滑了 0.15 米. 第三次往上爬了 0.7 米, 却又下滑了 0.15 米. 第四次往上爬了 0.75 米, 却又下滑了 0.1 米. 第五次往上爬了 0.55 米, 没有下滑. 第六次又往上爬了 0.48 米. 问蜗牛有没有爬出井口?

解 因为

$$\begin{aligned} & 0.5 - 0.1 + 0.42 - 0.15 + 0.7 - 0.15 \\ & + 0.75 - 0.1 + 0.55 + 0.48 = 2.9 < 3, \end{aligned}$$

所以, 蜗牛没有爬出井口.

说明 将往上爬的距离用正数表示, 下滑的距离用负数表示. 这道题就是求 0.5, -0.1, 0.42, -0.15, 0.7, -0.15, 0.75, -0.1, 0.55, 0.48 的代数和, 然后再看一看这个和是否等于或大于 3.



读一读

有 理 数

如果你刚学有理数,或许你会问:

为什么将形如 $\frac{m}{n}$ (m 、 n 是整数, $n \neq 0$) 的数叫做有理数? 既然有有理数,那么是不是还有无理数呢?

通常给一个事物起一个名称,都是有道理的. 例如负数的负就有亏欠、负债的意义,也表示其意义与正数的正恰好相反. 而有理数之所以叫做有理数却是毫无道理的. 它源自于翻译中的失误.

19 世纪,西方科学传入中国时,我国数学家李善兰(1811~1882)在译英国 De Morgan 的《代数学》时将 rational function 与 irrational function 译为有比例式与无比例式. 这表明李善兰对这两个名称的理解是完全正确的,译名也是确当的. 因为 ratio 就是比的意思. 后来他译 Euclid《原本》时,又将 rational number 与 irrational number 译为有等几何、无等几何. 等即有公度(《九章算术》称最大公约数为等数). 有等几何即有公度的量. 这也与原义吻合. 但十多年后另一位数学家华蘅芳(1833~1902)译 Wallace《代数学》时却将 rational 与 irrational 误译为有理、无理,与原意不符,然而却广为流传. 这本书后来又流入日本,日本也沿用了华蘅芳的译名. 现在中、日两国都用了不正确的译名,习以为常.

有理数是能表成 $\frac{m}{n}$ (m 、 n 为整数, $n \neq 0$) 的数. 不能表成 $\frac{m}{n}$ 的数就是无理数了. 这样的数是存在的. 古希腊人早就发现面积为 2 的正方形,边长是一个无理数.

练习 题

1 计算:

(1) $3.2 + (-4.2)$;

(2) $(-\frac{2}{5}) + (-\frac{3}{5})$;

(3) $(-382.4) + (+382.4)$;

(4) $0 + (-24.1)$;

(5) $(-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{6})$.

2 计算:

(1) $(-3) - (-5)$;

(2) $(-7) - 5$;

(3) $0 - 4.2$;

(4) $(-4.2) - 0$;

(5) $(-20) - 3 - (-30) - 5$;

(6) $0 - 3 - (-4) - 5 - (-6)$.

3 计算:

(1) $-0.2 + (-0.3) - (-0.4) + (-0.5)$;

(2) $10 - (-8) + (-6) - (-4) + (-2)$;

(3) $\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2}) - \frac{1}{6}$;

(4) $0 - (-\frac{1}{5}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{10}$.

4 潜水艇原来在水下 200 米处. 若它下潜 50 米, 接着又上浮 130 米, 问这时潜水艇在水下多少米处?

5 数轴上点 A 表示 -5, 将 A 点向左移动 3 个单位后又向右移动 8 个单位, 求此时 A 点表示的数是多少?

6 判断题：

- (1) 若两个数的和为负数,则这两个数都是负数. ()
(2) 若两个数的差为正数,则这两个数都是正数. ()
(3) 减去一个数,等于加上这个数的相反数. ()
(4) 零减去一个有理数,差必为负数. ()
(5) 如果两个数互为相反数,则它们的差为 0. ()

7 计算：

- (1) $(-1) + 2 + (-3) + 4 + (-5) + 6 + (-7) + 8$;
(2) $0 - 4\frac{3}{7} + (-\frac{3}{5}) - (-1\frac{1}{7}) + 1\frac{3}{5}$;
(3) $(-1\frac{3}{7}) + 4\frac{2}{3} - (-2\frac{3}{7}) + (-2\frac{2}{3})$;
(4) $(-3) + (-3\frac{5}{6}) - 2 - 4\frac{1}{3} + (-1\frac{1}{5})$.

8 出租车司机小王,某天下午的营运全在东西走向的人民路上.如果规定向东为正,向西为负,这天下午他行车里程(单位:千米)如下:

+15, -2, +5, -1, +10, -3, -2, +12, +4, -5, +6.

- (1) 将最后一名乘客送到目的地时,小王距下午出车时的出发点多远? 在什么方向?
(2) 若汽车耗油量为 0.1 升/千米,这天下午小王共耗油多少升?

9 请在数 1, 2, …, 2006, 2007 前适当添加上“+”或“-”号,使它们的和的绝对值最小.

10 计算：

- (1) $(+4) + (+6)$;
(2) $(+\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{2})$;
(3) $(-9) + (+7)$;
(4) $(-8) + (-1\frac{1}{3})$;