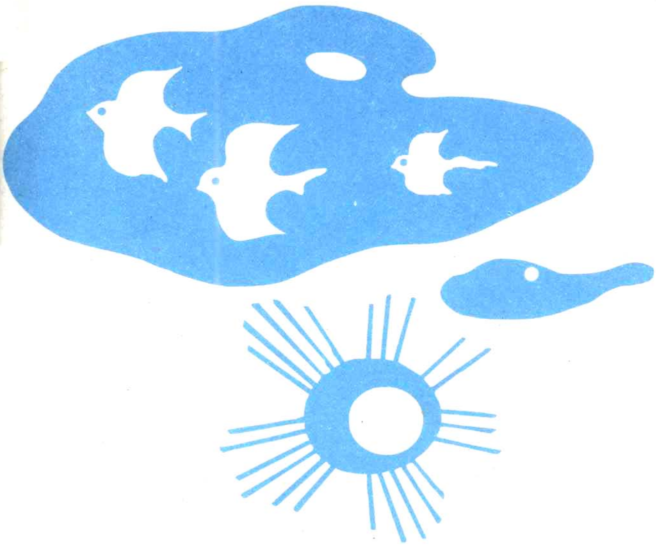

广东省2000年普通高中毕业会考

数学科纲要

广东省教育厅编

广东教育出版社

广东省2000年普通高中毕业会考

数 学 科 纲 要

广东省教育厅 编

广 东 教 育 出 版 社

前　　言

实施《现行普通高中教学计划的调整意见》和普通高中毕业会考制度，是对普通高中进行的两项改革。其目的是为了全面贯彻教育方针，使学生在德、智、体、美、劳诸方面得到全面的发展，在扎实打好基础的前提下，发展兴趣和特长，增强适应社会生产和生活的能力，进一步调动每一所高中的办学积极性，大面积提高教学质量。会考也是检查普通高中的教学质量，考核普通高中学生的文化课学习是否达到必修课程教学大纲所规定的基本要求的重要手段。为减轻学生负担，有利于学生全面发展，使命题和备考有章可循，我们根据广东省教育厅领导的指示，编写了广东省2000年普通高中毕业会考各科纲要，作为命题和师生复习备考的依据。

在这本纲要里，我们严格依据原国家教委颁布的全日制高级中学数学教学大纲（初审稿）和现行教材（必修），参照教育部教基［1998］5号文《关于调整现行普通高中数学、物理学科教学内容和教学要求的意见》，并结合我省高中教学的实际情况，对数学学科考试的依据、范围、考试目标说明、考试内容、目标要求、考试方式和试卷结构等作了规定，并附2000年会考样题和历年会考试题。高中会考是水平考试，只要办学条件基本具备的学校，学生在努力学习的正常情况下都可达到合格水平。因此各校在备考时，应认真参照纲要执行，并请将执行中遇到的问题及时告诉我们。

广东省教育厅教学研究室

1999年2月

目　　录

一、考试的依据和范围

普通高中毕业会考是国家承认的省级普通高中文化课毕业水平考试．2000 年数学科的考试，以国家教委 1990 年颁布的《全日制中学数学教学大纲（修订本）》及历年来有关高中数学“教学内容调整意见”为依据．考试范围限于该教学大纲和有关的“调整意见”规定的高中阶段数学必修课的教学内容和教学要求，所有属于选学的内容，一律不列入会考范围．

二、考试目标说明

高中数学毕业会考的考试目标分 A（识记）、B（理解）、C（掌握）和 D（应用）四个层次，具体说明如下：

A（识记）

记住数学的基本概念及其重要性质、数学符号、运算法则、主要的公理、定理和公式，以及常用的数学常数和数学方法．知其含义，在解答有关问题时，能正确识别和区分它们．

B（理解）

明了数学中重要的基本概念是如何引入和建立的，知其内涵，能解释有关的概念和性质之间的逻辑联系；懂得常用数学符号和各种运算法则的适用范围；明白重要的定理、公式的推导和功能；知道数学方法的具体步骤和依据．在解答有关问题时，能有效地运用这些知识，进行正确的推理和演算．

C（掌握）

能将所学的数学知识和技能，迁移到新的情境中，恰当有效地解决有关数学问题（包括计算、论证、识图和作图）．

D（应用）

能综合运用学得的数学知识和技能，分析和解决简单的实际问题，以及较为复杂的数学问题．

三、考试内容和目标要求

考试内容包括代数、立体几何和平面解析几何的高中必修课的内容．着重考查学生对基本概念、基础知识的理解和掌握，以及对基本方法、基本技能的了解和使用；并且重视考查学生的运算能力、逻辑思维推理能力和空间想象能力；同时，对运用数学知识分析和解决问题的初步能力，也进行必要的考查．所有这些考查，将切实地结合我省当

前的教学实际，以利于中学教学改革，促进普通高中数学教育质量的大面积提高.

下面，按现行高中课本（必修本）《代数》、《立体几何》和《平面解析几何》的章节列出各项内容的考试目标要求，并附上题例.

（一）代 数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

A（识记）

1. 了解集合的概念；知道集合中元素的确定性、互异性和无序性；记住全集、子集、真子集和空集的意义及其符号；记住属于、包含、相等关系的意义及其符号.

2. 能识别有限集和无限集；记住常用数集的字符记号（N、Z、Q、R、R^+、R^-等）.

3. 了解映射的概念，能识别两个数集间给定的对应关系是不是映射.

4. 懂得函数符号 $y=f(x)$ 的意义.

B（理解）

1. 理解交集、并集、补集的概念和符号，懂得用图表示交集、并集和补集.

2. 联系映射的概念，加深对函数概念的理解. 明了区间的含义，会求某些简单函数的定义域和值域.

3. 理解增函数和减函数的定义，能根据函数图像写出函数的单调区间.

4. 理解函数奇偶性的定义，能由函数的解析式或图像判断函数的奇偶性.

5. 理解反函数的概念，会用解方程的方法求反函数.

C（掌握）

1. 掌握集合的表示方法（描述法和列举法）.

2. 掌握幂函数、指数函数和对数函数的定义及其图像，会识图和画图.

3. 掌握“互为反函数的两个函数的图像关于直线 $y=x$ 对称”的性质，能由函数的图像作它的反函数的图像.

4. 掌握用定义证明函数单调性的方法.

5. 掌握指数运算和对数运算的法则（包括对数换底公式），会解简单的指数方程和对数方程.

D（应用）

1. 应用集合的观点，能用集合的术语和符号处理有关问题（如方程或不等式的解集、几何中的点集等）.

2. 运用函数思想，能利用有关的函数的性质，分析和解决简单的应用问题.

题例

例 1 设集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{4,5,6,7\}$，那么，$A\cup B=$

________________________.

（考查对集合概念的了解，属容易题.）

答案：$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

例 2 函数 $y=\sqrt{4x+3}+1$ 的定义域是（　　）.

(A) $(-\frac{3}{4}, +\infty)$　　(B) $[-\frac{3}{4}, +\infty]$

(C) $(-\frac{4}{3}, +\infty)$　　(D) $[-\frac{4}{3}, +\infty]$

（考查对函数定义域概念的理解，属容易题.）

答案：(B).

分析：为了函数有意义，须且必须 $4x+3\geqslant 0$，即 $x\geqslant -\frac{3}{4}$，写成区间形式，得(B).

另法：当 $x=-\frac{3}{4}$时，$y=1$，知$-\frac{3}{4}$属于定义域，排除(A)，当 $x=-1$ 时，$4x+3<0$，在实数范围内，负数不能开平方，故 -1 不属于定义域，排除(C)、(D)，得(B).

例 3 函数 $y=(\frac{1}{3})^x$ 的反函数是（　　）.

(A) $y=\log_3 x$ $(x>0)$　　(B) $y=-\log_3 x$ $(x>0)$

(C) $y=\frac{1}{3}\log_3 x$ $(x>0)$　　(D) $y=-\frac{1}{3}\log_3 x$ $(x>0)$

（考查反函数的基本知识，属中等题.）

答案：(B).

分析：化函数式为 $y=3^{-x}$（值域为 $y>0$），取对数，整理得 $x=-\log_3 y$ $(y>0)$，即 (B) 为所求.

另法：点 $(-1, 3)$ 在原来函数的图像上，故点 $(3, -1)$ 应在反函数的图像上，据此，可排除 (A)、(C) 和 (D).

例 4 证明函数$f(x)=\frac{1}{x}$在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数.

（考查对函数单调性概念的掌握，属中等题，偏难.）

证明：设 x_1, x_2 是任意两个实数，且 $x_1<x_2<0$，则有 $x_1-x_2<0$，$x_1x_2>0$，所以，

$$f(x_2)-f(x_1)=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}<0,$$

即$f(x_2)<f(x_1)$，依定义得$f(x)=\frac{1}{x}$在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数.

第二章　三角函数

A（识记）

1. 了解正角、负角和零角的定义，记住与角 α 有相同终边的所有的角组成的集合表达式，记住象限的定义.

2. 了解弧度制的定义，记住弧长公式 $l=|\alpha|\cdot r$.

3．了解三角函数的有关概念，记住各个三角函数的定义和符号，及其定义域和值域，了解周期函数与最小正周期的意义．

4．了解正弦、余弦、正切、余切函数的图像的画法．

B（理解）

1．理解弧度的意义，能进行角度和弧度的换算．

2．理解三角函数的基本性质（包括三角函数的图像、周期性、奇偶性、单调性等）．会根据定义求角的三角函数值，由三角函数值的符号判断角所属的象限；由角的三角函数值求角；用三角函数的图像，求函数的周期、单调区间，判断函数的奇偶性，比较函数值的大小．

C（掌握）

1．掌握三角函数的基本关系式．懂得这些公式的推导，知道公式成立的条件和适用的范围．

2．掌握诱导公式．能借助单位圆推导这些公式，会用公式把任意角的三角函数化为0°至90°间的角的三角函数．

3．会用“五点法”画正弦、余弦函数和函数 $y=A\sin(\omega t+\varphi)$ 的简图．

D（应用）

1．能正确运用上述三角函数的公式化简三角函数式，求任意角的三角函数值和证明三角恒等式．

2．能应用正弦曲线解决有关的实际问题．

题例

例 1 函数 $y=4\sin\left(\frac{1}{3}x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是________．

（考查对周期函数和最小正周期的意义的了解，以及正弦函数的基本知识，属容易题．）

答案：6π．

分析：根据正弦函数性质，所求最小正周期 T 满足 $\frac{1}{3}T=2\pi$，得 $T=6\pi$．

例 2 满足 $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的 x 的集合是____________________．

（考查余弦函数的性质，属中等题．）

答案：$\{x\mid x=2k\pi\pm\frac{\pi}{6},\ k\in Z\}$．

分析：在 $[-\pi,\ \pi]$ 的区间内，满足条件的 x 值是 $\frac{\pi}{6}$ 或 $-\frac{\pi}{6}$，再也没有其它的值，由于区间长度恰好等于余弦函数的最小正周期 2π，故所求集合如答案中所示．

例 3 已知 $\mathrm{tg}\alpha=m(m\neq0)$，那么 $\sin\alpha=($　　$)$．

(A) $\frac{m\sqrt{1+m^2}}{1+m^2}$　　(B) $-\frac{m\sqrt{1+m^2}}{1+m^2}$

(C) $\pm\frac{m\sqrt{1+m^2}}{1+m^2}$　　(D) $\pm\frac{\sqrt{1+m^2}}{1+m^2}$

（考查同角三角函数关系式的掌握和应用，属难题．）

答案：(C).

分析：取特殊值 $m=\sqrt{3}$，知 α 可取值 $60°$，也可取值 $240°$，因此，$\sin\alpha$ 的值可能是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，也可能是 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$，故排除 (A)、(B) 和 (D).

另法：由 $1+\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$，$\sin\alpha=\cos\alpha\cdot\mathrm{tg}\alpha$

得
$$\begin{aligned}\sin\alpha&=\pm\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}\\&=\pm\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}\\&=\pm\frac{m\sqrt{1+m^2}}{1+m^2}\end{aligned}$$

当 α 是一、四象限的角时，取"+"号，是二、三象限的角时，取"−"号.(注：$m>0$ 时，α 可能是第一象限角，也可能是第三象限角；$m<0$ 时，α 为第二象限角或第四象限角.)

例 4 证明恒等式：

$$\frac{1-2\sin x\cos x}{\cos^2x-\sin^2x}=\frac{1-\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{tg}x}.$$

(考查应用三角公式证明恒等式，属难题.)

证明：
$$\begin{aligned}\text{左边}&=\frac{\sin^2x+\cos^2x-2\sin x\cos x}{\cos^2x-\sin^2x}\\&=\frac{(\cos x-\sin x)^2}{(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x)}\\&=\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}=\text{右边}.\end{aligned}$$

第三章 两角和与差的三角函数

A (识记)

记住基本三角公式（包括两角和、两角差、二倍角和半角的正弦、余弦、正切公式），了解它们之间的联系.

B (理解)

1. 能推导上述的基本三角公式，理解这些公式的应用条件.

2. 理解条件恒等式的意义，会证明简单的条件恒等式.

C (掌握)

1. 掌握三角式恒等变换的方法，能运用上述基本三角公式化简三角函数式，求某些角的三角函数值，以及证明三角恒等式.

2. 能推导并掌握万能公式，会运用它们把关于 α 的三角函数式化为以 $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$ 为变量的一元有理函数式.

D（应用）

1. 能应用三角函数的基础知识，分析和解决一些综合性数学问题（如讨论三角形的形状、求函数的最大值和最小值等）.

2. 能运用上述公式解决一些简单的实际问题（如周期运动、振动等问题）.

题例

例 1 已知 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，那么 $\cos 2\alpha$ 的值是____________.

（考查二倍角的余弦公式，属容易题.）

答案：$\frac{7}{25}$.

分析：$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=\frac{7}{25}$.

例 2 如果 $\alpha+\beta=\frac{3}{4}\pi$，且 $\mathrm{tg}\alpha$，$\mathrm{tg}\beta$ 都存在，那么 $(1-\mathrm{tg}\alpha)(1-\mathrm{tg}\beta)=$（　　）.

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) $\frac{3}{2}$　　(D) 2

（考查对和角正切公式的理解和应用，属中等题，偏难.）

答案：(D).

分析：取特殊值 $\alpha=\beta=\frac{3}{8}\pi$，则

$$\mathrm{tg}\alpha=\mathrm{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{1+\cos(\alpha+\beta)}=1+\sqrt{2},$$

$\therefore\quad (1-\mathrm{tg}\alpha)(1-\mathrm{tg}\beta)=2.$

排除 (A)、(B)、(C).

另法：$\because\quad \mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta}$，$\alpha+\beta=\frac{3}{4}\pi$，

又　$\mathrm{tg}\frac{3}{4}\pi=-1$，

$\therefore\quad \mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta=\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta-1$，

得　$(1-\mathrm{tg}\alpha)(1-\mathrm{tg}\beta)=1-(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta-\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta)=2.$

例 3 $\sin 105^\circ=$（　　）.

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}(1+\sqrt{3})$　　(B) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{3})$　　(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}-1)$

（考查对和角正弦公式的理解和应用，属中等题.）

答案：(A).

分析：$\sin 105^\circ=\sin(60^\circ+45^\circ)$，

应用和角正弦公式，整理得 (A).

另法：由 $0<\sin 105^\circ<1$，可排除 (B) (D) 和 (C) ((B)、(D)小于 0，(C) 大于 1).

例 4 已知 $0<\theta<\frac{\pi}{4}$，且 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=\frac{5}{13}$，那么 $\frac{\cos 2\theta}{\cos\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)}$ 的值是__________.

（考查综合运用三角函数基础知识的能力，属难题.）

答案：$\frac{24}{13}$.

分析：∵ $0<\theta<\frac{\pi}{4}$， ∴ $0<2\theta<\frac{\pi}{2}$，

因此， $\cos 2\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)$

$$= 2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$$

$$= 2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$$

得： 原式$=2\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=2\sqrt{1-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}=\frac{24}{13}$.

例 5 求$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$的最大值和最小值.

（考查综合运用三角函数知识求函数的最大值和最小值，属中等题，偏难.）

解：∵ $f(x)=2\left(\sin 2x\cos\frac{\pi}{3}+\cos 2x\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right),$$

又 $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最大值是 1，最小值是 -1.

∴ $f(x)$ 的最大值是 2，最小值是 -2.

第四章 反三角函数和简单三角方程

本章不作要求.

第五章 不等式

A（识记）

1. 了解不等式的概念，知道如何比较两个实数的大小.
2. 了解不等式同解变形的含义.

B（理解）

1. 理解不等式的性质，能推证描述不等式性质的五个定理及其推论，并在不等式的证明和求解时正确运用这些性质.
2. 理解证明不等式的几种常用方法（包括比较法、综合法、分析法等），能运用它们证明一些简单的不等式.
3. 理解含有绝对值的不等式的含义，会解含有一个绝对值符号的不等式.

C（掌握）

1. 加深理解和熟练掌握一元一次不等式（组）和一元二次不等式的解法，并在此基础上，掌握其它一些简单不等式（如分式不等式、根式不等式、绝对值不等式、指数

不等式和对数不等式等）的解法.

2. 理解和掌握“两个或三个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数”这一定理，懂得定理的证明和应用.

3. 理解和掌握不等式

$$|a|-|b|\leqslant|a+b|\leqslant|a|+|b|,$$

会用它解一些简单问题.

D（应用）

能运用不等式的性质、定理和方法解决有关的数学问题和一些简单的实际问题（如函数的最大值和最小值问题及其在实际问题中的应用等）.

题例

例1 如果 a，$b\in R^{+}$，且 $a>b$，那么 a，b，$\sqrt{ab}$ 和 $\frac{1}{2}(a+b)$ 由大到小的顺序是________>________>________>________.

（考查实数比较大小的方法，属容易题.）

答案：$a>\frac{1}{2}(a+b)>\sqrt{ab}>b$.

分析：由正数平均数定理知 $\frac{1}{2}(a+b)>\sqrt{ab}$，由 $a>b>0$ 知 $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$，$\sqrt{a}>\sqrt{b}$，因此，

$$a>\frac{1}{2}(a+b),\qquad \sqrt{ab}>b.$$

例2 如果实数 a，b 和 c 满足 $a\geqslant b$，那么必有(　　).

(A) $a^2\geqslant b^2$　　(B) $|ac|\geqslant|bc|$

(C) $ac^2\geqslant bc^2$　　(D) $a^{-3}\geqslant b^{-3}$

（考查对不等式性质的理解和运用，属容易题.）

答案：(C).

分析：∵ $c^2\geqslant0$，$a>b$，∴ $ac^2\geqslant bc^2$.

另法：取 $a=-1$，$b=-8$，$c=1$，可排除 (A)、(B)、(D).

例3 不等式 $(\frac{1}{2})^x>2^{x-1}$ 的解集是(　　).

(A) $\{x|x>\frac{1}{2}\}$　　(B) $\{x|x<\frac{1}{2}\}$

(C) $\{x|x>-\frac{1}{2}\}$　　(D) $\{x|x<-\frac{1}{2}\}$

（考查应用不等式性质解指数不等式的能力，属中等题.）

答案：(B).

分析：原不等式等价于 $2^{-x}>2^{x-1}$，因为以 2 为底的指数函数是增函数，所以它又等价于 $-x>x-1$，得解集 (B).

例4 已知 a，b 是实数，证明 $a^4+b^4\geqslant a^3b+ab^3$（当且仅当 $a=b$ 时，取等号).

（考查运用不等式的性质证明不等式的能力，属难题.）

证明：　$a^4+b^4-a^3b-ab^3$

$$=a^3(a-b)+b^3(b-a)$$
$$=(a-b)\ (a^3-b^3)$$
$$=(a-b)^2\ (a^2+ab+b^2)$$
$$=(a-b)^2\left[(a+\frac{b}{2})^2+\frac{3}{4}b^2\right],$$

当 $a=b$ 时，$(a-b)^2=0$，故 $a^4+b^4=a^3b+ab^3$；

当$a\neq b$ 时，$(a-b)^2>0$，且 $(a+\frac{b}{2})^2$，$\frac{3}{4}b^2$ 不同时为零，故 $(a-b)^2\left[(a+\frac{b}{2})^2+\frac{3}{4}b^2\right]>0$，即有 $a^4+b^4>a^3b+ab^3$.

这就证明了：$a^4+b^4\geqslant a^3b+ab^3$，并且，当且仅当 $a=b$ 时，取等号.

例 5 已知圆柱的轴截面的周长是12米，求圆柱底面半径，使圆柱体积最大，并求出这个体积的最大值.

(考查运用不等式的知识解决实际问题的能力，属难题.)

解：设圆柱底面半径为 r，依题意，圆柱的体积

$$V=\pi r^2\cdot\frac{12-4r}{2}=\pi r^2(6-2r),$$
$$\because\quad r>0,\ 6-2r>0,$$
$$\therefore\quad \frac{r+r+(6-2r)}{3}\geqslant\sqrt[3]{r^2(6-2r)},$$

即 $$\sqrt[3]{r^2(6-2r)}\leqslant 2.$$

并且，当且仅当 $r=6-3r$，即 $r=\frac{3}{2}$时，取等号.

因此，$$V\leqslant 8\pi,$$

当且仅当 $r=\frac{3}{2}$时，取等号.据此得：半径 r 只有等于$\frac{3}{2}$时，圆柱的体积最大，其值为 8π.

第六章　数列、极限、数学归纳法

A（识记）

1．记住数列的定义和有关概念（通项、通项公式、前 n 项和等).

2．了解数列极限的意义，能用例子说明.

3．了解数学归纳法的原理.

B（理解）

1．理解数列的表示方法，能用观察法写出某些简单数列的通项公式，能应用通项公式与前 n 项和公式进行计算和证明.

2．理解公比的绝对值小于 1 的无穷等比数列各项和的意义，会求这类无穷等比数列前 n 项和的极限.

3．理解数学归纳法的具体步骤，能用数学归纳法证明一些简单问题（如恒等式、不等式和整除性问题等).

C（掌握）

1. 掌握等差数列与等比数列的概念（包括等差中项与等比中项的概念）、通项公式与前 n 项和的公式. 能证明一个数列是不是等差数列或等比数列，能运用等差数列与等比数列的概念和分式进行计算.

2. 掌握数列极限的四则运算法则，能运用它们求一些数列的极限.

D（应用）

1. 能运用数列的概念和知识，解决一些实际问题.

2. 能运用猜想和数学归纳法，解决一些与自然数有关的探索型的问题.

题例

例 1　$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3}{n}+\frac{1-2n}{1+4n}\right)$ 的值是________.

（考查对数列极限的四则运算法则的理解，属容易题.）

答案：$-\frac{1}{2}$.

分析：原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}-2}{\frac{1}{n}+4}$

$$=0+\frac{0-2}{0+4}=-\frac{1}{2}.$$

例 2　在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_4+a_{13}=7$，那么这个数列的前 16 项的和是（　　）.

(A) 28　　(B) 56　　(C) 112　　(D) 168

（考查对等差数列的掌握，属中等题.）

答案：(B).

分析：$S_{16}=\frac{16(a_1+a_{16})}{2}=8(a_4+a_{13})=56.$

例 3　已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=-\frac{1}{2}$，且 $a_3=5$，那么满足 $a_n=-\frac{5}{128}$ 的 $n=$（　　）.

(A) 7　　(B) 8　　(C) 9　　(D) 10

（考查对等比数列的掌握，属中等题.）

答案：(D).

分析：∵　$a_n=a_1q^{n-1}=a_3q^{n-3}=-\frac{5}{128}$

又　$a_3=5$，$q=-\frac{1}{2}$，

∴　$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-3}=-\left(\frac{1}{2}\right)^7=\left(-\frac{1}{2}\right)^7$，

得　$n-3=7$，故 $n=10$.

例 4　用数学归纳法证明恒等式：

$1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+n(n+1)$

$$=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \qquad (n\in N).$$

（考查数学归纳法的应用，属中等题，偏难.）

证明：（i）当 $n=1$ 时，左边$=2=$右边，等式成立；

（ii）假设 $n=k\geqslant 1$ 时等式成立，即

$$1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+k(k+1)$$

$$=\frac{1}{3}k(k+1)(k+2),$$

则

$$1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+k(k+1)+(k+1)(k+2)$$

$$=\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$$

$$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3),$$

即当 $n=k+1$ 时等式成立.

综合（i）（ii）得：对任意 $n\in N$，等式都成立.

例 5 一个球从100米高处自由落下，每次着地后又跳回到原高度的一半再落下. 当它第 10 次着地时，共经过了多少米？（保留到个位）

（考查应用数列的概念和方法解决实际问题的能力，属难题.）

解：用数列表示球所经过的路程：

a_1 表示球第一次着地时已经过的米数；

a_2 表示球第一、二次着地之间经过的米数；

a_3 表示球第二、三次着地之间经过的米数；

……

a_{10}表示球第九、十次着地之间经过的米数.

那么，当球第十次着地时，共经过的米数为 $S_{10}=a_1+a_2+\cdots+a_{10}$.

依题意得：$a_1=100$，$a_2=100$，$a_3=50$，…，$a_{10}=100\cdot(\frac{1}{2})^8$.

所以，

$$S_{10}=100+100\left[1+\frac{1}{2}+\cdots+(\frac{1}{2})^8\right]$$

$$=100\cdot\left[1-\frac{1-(\frac{1}{2})^9}{1-\frac{1}{2}}\right]\approx 300.$$

答：当球第 10 次着地时，共经过了约 300 米.

第七章　行列式和线性方程组

本章不作要求.

第八章　复　数

A（识记）

1．了解数的概念的发展，知道为什么要引入复数，能说出复数集 C、实数集 R、有理数集 Q 与整数集 Z 之间的关系．

2．了解复数的有关概念，知道虚数单位 i、虚数、复数、纯虚数、复数的实部和虚部的含义及其性质．

3．了解复平面的概念，知道复平面内的点与它所对应的复数之间的对应关系如何规定．

B（理解）

1．理解复数相等的定义，会进行复数的加、减、乘、除四则运算，并理解复数运算的几何意义．

2．理解复数的向量表示，懂得复数的模、幅角与幅角主值的定义、符号及其性质．

3．理解共轭复数的概念及其性质，能写出给定复数的共轭复数、运用共轭复数的性质解决一些简单的问题．

C（掌握）

1．掌握复数的代数、几何和三角的三种表示形式及其相互转换，能采用恰当的形式进行复数的运算．

2．掌握复数的运算法则和棣莫弗定理，能正确进行复数的乘方、开方运算．

3．掌握在复数集中解一元二次方程和二项方程的方法．

D（应用）

会用复数方程表示复平面内的圆，会用复数模的不等式表示复平面内的圆域与圆环，能运用复数运算的方法讨论一些简单的平面几何问题．

题例

例 1　x、$y\in R$，且 $2(x+yi)+i(x-yi)=1-2i$，那么 $x=$____，$y=$____．

（考查对复数相等的理解，属容易题．）

答案：$x=\dfrac{4}{3}$，$y=-\dfrac{5}{3}$．

分析：根据复数相等的定义与复数四则运算的方法，得

$$\begin{cases}2x+y=1,\\2y+x=-2.\end{cases}$$

解得　$x=\dfrac{4}{3}$，$y=-\dfrac{5}{3}$．

例 2　复数$4\sqrt{3}-4i$ 的三角形式是(　　)．

(A) $8(\cos\frac{11}{6}\pi+i\sin\frac{11}{6}\pi)$　　(B) $8(\cos\frac{5}{6}\pi+i\sin\frac{5}{6}\pi)$

(C) $8(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6})$　　(D) $8(\cos\frac{5}{3}\pi+i\sin\frac{5}{3}\pi)$

（考查对复数三角形式的掌握，属中等题.）

答案：(A).

分析：根据复数三角形式的定义，可排除(C)，其余可逐一检验是否与 $4\sqrt{3}-4i$ 相等．因为

$$8(\cos\frac{11}{6}\pi+i\sin\frac{11}{6}\pi)$$

$$=8(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6})=4\sqrt{3}-4i,$$

所以（A）为答案.

另法：求复数的模：$r=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=8$；由 $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 和 $\sin\theta=-\frac{1}{2}$，求得幅角 $\theta=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$，当 $k=1$ 时，得 $\theta=\frac{11}{6}\pi$，故（A）为答案.

例 3 如果复数 $(m^2+1)+(m^2+m)i$ 是 $2+(1-3m)i$ 的共轭复数，那么实数 $m=($ $)$.

(A) 1　　(B) -1　　(C) 2　　(D) -2

（考查共轭复数的概念，属容易题.）

答案：(A).

分析：用检验法可得（A)．也可直接计算如下：

∵ $m\in R$,

∴ 由复数共轭的条件得

$$\begin{cases} m^2+1=2, \\ m^2+m=-(1-3m). \end{cases}$$

解得 $m=1$.

例 4 使 $(1+\sqrt{3}i)^n$ 为实数的最小自然数 $n=($ $)$.

(A) 3　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 9

（考查复数的乘方运算，属中等题.）

答案：(A)

分析：代人检验，得（A)．直接法如下：应用棣莫弗定理，得

$$(1+\sqrt{3}i)^n=2^n(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})^n$$

$$=2^n(\cos\frac{n\pi}{3}+i\sin\frac{n\pi}{3}),$$

由于使 $\sin\frac{n\pi}{3}=0$ 的最小自然数 n 的值为 3，故 $n=3$ 为所求.

例 5 在复数集中解方程 $\frac{x}{x^2+1}+\frac{x^2+1}{x}=\frac{5}{2}$.

（考查在复数集中解方程的能力，属难题.）

解：令 $z=\frac{x^2+1}{x}$，化原方程为

$$2z^2-5z+2=0,$$