国家科学技术学术著作出版基金
NEAPST

GCESS
全球变化
与地球系统科学系列
Series in Global Change and
Earth System Science

海洋随机数据分析
——原理、方法与应用

徐德伦　王莉萍　编著

Analysis of Ocean Random Data:
Principles, Methods and Applications

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

全球变化与地球系统科学系列

Series in Global Change and Earth System Science

海洋随机数据分析

——原理、方法与应用

徐德伦　王莉萍　编著

Analysis of Ocean Random Data:

Principles, Methods and Applications

HAIYANG SUIJI SHUJU FENXI

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书以随机过程的基本知识为首章内容,相继介绍了七大类行之有效的海洋随机数据分析方法——谱估计、线性系统分析、线性均方估计、信号的经验模态分解和 Hilbert 谱分析、主成分分析和经验正交函数分解、小波谱分析、海洋随机变量及其极值的统计分析。每一大类又包括若干分析方法,其中信号的经验模态分解、快速带通数字滤波和最大熵分布等是 20 世纪末和 21 世纪初才提出的。在方法的论述上,本书既强调原理也注重应用,并给出应用实例。

本书可作为海洋科学相关专业研究生和本科生的参考书,也可供相关的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

海洋随机数据分析:原理、方法与应用/徐德伦,王莉萍编著.—北京:高等教育出版社,2011.4

ISBN 978-7-04-030270-7

Ⅰ.①海… Ⅱ.①徐…②王… Ⅲ.①海洋调查-资料-随机采样-分析 Ⅳ.①P717

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第018001号

策划编辑 陈正雄 **责任编辑** 田 玲 **封面设计** 王凌波
责任绘图 尹 莉 **版式设计** 马敬茹 **责任校对** 刘 莉
责任印制 田 甜

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
			http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印 刷	北京铭传印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×1092 1/16	版 次	2011年4月第1版
印 张	15.25	印 次	2011年4月第1次印刷
字 数	280 000	定 价	49.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 30270-00

国家自然科学基金项目

“应用联合最大熵原则推算台风导致的极值水位和
极值波高的联合重现期”
（40776006）成果之一

国家科学技术学术著作出版基金
资助

前　言

数据是一切科学研究的基础。海洋浩瀚严酷，任何海洋数据获取的代价都是昂贵的。所以，如何用合理有效的分析方法从稀少宝贵的海洋观测数据中提取尽可能多的有用信息是海洋研究的基本而重要的内容。

本书是以作者给海洋科学本科生和研究生授课的讲稿为蓝本，经修改、补充和加工而成。书中介绍了对海洋随机数据分析行之有效的七大类方法，在这些方法的论述上，既强调原理也注重应用，并力求两者的有机结合，还对其适用性、局限性以及改进和发展的必要性加以评论，旨在帮助读者系统全面地了解和主动合理地应用这些方法，并在应用中改进和发展之。

概率论和随机过程理论是随机数据分析方法的主要数学原理，考虑到读者对概率论基本知识比较熟悉，本书第 1 章介绍随机过程的基本知识，设此章的目的不在于系统地介绍随机过程理论本身，而主要在于为后七章介绍的方法提供理论依据。在对第 1 章的内容选择和论述方式上，除保持一定的系统性外，还尽可能地照顾后七章的引用之需；在后七章的论述中，凡引用第 1 章的理论、定理和公式时我们都及时加注。

随着观测技术的发展，过去因缺乏海洋观测数据而无法利用的分析方法，如二维周期图方向谱估计和经验正交函数分解等，如今也有了用武之地。本书结合海洋应用实例对这两种方法分别论述于第 2 章和第 6 章。

过去，计算量大的海洋随机数据分析方法难以实施，但随着计算机的发展和计算效率的提高，这些方法逐渐变得简捷有力。在第 3 章中，我们结合应用实例系统地介绍了这样两种方法——线性系统分析和 Hilbert 变换。

信号的经验模态分解、快速带通数字滤波和最大熵分布是 20 世纪末和 21 世纪初才发表并已得到广泛应用的分析方法，并且后两种方法是我国研究者在完成国家自然科学基金资助项目的过程中发展起来的。本书分别在第 5 章、第 3 章和第 8 章中介绍这三种方法并给出应用实例。

书末附有中英文对照索引，旨在为读者阅读本书和有关的英文文献提供帮助和便利。

在本书即将出版之际，我们要感谢国家自然科学基金委、中国科学院出版

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

社基金委及高等教育出版社对本书出版的资助,感谢中国科学院冯士筰院士、胡敦欣院士和中国工程院袁业立院士的鼓励和支持。本书的图表由叶孜文处理,代伟、齐莹、孙效光、张建芳及王莉等参与了本书的文字工作,在此也一并致谢。

由于作者水平有限,书中错误在所难免,望读者批评指正。

作　者

2010 年 8 月　于中国海洋大学

目　　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第1章 随机过程基本知识

1.1 基本概念和基本定义

1.1.1 随机过程的定义

给定一实验(此实验由形成空间 δ 的结果 ζ、δ 的子集(称为事件)和这些事件的概率限定)。现在,按一定的规则,对每个实验结果 ζ 指定一时间函数 $X(t,\zeta)$,于是形成一函数族(其中每个函数对应于一个 ζ),这样一函数族称为一随机过程。

一随机过程可看成两个变量 t 和 ζ 的函数。对于指定的实验结果 ζ_i,它是一时间函数 $X(t,\zeta_i)$;对于指定的时刻 t_j,它是仅依赖于实验结果的随机变量 $X(t_j,\zeta)$;如果时刻和实验结果都指定,它仅是一个数 $X(t_j,\zeta_i)$。在下面的讨论中,除特加说明外,t 的域是整个时间轴。

从上面的定义可以看出,随机过程的随机性仅仅表现在一次实验出现函数族中的哪个函数是随机的方面,而与函数族中函数的性质无关——这些函数可以是复杂的,也可以是简单的。

为简便起见,一般将随机过程 $X(t,\zeta)$ 简记为 $X(t)$,省去了括号内的变量 ζ。注意,不要因为这种简略记法而将随机过程 $X(t)$ 与一般函数 $x(t)$ 混为一谈。不论何时何地,凡提到随机过程 $X(t)$ 都要意识到它是以时间 t 和实验结果 ζ 两者为变量的函数族。有时,也用 $X(t)$ 表示随机过程于时刻 t 的随机变量,此时称之为随机变量 $X(t)$。

1.1.2 随机过程的分布函数和概率密度函数

如同随机变量的分布函数可描述随机变量的统计性质一样,随机过程的分布函数可描述随机过程的统计性质。

对于任给的时刻 t 和实数 x,事件 $X(t)\leqslant x$ 的概率 $P\{X(t)\leqslant x\}$ 称为随机过

程 $X(t)$ 的一阶分布函数，并记为 $F(x;t)$，即

$$F(x;t)=P\{X(t)\leqslant x\} \tag{1.1}$$

$F(x;t)$ 对 x 的偏导数

$$f(x;t)=\frac{\partial F(x;t)}{\partial x} \tag{1.2}$$

称为随机过程 $X(t)$ 的一阶概率密度函数（简记为一阶 PDF）。

对于任给的两个时刻 t_1,t_2 和两个实数 x_1,x_2，事件 $X(t_1)\leqslant x_1$ 和 $X(t_2)\leqslant x_2$ 的联合概率 $P\{X(t_1)\leqslant x_1,X(t_2)\leqslant x_2\}$ 称为随机过程 $X(t)$ 的二阶分布函数，并记为 $F(x_1,x_2;t_1,t_2)$，即

$$F(x_1,x_2;t_1,t_2)=P\{X(t_1)\leqslant x_1,X(t_2)\leqslant x_2\} \tag{1.3}$$

$X(t)$ 的二阶 PDF 被定义为

$$f(x_1,x_2;t_1,t_2)=\frac{\partial^2 F(x_1,x_2;t_1,t_2)}{\partial x_1\partial x_2} \tag{1.4}$$

随机过程 $X(t)$ 的一阶和二阶分布函数有如下关系：

$$F(x;t)=F(x_1,\infty;t_1,t_2)=F(\infty,x_2;t_1,t_2) \tag{1.5}$$

相应地，$X(t)$ 的一阶和二阶 PDF 有如下关系：

$$f(x;t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x_1,x_2;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x_1=\int_{-\infty}^{\infty}f(x_1,x_2;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x_2 \tag{1.6}$$

即 $X(t)$ 的二阶 PDF 关于 x_1 或 x_2 的全域积分退化为一阶 PDF。

类似地，可定义 $X(t)$ 的 n 阶分布函数：

$$F(x_1,\cdots,x_n;t_1,\cdots,t_n)=P\{X(t_1)\leqslant x_1,\cdots,X(t_n)\leqslant x_n\} \tag{1.7}$$

和 n 阶 PDF：

$$f(x_1,\cdots,x_n;t_1,\cdots,t_n)=\frac{\partial^n F(x_1,\cdots,x_n;t_1,\cdots,t_n)}{\partial x_1\cdots\partial x_n} \tag{1.8}$$

一随机过程的一阶分布函数可完整地描述此过程的一阶统计性质，二阶分布函数可完整地描述其二阶统计性质（当然也可以完整地描述一阶统计性质）。一随机过程的 n 阶分布函数可完整地描述此过程的 $m\leqslant n$ 阶统计性质，而只有对任意 n 和 $t_1,\cdots,t_n$ 分布函数已知时，才能完整描述这一过程的全部统计性质。

对于两个随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$，任给两个时刻 t_1,t_2 和两个实数 x,y，事件 $X(t_1)\leqslant x$ 和 $Y(t_2)\leqslant y$ 的联合概率 $P\{X(t_1)\leqslant x,Y(t_2)\leqslant y\}$ 称为这两个随机过程的联合分布函数，并记为 $F_{XY}(x,y;t_1,t_2)$，即

$$F_{XY}(x,y;t_1,t_2)=P\{X(t_1)\leqslant x,Y(t_2)\leqslant y\} \tag{1.9}$$

$X(t)$ 和 $Y(t)$ 的联合 PDF 被定义为

$$f_{XY}(x,y;t_1,t_2)=\frac{\partial^2 F(x,y;t_1,t_2)}{\partial x\partial y} \tag{1.10}$$

1.1.3 随机过程的特征函数

随机过程 $X(t)$ 的一阶特征函数被定义为

$$\phi_1(\omega;t)=\mathrm{E}\{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega X(t)}\} \tag{1.11}$$

其中 $\mathrm{E}\{Z\}$ 标记 Z 的数学期望(均值),即

$$\mathrm{E}\{Z\}=\int_{-\infty}^{\infty} zf(z)\,\mathrm{d}z \tag{1.12}$$

这一标记在下面的论述中将频繁使用。于是式(1.11)可改写为

$$\phi_1(\omega;t)=\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega x}f(x;t)\,\mathrm{d}x \tag{1.13}$$

可见随机过程的一阶特征函数 $\phi_1(\omega;t)$ 就是此过程的一阶 PDF 关于 x 的 Fourier 逆变换,其反演为

$$f(x;t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(\omega;t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega x}\,\mathrm{d}\omega \tag{1.14}$$

类似地,$X(t)$ 的二阶特征函数被定义为

$$\begin{aligned}\phi_2(\omega_1,\omega_2;t_1,t_2)&=\mathrm{E}\{\mathrm{e}^{i[\omega_1X(t_1)+\omega_2X(t_2)]}\}\\&=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_1x_1+\omega_2x_2)}f(x_1,x_2;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2\end{aligned} \tag{1.15}$$

其反演为

$$f(x_1,x_2;t_1,t_2)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \phi_2(\omega_1,\omega_2;t_1,t_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_1x_1+\omega_2x_2)}\,\mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2 \tag{1.16}$$

定义随机过程的特征函数是为了便于研究随机过程的分布函数。对许多理论和实际问题,研究随机过程的特征函数要比研究其 PDF 来得容易,而前者经简单的 Fourier 变换就成为后者。

1.1.4 随机过程的均值、相关函数、协方差函数、方差和矩

对于任给的时刻 t,随机变量 $X(t)$ 的期望值 $\mathrm{E}\{X(t)\}$ 称为随机过程 $X(t)$ 的均值,并记为 $\eta(t)$,即

$$\eta(t)=\mathrm{E}\{X(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x;t)\,\mathrm{d}x \tag{1.17}$$

它一般为时间 t 的函数。

对于任给的两个时刻 t_1,t_2,随机变量 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 乘积的期望值称为随机过程 $X(t)$ 的自相关函数,并记为 $R(t_1,t_2)$,即

$$R(t_1,t_2)=\mathrm{E}\{X(t_1)X(t_2)\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1x_2f(x_1,x_2;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \tag{1.18}$$

它一般为 t_1 和 t_2 的函数。

随机过程 $X(t)$ 的自协方差函数被定义为

$$C(t_1,t_2)=\mathrm{E}\{[X(t_1)-\eta(t_1)][X(t_2)-\eta(t_2)]\}=R(t_1,t_2)-\eta(t_1)\eta(t_2)$$

其中 $\eta(t_1)$ 和 $\eta(t_2)$ 分别为 $X(t)$ 于 $t=t_1$ 和 $t=t_2$ 的均值。如果 $X(t)$ 的均值为 0,那么

$$\eta(t_1)\eta(t_2)=0$$

在此情况下，

$$C(t_1,t_2)=R(t_1,t_2) \tag{1.19}$$

可见，对于均值为0的随机过程，其自相关函数等于其自协方差函数。

随机过程 $X(t)$ 的方差被定义为

$$\sigma^2=\mathrm{E}\{[X(t)-\eta(t)]^2\}=C(t,t)=R(t,t)-\eta^2(t) \tag{1.20}$$

随机过程 $X(t)$ 的 n 阶矩被定义为

$$\mathrm{E}\{X(t_1)X(t_2)\cdots X(t_n)\}$$

一随机过程的均值和自相关函数也就是这个过程的一阶矩和二阶矩。

两个随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的交叉相关函数被定义为

$$\mathrm{E}\{X(t_1)Y(t_2)\}$$

并记为 $R_{XY}(t_1,t_2)$，即

$$R_{XY}(t_1,t_2)=\mathrm{E}\{X(t_1)Y(t_2)\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}xyf_{XY}(x,y;t_1,t_2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1.21}$$

两个随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的交叉协方差函数被定义为

$$\begin{aligned}C_{XY}(t_1,t_2)&=\mathrm{E}\{[X(t_1)-\eta_X(t_1)][Y(t_2)-\eta_Y(t_2)]\}\\&=R_{XY}(t_1,t_2)-\eta_X(t_1)\eta_Y(t_2)\end{aligned} \tag{1.22}$$

其中 $\eta_X(t_1)$ 和 $\eta_Y(t_2)$ 分别为 $X(t)$ 于 $t=t_1$ 和 $Y(t)$ 于 $t=t_2$ 的均值。

由式(1.22)可见，只要 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 两者之一的均值为0，则

$$C_{XY}(t_1,t_2)=R_{XY}(t_1,t_2) \tag{1.23}$$

1.1.5 正交、不相关和独立的随机过程

如果随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的交叉相关函数等于0，即 $R_{XY}(t_1,t_2)=0$，则说 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是正交的。

如果两个随机过程的交叉协方差函数等于0，即

$$C_{XY}(t_1,t_2)=0 \quad \text{或} \quad R_{XY}(t_1,t_2)=\eta_X(t_1)\eta_Y(t_2)$$

则说这两个随机过程是不相关的。

如果对任意的 n,n' 和任意时刻 $t_1,t_2,\cdots,t_n;t_{1'},t_{2'},\cdots,t_{n'}$，随机变量群 $X(t_1)$，$X(t_2),\cdots,X(t_n)$ 和 $Y(t_{1'}),Y(t_{2'}),\cdots,Y(t_{n'})$ 是独立的，则说随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是独立的。如果 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是独立的，则式(1.21)可表示为

$$R_{XY}(t_1,t_2)=\int_{-\infty}^{\infty}xf_X(x;t_1)\,\mathrm{d}x\int_{-\infty}^{\infty}yf_Y(y;t_2)\,\mathrm{d}y=\eta_X(t_1)\eta_Y(t_2) \tag{1.24}$$

可见，两个随机过程是独立的则必为不相关的；反之则未必成立——两个随机过程独立的条件要比不相关的条件高得多。

1.1.6 复随机过程

实际的随机过程都是实随机过程，定义复随机过程只是为了研究的方便。

以两个随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 分别作为实部和虚部构成的复函数族

$$Z(t)=X(t)+\mathrm{i}Y(t) \tag{1.25}$$

称为复随机过程。

复随机过程 $Z(t)$ 的自相关函数和自协方差函数分别被定义为

$$R(t_1,t_2)=\mathrm{E}\{Z(t_1)Z^*(t_2)\} \tag{1.26}$$

和

$$\begin{aligned}C(t_1,t_2)&=\mathrm{E}\{[Z(t_1)-\eta_Z(t_1)][Z(t_2)-\eta_Z(t_2)]^*\}\\&=R(t_1,t_2)-\eta_Z(t_1)\eta_Z^*(t_2)\end{aligned} \tag{1.27}$$

其中上标符号“ * ”代表共轭。

两个复随机过程 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 的交叉相关函数和交叉协方差函数分别被定义为

$$R_{XY}(t_1,t_2)=\mathrm{E}\{X(t_1)Y^*(t_2)\} \tag{1.28}$$

和

$$\begin{aligned}C_{XY}(t_1,t_2)&=\mathrm{E}\{[X(t_1)-\eta_X(t_1)][Y(t_2)-\eta_Y(t_2)]^*\}\\&=R_{XY}(t_1,t_2)-\eta_X(t_1)\eta_Y^*(t_2)\end{aligned} \tag{1.29}$$

如果对任意的 t_1 和 t_2 有

$$R_{XY}(t_1,t_2)=\eta_X(t_1)\eta_Y^*(t_2) \quad 或 \quad C_{XY}(t_1,t_2)=0 \tag{1.30}$$

则说复随机过程 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是不相关的。

如果有

$$R_{XY}(t_1,t_2)=0$$

则说复随机过程 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是正交的。

1.1.7 平稳随机过程的定义

平稳随机过程有几种意义下的定义，这里我们只介绍其中最常用的两种。

(1) 严格平稳随机过程

如果随机过程 $X(t)$ 的统计性质不随时间变化，即对任意的 ε，$X(t)$ 与 $X(t+\varepsilon)$ 有相同的统计性质，则说 $X(t)$ 是在严格意义下平稳的。

由上述定义可推知：对任意 ε 和 n 有

$$f(x_1,\cdots,x_n;t_1,\cdots,t_n)=f(x_1,\cdots,x_n;t_1+\varepsilon,\cdots,t_n+\varepsilon) \tag{1.31}$$

取上式中的 $n=1$ 有

$$f(x;t)=f(x;t+\varepsilon) \tag{1.32}$$

这意味着 f 不依赖于 t，即

$$f(x;t)=f(x) \tag{1.33}$$

于是有结论：严格平稳随机过程的一阶 PDF 不依赖于 t，因此

$$\mathrm{E}\{X(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)\,\mathrm{d}x=\eta(常量) \tag{1.34}$$

在式(1.31)中取 $n=2$ 有

$$f(x_1,x_2;t_1,t_2)=f(x_1,x_2;t_1+\varepsilon,t_2+\varepsilon) \tag{1.35}$$

即,严格平稳随机过程的二阶 PDF 也不依赖于 t,但依赖于 t 的间隔 $\tau=t_1-t_2$。于是,式(1.35)可改写为

$$f(x_1,x_2;t_1,t_2)=f(x_1,x_2;\tau) \tag{1.36}$$

有时,将具有式(1.33)和(1.36)所示性质的随机过程分别称为一阶和二阶平稳随机过程。容易推知:二阶平稳的也必为一阶平稳的。同样,n 阶平稳的也必为 $m<n$ 阶平稳的。

将式(1.36)代入(1.18)并令 $t_1=t+\tau$ 和 $t_2=t$,有

$$R(\tau)=\mathrm{E}\{X(t+\tau)X(t)\}=R(-\tau) \tag{1.37}$$

相应地,有

$$C(\tau)=R(\tau)-\eta^2=C(-\tau) \tag{1.38}$$

即,从严格平稳随机过程的定义可以直接推出其相关函数和协方差函数的两个基本性质:它们仅为 τ 的函数且为 τ 的偶函数。

如果两个随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的联合统计性质不随时间变化,即对任意 ε,$X(t)$ 和 $Y(t)$ 与 $X(t+\varepsilon)$ 和 $Y(t+\varepsilon)$ 有相同的联合统计性质,则说 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是严格联合平稳的(注意,$X(t)$ 和 $Y(t)$ 可以是各自平稳的但不是联合平稳的),其交叉相关函数仅为 τ 的函数,即

$$R_{XY}(\tau)=\mathrm{E}\{X(t+\tau)Y(t)\} \tag{1.39}$$

如果复随机过程 $Z(t)=X(t)+\mathrm{i}Y(t)$ 中的实随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 在严格意义下是联合平稳的,则称 $Z(t)$ 是严格平稳复随机过程。

(2) 广义(弱)平稳随机过程

广义平稳随机过程是仅就随机过程的一阶和二阶统计性质定义的。

如果随机过程 $X(t)$ 的均值为常量,且自相关函数只依赖于时间间隔 τ,即

$$\mathrm{E}\{X(t)\}=\eta(\text{常量}),\quad \mathrm{E}\{X(t+\tau)X(t)\}=R(\tau) \tag{1.40}$$

则说 $X(t)$ 是广义平稳随机过程或弱平稳随机过程。显然,严格平稳随机过程必为广义平稳随机过程,反之不成立。

如果两个随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 各自的均值都是常量,且它们的交叉相关函数仅依赖于 τ,即

$$\mathrm{E}\{X(t)\}=\eta_X,\quad \mathrm{E}\{Y(t)\}=\eta_Y,\quad \mathrm{E}\{X(t+\tau)Y(t)\}=R_{XY}(\tau) \tag{1.41}$$

则说 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是广义联合平稳的。

1.1.8 随机过程的变换

我们已熟悉一般函数的变换,现将一般函数 $x(t)$ 的变换表示为

$$y(t)=T[x(t)] \tag{1.42}$$

其中符号 T 代表 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的对应关系。在数学上,T 可理解为一算子,而在

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com