金牌学子系列丛书

JINPAIXUEZI 让学习变得轻松

金牌学子

高中新课标导学策略

新课程「自主学习·合作探究」课题研究成果◎丛书主编 魏丕忠

教辅消费者满意十大品牌 新课标 GOLD MEDAL WINNER

数学

必修2 人教A版

黄河出版社

我的青春我做主

青春的笑脸
让我们绽放吧
迎接新的一年
新的春天
风吹拂着脸庞
满怀憧憬
期待着事情的圆满

青春的歌喉
让我们唱响吧
迎接新的一年
新的挑战
唤醒自信
坚定信念
一路和信心为伴

青春的双臂
让我们张起吧
迎接新的一年
新的伙伴
牵手向前
齐首并肩
拥抱金色的梦想

青春的腰杆
让我们挺起吧
迎接新的一年
新的航线
永不弯曲
一生不变
扬起蓝色的风帆

青春的步伐
让我们迈起吧
迎接新的一年
新的开始
越过重峦
跨过艰险
抵达成功的彼岸

金牌学子

精品

高中新课标导学策略

——让学习变得轻松——

金牌学子JINPAIXUEZI系列图书

图书在版编目（CIP）数据

高中新课标导学策略 · 数学.2-1：必修/孙玉成主编

-济南：黄河出版社，2007. 10

ISBN 978-7-80152-887-2

I . 高… II . ①孙… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第146940号

本册主编 李青峰

高中新课标导学策略 必修2

数学 人教A版

出 版 黄河出版社
社 址 山东省济南市英雄山路21号，250002
印 刷 莱芜市正顺印务有限公司
开 本 880×1230 1/16
印 张 99 3610千字
版 次 2009年8月第3版
印 次 2009年8月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-80152-887-2
定 价 231.00元（全套）

目录

Contents

必修 2

人教 A 版·数学

第一章　空间几何体

1.1　空间几何体的结构

1.1.1　柱、锥、台、球的结构特征/1

1.1.2　简单组合体的结构特征/1

1.2　空间几何体的三视图和直观图

1.2.1　中心投影与平行投影/5

1.2.2　空间几何体的三视图/5

1.2.3　空间几何体的直观图/9

1.3　空间几何体的表面积与体积

1.3.1　柱体、锥体、台体的表面积与体积/12

1.3.2　球的体积和表面积/12

第二章　点、直线、平面之间的位置关系

2.1　空间点、直线、平面之间的位置关系

2.1.1　平面/19

2.1.2　空间中直线与直线之间的位置关系/22

2.1.3　空间中直线与平面之间的位置关系/26

2.1.4　平面与平面之间的位置关系/26

2.2　直线、平面平行的判定及其性质

2.2.1　直线与平面平行的判定/28

2.2.2　平面与平面平行的判定/28

2.2.3　直线与平面平行的性质/32

2.2.4　平面与平面平行的性质/32

2.3　直线、平面垂直的判定及其性质

2.3.1　直线与平面垂直的判定/35

2.3.2　平面与平面垂直的判定/39

2.3.3　直线与平面垂直的性质/42

2.3.4　平面与平面垂直的性质/42

第三章　直线与方程

3.1　直线的倾斜角与斜率

3.1.1　倾斜角与斜率/52

3.1.2　两条直线平行与垂直的判定/55

3.2　直线的方程

3.2.1　直线的点斜式方程/58

3.2.2　直线的两点式方程/58

3.2.3　直线的一般式方程/61

3.3　直线的交点坐标与距离公式

3.3.1　两条直线的交点坐标/63

3.3.2　两点间的距离/63

3.3.3　点到直线的距离/67

3.3.4　两条平行直线间的距离/67

第四章　圆与方程

4.1　圆的方程

4.1.1　圆的标准方程/73

4.1.2　圆的一般方程/76

4.2　直线、圆的位置关系

4.2.1　直线与圆的位置关系/79

4.2.2　圆与圆的位置关系/83

4.2.3　直线与圆的方程的应用/83

4.3　空间直角坐标系

4.3.1　空间直角坐标系/86

4.3.2　空间两点间的距离公式/86

向着梦想的高度飞翔

第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构

1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征

1.1.2 简单组合体的结构特征

定位 知能达标 >>> 激活思维的原点

1. 能识别棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台及球等空间几何体.

2. 会描述棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台及球等空间几何体的结构特征.

3. 会描述简单几何体的结构特征.

4. 会初步讨论柱体、锥体、台体的分类.

5. 掌握简单组合体的合成与分解.

6. 在了解棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台及球的概念过程中，培养观察、分析、概括问题的能力，以及类比的思想方法，养成善于思考的良好习惯.

1 自主·研习新知

边填边思研新知

走进生活

材料：如图是一次体育比赛中的冠军奖杯.

读后有思：这个奖杯是由哪些基本几何体组成的？

提示：观察图形结构，与柱、锥、台、球等基本几何体联系起来.

基础梳理

1. 空间几何体

空间中的物体都占据着空间的一部分，若只考虑这些物体的________，而不考虑其他因素，那么由这些物体抽象出来的________就叫做空间几何体.

2. 空间几何体的分类

(1)多面体

由若干个________围成的几何体叫多面体，围成多面体的各个多边形叫做多面体的____，相邻两个面的公共边叫做多面体的____，棱与棱的公共点叫做多面体的____.

(2)旋转体

由一个平面图形绕它所在平面内的________旋转所形成的________叫做旋转体，这条定直线叫做旋转体的____.

3. 多面体的结构特征

(1)棱柱

有两个面互相____，其余各面都是______，并且每相邻两个四边形的公共边都互相____，由这些面所围成的多面体叫做棱柱. 棱柱中，________的面叫做棱柱的底面，简称底；______叫做棱柱的侧面；相邻侧面的______叫做棱柱的侧棱；侧面与底面的______叫做棱柱的顶点.

(2)棱锥

有一个面是______，其余各面都是有一个公共顶点的________，由这些面所围成的多面体叫做棱锥. 这个______叫做棱锥的底面或底；有公共顶点的各个______叫做棱锥的侧面；各侧面的______叫做棱锥的顶点；相邻侧面的______叫做棱锥的侧棱.

(3)棱台

用一个__________的平面去截棱锥，底面和截面之间的部分叫做棱台. 原棱锥的____和____分别叫做棱台的下底面和上底面.

4. 旋转体的结构特征

(1)圆柱

以________所在直线为旋转轴，其余三边旋转形成的面所围成的______叫做圆柱. ______叫做圆柱的轴；______的边旋转而成的____叫做圆柱的底面；______的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面；无论旋转到什么位置，________的边都叫做圆柱侧面的母线.

(2)圆锥

以直角三角形的________所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做____.

(3)圆台

用平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与______之间的部分叫做______. 与圆柱和圆锥一样，圆台也有____、____、____、____.

(4)球

以半圆的____所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体，简称球. ________叫做球的球

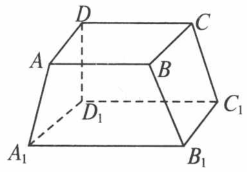
心,____________叫做球的半径,____________叫做球的直径.

5. 简单组合体

由简单几何体__________的几何体叫做简单组合体.

思考感悟

如图所示的六面体一定是棱台吗?



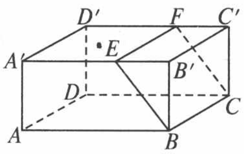
2 互动·导悟要点

导悟结合击要点

要点一 空间几何体的判断

典例1透析

【例1】如图所示,长方体 $ABCD-A'B'C'D'$.



当用平面 $BCFE$ 把这个长方体分成两部分后,各部分形成的几何体还是棱柱吗?如果不是,说明理由;若是,指出底面及侧棱.

解:截面 $BCEF$ 右上方部分是棱柱 $BEB'-CFC'$,

其中$\triangle BEB'$和$\triangle CFC'$是底面.

EF、$B'C'$,BC 为侧棱.

截面 $BCFE$ 左下方部分是棱柱 $ABEA'-DCFD'$,

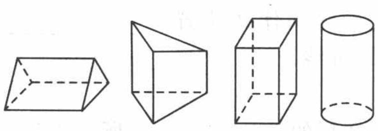
其中四边形 $ABEA'$和四边形 $DCFD'$是底面.

$A'D'$,EF,BC,AD 为侧棱.

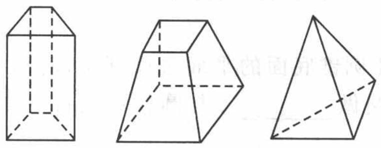
灵犀一点 棱柱定义中有两个面互相平行,指的是两底面互相平行,但是棱柱的放置方式不同,两底面的位置也不同.

迁移2领悟

1. 如图所示几何体中是棱柱的有　　(　　)



①　②　③　④

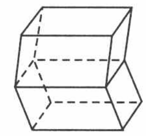


⑤　⑥　⑦

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

反思3提升

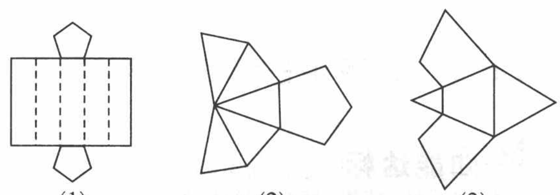


注意"有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形"的几何体未必就是棱柱,如图所示的几何体有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形,但这个几何体不是棱柱,而是两个棱柱的组合体.

要点二 多面体

典例1透析

【例2】如图是三个几何体的侧面展开图,请问各是什么几何体?



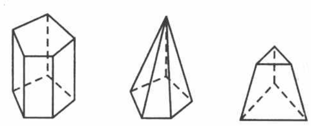
(1)　(2)　(3)

解:由图形可以看出这些几何体的特点是:

①都是多面体;②(1)中的折痕是平行线,是棱柱;(2)中折痕交于一点,是棱锥;(3)中侧面是梯形,是棱台.

所以:(1)是五棱柱;(2)是五棱锥;(3)是三棱台.

如图所示,

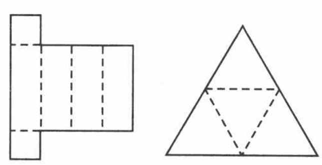


(1)　(2)　(3)

灵犀一点 解此类问题应结合常见的几何体的定义和结构特征,通过空间想象或亲自动手,制作侧面展开图进行实践.

迁移2领悟

2. 根据图中所给出的平面图形,折叠成几何模型,并画出空间图形.



(1)　(2)

反思3提升

在开始学习立体几何时,要学会观察、想象、分析,要记住一些特殊的物体或图形,并熟练掌握.

要点三　旋转体

典例 1 透析

【例 3】下列说法不正确的是　　(　　)

A. 圆柱的侧面展开图是一个矩形

B. 圆锥中过轴的截面是一个等腰三角形

C. 直角三角形绕它的一条边旋转一周形成的曲面围成的几何体是圆锥

D. 圆台中平行于底面的截面是圆

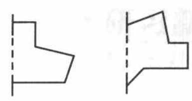
解析：当绕直角三角形的斜边旋转一周时，形成的几何体是共底的两个圆锥，因此 C 错.

答案：C

灵犀一点　由定义知圆锥的轴截面是等腰三角形；圆柱的轴截面是矩形；球的截面是圆.

迁移 2 领悟

3. 如图(1)、(2)中绕虚线旋转一周后形成的立体图形是由哪些简单几何体构成的.



(1)　　(2)

反思 3 提升

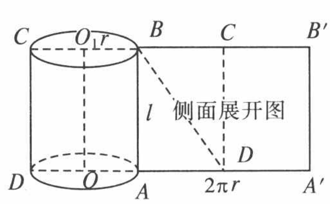
通过向旋转轴引垂线，使得多边形分割成基本的简单的图形(矩形、直角三角形、直角梯形等)，分别判断简单图形旋转后的旋转体，然后再组合就能得到复杂多边形旋转后的几何体了.

3 探究·升华思维

探究深化活思维

综合探究

【典例】如图圆柱侧面上有两点 B、D，在 D 处有一只蜘蛛，在 B 处有一只苍蝇，蜘蛛沿怎样的路线行走才能以最短的路程逮着苍蝇？最短距离是多少？



解：圆柱的侧面是曲面，难以计算 B、D 间的距离，将圆柱的侧面展开成平面，在平面内解决该问题.

如图将圆柱的侧面沿母线 AB 展开即得矩形 $AA'B'B$，其中 D、C 分别为 AA' 与 BB' 的中点.

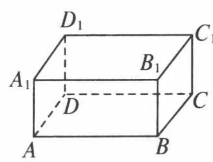
在矩形 $ADCB$ 中，$AB=CD=l$，$AD=BC=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r=\pi r$，连接 BD，则 $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{l^2+\pi^2r^2}$.

依据平面内两点之间线段最短知蜘蛛沿着线段 DB 直走时路程最短，最短距离为 $\sqrt{l^2+\pi^2r^2}$.

总结：空间几何问题常转化为平面几何问题来解决. 规则几何体的侧面展开图有着非常重要的应用.

迁移应用

如图，在三边长分别为 2，3，4 的长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 表面上从 A 点到 C_1 点的最短距离是多少？



解：把长方体的各面展开成平面图形有三种方式，距离分别为：

$\sqrt{(2+3)^2+4^2}=\sqrt{41}$，

$\sqrt{(2+4)^2+3^2}=\sqrt{45}$，

$\sqrt{(3+4)^2+2^2}=\sqrt{53}$，

故从 A 到 C_1 点的最短距离为 $\sqrt{41}$.

4 实践·成就素养

迁移应用成能力

A 级　学业水平达标

1. 给出下列命题：①经过圆柱任意两条母线的截面是一个矩形；②连接圆柱上、下底面圆周上两点的线段是圆柱的母线；③圆柱的任意两条母线互相平行. 其中正确命题的个数为　　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

2. 有一个正三棱锥和一个正四棱锥，它们所有的棱长都相等，把这个正三棱锥的一个侧面重合在正四棱锥的一个侧面上，则所得到的这个组合体是　　(　　)

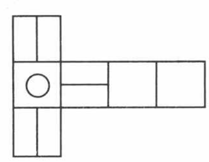
A. 底面为平行四边形的四棱柱

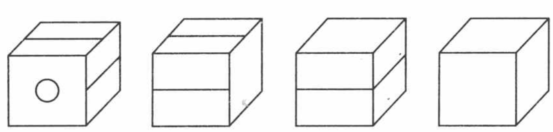
B. 五棱锥

C. 无平行平面的六面体

D. 斜三棱柱

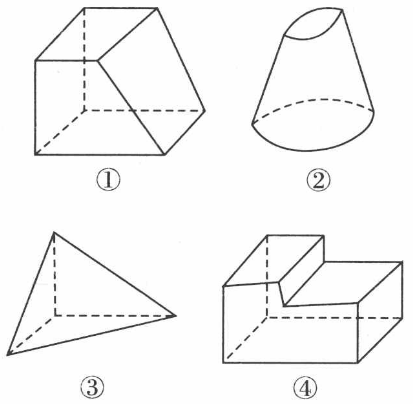
3. 如图，是未折叠的正方体的展开图，将其折叠起来，变成正方体后，图形是　　(　　)





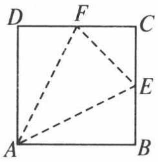
A　　B　　C　　D

4. 观察下列四个几何体,其中判断正确的是 ( )



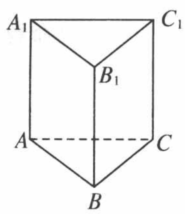
A. ①是棱台　　B. ②是圆台
C. ③是棱锥　　D. ④不是棱柱

5. 正方形 $ABCD$ 中,E、F 分别为 BC、CD 的中点,沿 AE、AF、EF 将其折成一个多面体,则此多面体是______.

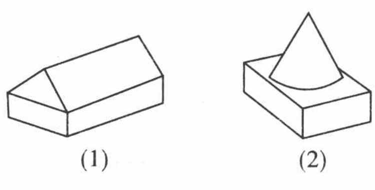


6. 下列命题中:
①用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面和截面之间的部分叫棱台;②棱台的各侧棱延长后一定相交于一点;③圆台可以看作直角梯形以其垂直于底边的腰所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面围成的几何体;④半圆绕其直径所在直线旋转一周形成球.
正确命题的序号是______.

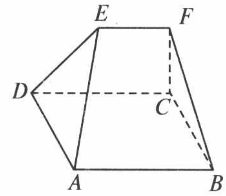
7. 如图所示的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$,请你用一个平面把它分成两部分,一部分是一个三棱锥,另一部分是一个四棱锥.



8. 指出如图所示图形是由哪些简单几何体构成.



9. 如图,四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$EF\parallel AB$,$EF=\frac{1}{2}AB$,问几何体 $EF-ABCD$ 是否是棱柱或棱锥?若不是,它与棱柱或棱锥有何关系?



10. 已知圆锥的底面半径为 r,高为 h,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内接于圆锥,求这个正方体的棱长.

B级 创新探究实践

11. 在棱长为 a 的正方体盒内装有五个球,其中四个是半径为 r 的等球放在盒底四角,另一个大球半径为 R,放在四个等球的上面.若四个等球相邻两个外切,且还与正方体的侧面及下底面相切,而这个大球分别与这四个等球相切,且与上底面相切,试用 a 表示 R、r.

1.2　空间几何体的三视图和直观图

1.2.1　中心投影与平行投影

1.2.2　空间几何体的三视图

定位 知能达标 >>> 激活思维的原点

1. 通过观察,了解平行投影和中心投影的概念和简单性质.

2. 理解空间几何体的三视图和直观图都是平行投影.

3. 理解三视图的含义,能画出简单几何体三视图及利用三视图识别几何体.

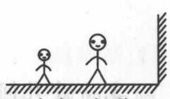
4. 通过绘制空间几何体的三视图,理解几何体在平面上的表示方法,理解三视图在机械制造、工程建设中的应用,通过三视图想象空间几何体.

1 自主·研习新知

边填边思研新知

走进生活

材料:如图所示,小明和小亮两人站在一面墙前,小亮在小明的右面,经太阳光照射后,小明的头部影子正好落在墙角处.



小亮　小明

读后有思:小亮的影子是否在小明的脚下?

提示:由数学中的几何关系及物理学中光沿直线传播的知识,利用平行投影,做出小亮的影子.

基础梳理

1. 投影

(1)投影的定义

由于光的照射,在不透明物体后面的屏幕上可以留下这个物体的影子,这种现象叫做______. 其中,我们把____叫做投影线,把____________的屏幕叫做投影面.

(2)投影的分类

①中心投影:光由_________散射形成的投影.

②平行投影:在一束_________照射下形成的投影.

在平行投影中,当投影线____________时,叫做正投影,否则叫做_______.

2. 三视图

(1)概念

①正视图:光线从几何体的______向______正投影,得到的投影图.

②侧视图:光线从几何体的______向______正投影,得到的投影图.

③俯视图:光线从几何体的______向______正投影,得到的投影图.

④几何体的________、________和________统称为几何体的三视图.

(2)三视图的画法规则

①______视图都反映物体的长度——“长对正”;

②______视图都反映物体的高度——“高平齐”;

③______视图都反映物体的宽度——“宽相等”.

(3)三视图的排列顺序

先画正视图,侧视图在正视图的______,俯视图在正视图的______.

思考感悟

甲、乙两位同学分别站在同一个几何体的左右两侧,他们画的三视图一样吗?

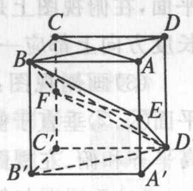
2 互动·导悟要点

导悟结合击要点

要点一　平行投影的概念

典例 1 透析

【例 1】在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,E、F 分别是 $A'A$、$C'C$ 的中点,判断下列命题的正确性.



①四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影是正方形;

②四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影是菱形;

③四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影与在面 $ABB'A'$ 内的投影是全等的平行四边形.

解:①四边形 $BFD'E$ 的四个顶点在底面 $ABCD$ 内的投影分别是点 B、C、D、A,故投影是正方形,正确;

②设正方体的边长为 2,则 $AE=1$,取 $D'D$ 的中点 G,则四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影是四边形 $AGD'E$,由 $AE\parallel D'G$,且 $AE=D'G$,∴四边形 $AGD'E$ 是平行四边形,但 $AE=1$,$D'E=\sqrt{5}$,故四边形 $AGD'E$ 不是菱形,错误. 对于③由②知是两个边长分别相等的平行四边形,从而③正确.

灵犀一点　解答本题主要根据平行投影的定义知投影线垂直于投影面,从而确定四边形 $BFD'E$ 四点在各投影面的位置,再把各投影点连线成图,就可以做出判断.

迁移 2 领悟

1. 下列选项正确的有____________.

(1)矩形的平行投影一定是矩形;

(2)梯形的平行投影一定是梯形;

(3)两条相交直线的投影可能平行;

(4)如果一个三角形的平行投影仍是三角形,那么它的中

位线的平行投影,一定是这个三角形的平行投影的中位线.

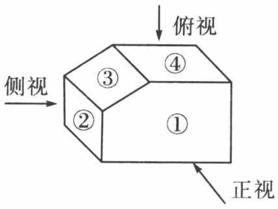
反思3提升

确定图形的平行投影形状,主要抓住图形中的端点,先确定端点在投影面的位置,顺次连接端点,就可以确定投影图形.

要点二　作空间几何体的三视图

典例1透析

【例2】把图中的物体用三视图表达出来.



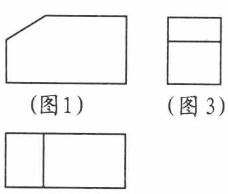
解:(1)画正视图:按正视图的投影方向,从前往后看,物体上的平面①是平行于正面的,正视图上反映平面①的实形.而平面②、③、④都垂直于正面,积聚为直线,与平面①的轮廓重合.所以,物体的正视图就是平面①的轮廓形状,见图1.

(2)画俯视图:如图2从上往下看,平面④与水平面平行,平面①②垂直于水平面,积聚为直线.平面③倾斜于水平面,在俯视图上是缩小的等边数图形.画俯视图在左右的长度方向上都应一一对正.

(3)画侧视图:如图,从左往右看,平面②平行于侧面,平面①、④垂直于侧面,平面③与侧面倾斜.根据主、侧视图高平齐和俯、左视图宽相等的对应关系,对应画出侧视图.

(4)正视图与俯视图之间的间隔A,正视图与左视图之间的间隔B,不一定相等.但必须保证各视图内的线都应按三种视图投影规律画出.

物体的三视图如图所示.



(图1)　(图3)

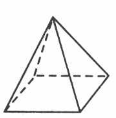
(图2)

灵犀一点　(1)画图时要保证"长对正,高平齐,宽相等".

(2)侧视图只能是从左向右看.

迁移2领悟

2. 画出如图所示的正四棱锥的三视图.



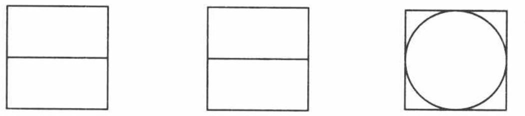
反思3提升

三视图的安排方法是正视图与侧视图在同一水平位置,且正视图在左,侧视图在右,俯视图在正视图的正下方.

要点三　由三视图还原几何体

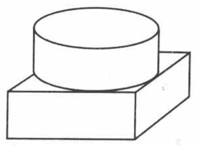
典例1透析

【例3】根据三视图(如图所示)想象物体原形,并画出物体的实物草图:



正视图　侧视图　俯视图

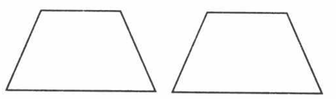
解:物体原形由一个圆柱和一个(正)四棱柱组成.直观图如图所示.



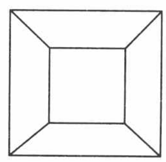
灵犀一点　由三视图到立体图形,要仔细分析和认真观察三视图,充分想象立体图的样子,看图和想图是两个重要步骤,"想"于"看"中,形体分析的看图方法是解决此类还原问题的常用方法.

迁移2领悟

3. 一个几何体的三视图如图所示,判断该物体的形状.



正视图　侧视图



俯视图

反思3提升

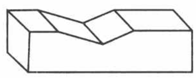
由三视图判断几何体时要注意发挥想象力,弄清三个视图的实际含义.

3 探究·升华思维

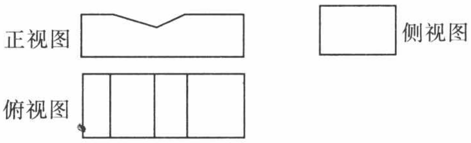
㊂探究深化活思维

易错点拨

【典例】画出如图所示的三视图.

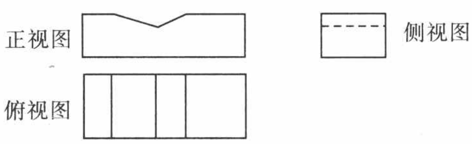


错解：



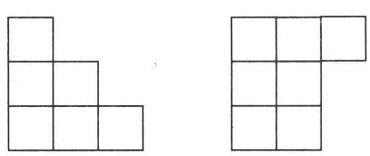
错因：三视图出现多处错误. 首先，正视图和侧视图的高应该是相等的，而所画的三视图没有做到这一点. 其次，侧视图的宽应该与俯视图的宽一致，这一点也没有做到. 最后，侧视图中有一条看不到的棱，一般应该用虚线表示出来.

正解：



综合探究

【典例】用小方块搭一个几何体，使得它的正视图和俯视图如图所示，这样的几何体只有一种吗？它至少需要多少个小方块？最多需要多少个小方块？



正视图　　俯视图

解：由俯视图可知此几何体应是有三行和三列，且第三列的第一行、二行都没有小方块，其余的各列各行都有小方块，再根据正视图，第一列中至少有一行是三层，第二列中至少有一行是二层，第三列第三行只有一层，这样就可推出小方块的个数. 最少要 10 个小方块，最多要 16 个小方块.

总结：由于观察中会出现一定的“遮挡”，所以如果只有部分物体的视图，这个几何体的形状就可能不确定. 因此，三视图的学习能培养我们的空间想象能力.

迁移应用

如图是一些立体图形的视图，试想它们可能是哪一种立体图形的视图.

(1)　　(2)

解：(1)可能为球、圆柱.

(2)可能为棱锥、圆锥、棱柱.

4 实践·成就素养

㊃迁移应用成能力

A级 学业水平达标

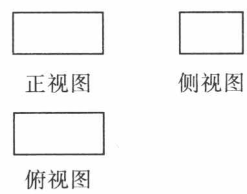
1. 以下不属于三视图的是　　(　　)

A. 正视图　　B. 侧视图　　C. 后视图　　D. 俯视图

2. 一图形的投影是一条线段，这个图形不可能是　　(　　)

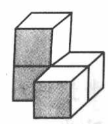
A. 线段　　B. 圆　　C. 梯形　　D. 长方体

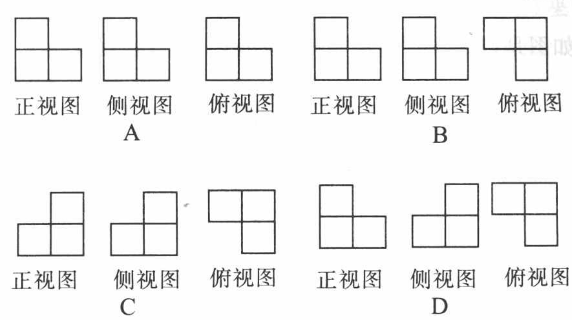
3. 如图所示的是一个立体图形的三视图，请说出立体图形的名称为　　(　　)



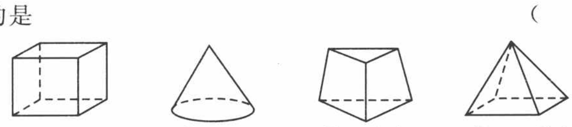
A. 圆柱　　B. 棱锥　　C. 长方体　　D. 棱台

4. 四个正方体按如图所示的方式放置，其中阴影部分为我们观察的正面，则该物体的三视图正确的为　　(　　)





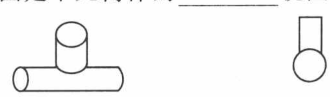
5. 下列几何体各自的三视图中，有且仅有两个视图相同的是　　(　　)



①正方体　　②圆锥　　③三棱台　　④正四棱锥

A. ①②　　B. ①③　　C. ①④　　D. ②④

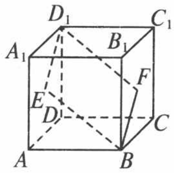
6. 如图所示，乙图是甲几何体的________视图.

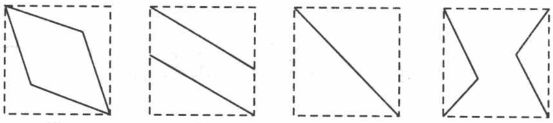


甲　　乙

7. 如图，E、F 分别是正方体的面 ADD_1A_1 和面 BCC_1B_1 的中心，则四边形 BFD_1E 在该正方体的面上的正投影可能

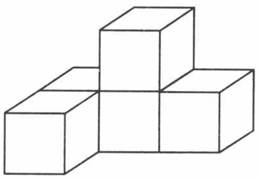
是下图①②③④中的__________(要求:把可能的图的序号都填上).



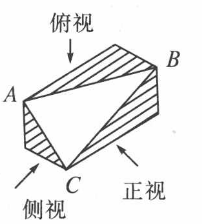


① ② ③ ④

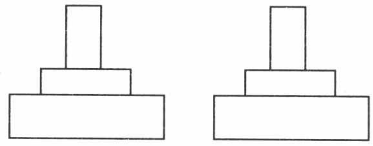
8. 如图是用五个小正方体搭成的几何体,请画出它的三视图.



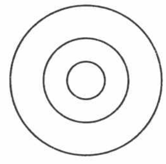
9. 如图是截去一角的长方体,画出它的三视图.



10. 一个几何体的三视图如图所示,请说出这个几何体的结构特征,并画出这个几何体.



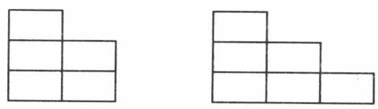
正视图 侧视图



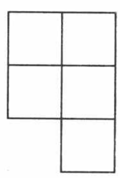
俯视图

Ⓑ级 创新探究实践

11. 某建筑由若干个面积相同的房间组成,其三视图如下,其中每一个小矩形表示一个房间.



正视图 侧视图



俯视图

(1)该楼有几层?共有多少个房间?

(2)画出此楼的大致形状.

1.2.3　空间几何体的直观图

定位　知能达标

>>> 激活思维的原点

1. 会用斜二测画法画空间几何体的直观图.

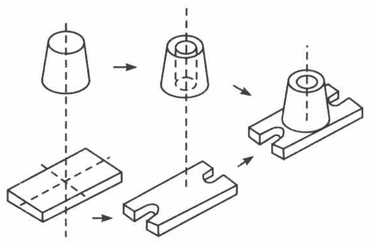
2. 通过学习三视图和直观图这两种不同的几何体的表现形式,养成规范作图的习惯.

1　自主·研习新知

边填边思研新知

走进生活

材料:如图为工厂中常见支承座的直观图的画图过程.



读后有思:你从中可以得到什么启示?

提示:较复杂的几何体的直观图的画法,可以看作是由简单的几何体经组合后形成的.

基础梳理

1. 用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图的步骤

(1)画轴:在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴,两轴相交于点 O. 画直观图时,把它们分别画成对应的 x' 轴与 y' 轴,其交点为 O',且使 $\angle x'O'y'=$______(或______),它们确定的平面表示________.

(2)画线:已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段,在直观图中分别画成平行于______或______的线段.

(3)取长度:已知图形中平行于 x 轴的线段,在直观图中________________,平行于 y 轴的线段,长度为原来的______.

2. 立体图形直观图的画法

画立体图形的直观图,在画轴时,要多画一条与平面 $x'O'y'$ 垂直的轴 $O'z'$. 且平行于 $O'z'$ 的线段长度______. 其他同平面图形的画法.

思考感悟

一个正方形经过斜二测画法画出的直观图面积与原正方形面积相等吗?

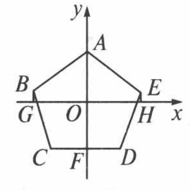
2　互动·导悟要点

导悟结合击要点

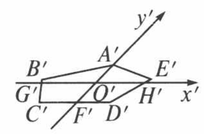
要点一　水平放置的平面图形的直观图

典例 1 透析

【例 1】用斜二测画法画水平放置的正五边形的直观图.



图①



图②

解:(1)建立如图①所示的直角坐标系 xOy,再建立如图②所示的坐标系 $x'O'y'$,使 $\angle x'O'y'=45°$.

(2)在图①中作 $BG\perp x$ 轴于 G,$EH\perp x$ 轴于 H. 在坐标系 $x'O'y'$ 中作 $O'H'=OH$,$O'G'=OG$,$O'A'=\frac{1}{2}OA$,$O'F'=\frac{1}{2}OF$. 过 F' 作 $C'D'\parallel x'$ 轴,且 $C'D'=CD$,$C'F'=D'F'$.

(3)在坐标系 $x'O'y'$ 中,过 G' 作 $G'B'\parallel y'$ 轴,且 $G'B'=\frac{1}{2}BG$. 过 H' 作 $H'E'\parallel B'G'\parallel y'$ 轴,且 $H'E'=\frac{1}{2}HE$. 连接 $A'B'$,$B'C'$,$D'E'$,$E'A'$,得五边形 $A'B'C'D'E'$,即为正五边形 $ABCDE$ 的平面直观图.

灵犀一点　画水平放置的平面图形的直观图的一般步骤是:①建立合适的直角坐标系和斜角(夹角为 45°)坐标系;②确定特殊点在斜角坐标系中的位置;③连线成图.

迁移 2 领悟

1. 用斜二测画法画边长为 4 cm 的水平放置的正三角形的直观图.

反思 3 提升

同样是正三角形,如果直角坐标系的位置选择不同,作出的直观图可能不同.

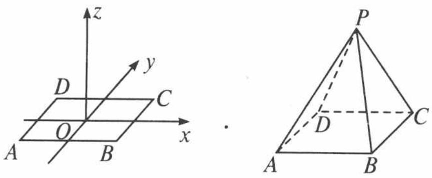
要点二　空间几何体的直观图

典例 1 透析

【例 2】画出底面是正方形,侧棱都相等的四棱锥的直

观图.

解:画法:(1)画轴



画 Ox 轴、Oy 轴、Oz 轴,$\angle xOy=45°$(或 $135°$),$\angle xOz=90°$,如图.

(2)画底面

以 O 为中心在 xOy 平面内,画出正方形直观图 $ABCD$.

(3)画顶点

在 Oz 轴上截取 OP,使 OP 的长度是原四棱锥的高.

(4)成图

顺次连接 PA、PB、PC、PD,并擦去辅助线,得四棱锥的直观图.

灵犀一点 四棱锥底面的直观图按平面图形的直观图画法规则进行.平行于 z 轴(竖轴)的线段,在直观图中的长度和平行性不变.

迁移 2 领悟

2. 画出侧棱垂直于底面的正五棱柱的直观图.

反思 3 提升

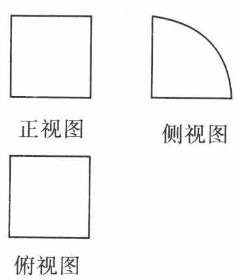
画空间几何体的直观图在建好系后,主要是点的确定,运用点的画法,画出顶点,连线.

看的见的地方用实线,被遮住的部分用虚线(或不画),就得到了空间图形的直观图.

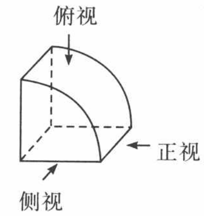
要点三 三视图与直观图的联系

典例 1 透析

【例 3】 根据如图所示三视图想象物体原形,并画出物体的实物草图.



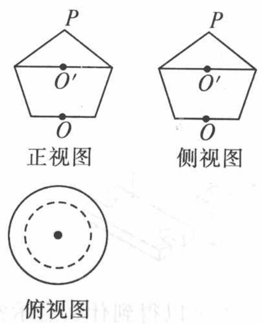
解:实物图如图所示.



灵犀一点 由三视图画几何体的直观图首先要认清几何体的形状与大小是解决此类问题的关键一步,然后按斜二测画法原则及其步骤作出其直观图即可.

迁移 2 领悟

3. 如图,已知几何体的三视图,用斜二测画法画出它的直观图.



反思 3 提升

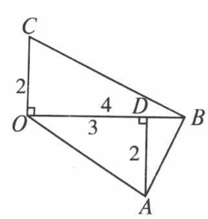
空间几何体的三视图与直观图有着密切的联系.三视图能帮助人们从不同侧面和不同角度认识几何体的结构特征,直观图是对空间几何体的整体刻画,我们可以根据直观图的结构来想象实物的形状,同时能由空间几何体的三视图得到它的直观图,也能够由几何体的直观图得到它的三视图.

3 探究·升华思维

探究深化活思维

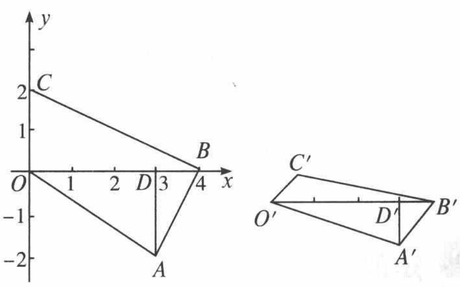
易错点拨

【典例】 画出如图四边形 $OABC$ 的直观图(图中数据已经给出).



错解:以 O 为原点,OB 所在的直线为 x 轴建立直角坐标系 xOy,如图(1),作 $\angle C'O'B'=45°$,其中 $O'B'$ 是水平的,$O'B'=4$,$O'D'=3$,

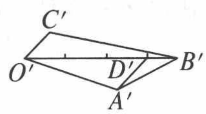
$O'C'=1$,过 D' 作 $\angle B'D'A'=90°$,使 $A'D'=1$,顺次连接 $O'A'$,$A'B'$,$B'C'$,所得四边形 $O'A'B'C'$ 即为四边形 $OABC$ 的直观图,如图(2).



(1)　　(2)

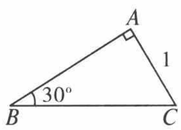
错因:坐标轴上的点 O,B,C 画得正确,点 A 的直观位置画错了.

正解:如图所示,作 $\angle C'O'B'=45°$,其中 $O'B'$ 是水平的,$O'B'=4$,$O'D'=3$,$O'C'=1$.过点 D' 作 $\angle B'D'A'=135°$,使 $A'D'=1$,顺次连接 $O'A'$,$A'B'$,$B'C'$,所得四边形即为四边形 $OABC$ 的直观图.



综合探究

【典例】 用斜二测画法得到一水平放置的三角形为直角三角形 ABC,$AC=1$,$\angle ABC=30°$,如图所示,试求原图的面积.



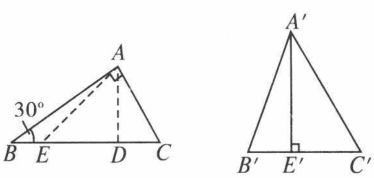
解:如图所示,作 $AD\perp BC$ 于 D,在 BD 上取一点 E,使 $DE=AD$,由 $AC=1$,

可知 $BC=2$,$AD=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$AE=\frac{\sqrt{6}}{2}$,

由斜二测画法可知,原图 $\triangle A'B'C'$ 中:

$B'C'=BC=2$,$A'E'=2AE=\sqrt{6}$,

$\therefore S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{2}B'C'\cdot A'E'=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{6}=\sqrt{6}$.



总结:按斜二测画法得到的平面图形的直观图的面积是原图形面积的$\frac{\sqrt{2}}{4}$.

迁移应用

已知$\triangle ABC$ 的平面直观图$\triangle A'B'C'$是边长为 a 的正三角形,那么原$\triangle ABC$ 的面积为　(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$　　D. $\sqrt{6}a^2$

解析:$\because S_{\triangle A'B'C'}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\div\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$.

答案:C

4 实践·成就素养

迁移应用成能力

A级 学业水平达标

1. 下面的说法正确的是　(　　)

A. 水平放置的正方形的直观图可能是梯形

B. 两条相交直线的直观图可能是平行直线

C. 互相垂直的两条直线的直观图仍然互相垂直

D. 平行四边形的直观图仍是平行四边形

2. 水平放置的$\triangle ABC$ 有一边在水平线上,它的直观图是正$\triangle A_1B_1C_1$,则$\triangle ABC$ 是　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 任意三角形

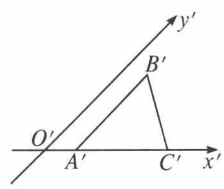
3. 如图,是水平放置的$\triangle ABC$ 的直观图$\triangle A'B'C'$,$A'B'\parallel y'$轴,则$\triangle ABC$ 是　(　　)

A. 等边三角形

B. 等腰三角形

C. 直角三角形

D. 等腰直角三角形



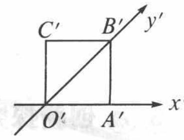
4. 如图所示,正方形 $A'B'C'O'$ 的边长为 1 cm,它是水平放置的一个平面图形的直观图,则原图形的周长是　(　　)

A. 6 cm

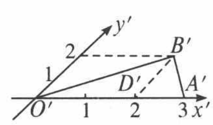
B. 8 cm

C. $(2+3\sqrt{2})$ cm

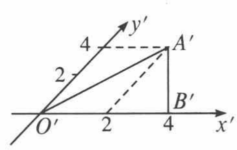
D. $(2+2\sqrt{3})$ cm



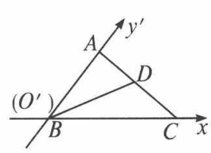
5. 如图为水平放置的$\triangle ABO$ 的直观图$\triangle A'B'O'$,由图判断原三角形中 AB、BO、BD、OD 由小到大的顺序为__________.



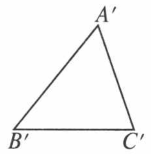
6. 如图,是$\triangle AOB$ 用斜二测画法画出的直观图,则$\triangle AOB$ 的面积是__________.



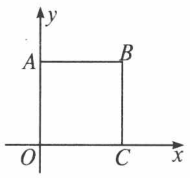
7. 如图所示是水平放置的$\triangle ABC$ 在直角坐标系中的直观图,其中 D 是 AC 的中点,原$\triangle ACB$ 中,$\angle ACB\neq30°$,则原图形中与线段 BD 的长相等的线段有______条.



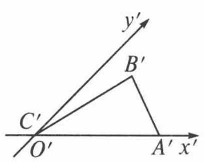
8. 如图所示,已知$\triangle ABC$在一个平面内的直观图是$\triangle A'B'C'$,则$\triangle ABC$的BC边上的中线在这个平面内的直观图的作法是__________.



9. 如图所示,为一个水平放置的正方形$ABCO$,它在直角坐标系xOy中,点B的坐标为$(2,2)$,则在用斜二测画法画出的正方形的直观图中,顶点B'到x'轴的距离为________.

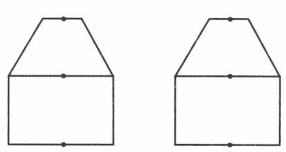


10. 如图,$\triangle A'B'C'$是水平放置的平面图形的斜二测直观图,将其恢复成原图形.

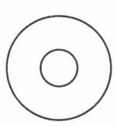


B级 创新探究实践

11. 根据三视图(如图),画出物体直观图.



正视图　　侧视图



俯视图

1.3 空间几何体的表面积与体积

1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积

1.3.2 球的体积和表面积

定位 知能达标 >>> 激活思维的原点

1. 理解柱体、锥体、台体的表面积和侧面积及体积的概念,了解它们的表面展开图和侧面展开图.

2. 了解棱柱、棱锥、棱台的表面积和侧面积的计算方法,会根据条件计算它们的表面积、侧面积和体积.

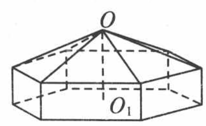
3. 会求球的表面积和体积.

1 自主·研习新知

边填边思研新知

走进生活

材料: 设计一个账篷,它下部的形状是高为1 m的正六棱柱,上部的形状是侧棱长为3 m的正六棱锥(如图所示).



读后有思: 若要求账篷的体积为$16\sqrt{3}\ m^3$,试问帐篷的顶点O到底面中心O_1的距离为多少?

提示: 根据柱体和锥体的体积公式计算.

基础梳理

1. 表面积公式

(1)如果圆柱的底面半径为r,母线长为l,那么圆柱的底面积为______,侧面积为______,圆柱的表面积为________.

(2)如果圆锥的底面半径为r,母线长为l,那么圆锥的底面积为______,侧面积为______,表面积为________.

(3)圆台的上、下底面半径分别为r'、r,母线长为l,则其侧面积为________,表面积为__________.

(4)球的半径为R,则球的表面积为________.

2. 体积公式

(1)柱体的底面面积为S,高为h,则体积为______.

(2)锥体的底面面积为S,高为h,则体积为________.

(3)台体的上、下底面面积分别为S'、S,高为h,则体积为__________.

(4)球的半径为R,则体积为________.

?思考感悟

空间几何体的体积公式是用什么原理推出的?

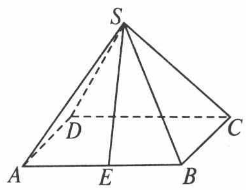
2 互动·导悟要点

导悟结合击要点

要点一 空间几何体的表面积

典例 1 透析

【例 1】 已知棱长均为 5,各侧面均为正三角形的四棱锥 $S-ABCD$,求它的侧面积、表面积.



解:∵四棱锥 $S-ABCD$ 的各棱长均为 5,

∴各侧面都是全等的正三角形.

设 E 为 AB 中点,则 $SE\perp AB$,

∴$S_{侧}=4S_{\triangle SAB}=4\times\frac{1}{2}AB\times SE=2\times5\times\sqrt{5^2-(\frac{5}{2})^2}=25\sqrt{3}$,

$S_{表面积}=S_{侧}+S_{底}=25\sqrt{3}+25=25(\sqrt{3}+1)$.

灵犀一点 求棱柱、棱锥、棱台的表面积,关键是知道各个面的形状,利用初中已学的面积公式直接根据条件求各个面的面积.

迁移 2 领悟

1. 圆台的上、下底面半径分别是 10 cm 和 20 cm,它的侧面展开图的扇环的圆心角是 180°,那么圆台的表面积是多少?

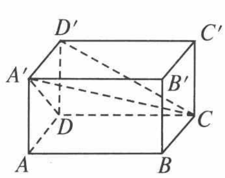
反思 3 提升

解决台体的问题通常要还台为锥,求面积时要注意侧面展开图的应用,如果是圆台,上下底面圆的周长是展开图的弧长.

要点二 空间几何体的体积

典例 1 透析

【例 2】 如图所示,在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$中,截下一个棱锥 $C-A'DD'$,求棱锥 $C-A'DD'$的体积与剩余部分的体积之比.



解:已知长方体可以看成直四棱柱 $ADD'A'-BCC'B'$,

设它的底面 $ADD'A'$面积为 S,高为 h,

则它的体积为 $V=Sh$.

而棱锥 $C-A'DD'$ 的底面积为 $\frac{1}{2}S$,高是 h,故棱锥 $C-A'DD'$的体积为

$V_{C-A'DD'}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}Sh=\frac{1}{6}Sh$.

余下的体积是 $Sh-\frac{1}{6}Sh=\frac{5}{6}Sh$.

所以棱锥 $C-A'DD'$的体积与剩余部分的体积之比为 1∶5.

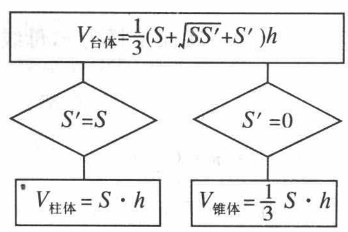
灵犀一点 计算多面体的体积,基础仍是多面体中一些主要线段的关系,要求概念清楚,能根据条件找出其底面及相应的高.

迁移 2 领悟

2. 圆台的上、下底面半径和高的比为 1∶4∶4,母线长为 10,求圆台的体积.

反思 3 提升

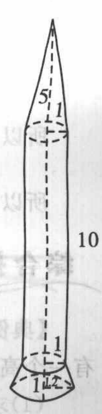
台体的体积公式中,如果令 $S'=S$,就得到柱体的体积公式 $V_{柱体}=Sh$;如果令 $S'=0$,就得到锥体的体积公式 $V_{锥体}=\frac{1}{3}Sh$. 这样就得到柱体、锥体、台体的体积公式之间的关系,如图所示,可见柱体、锥体的体积公式是台体的体积公式的特例.



要点三 体积与表面积的综合问题

典例 1 透析

【例 3】 如图所示,已知一个火箭的上面部分是一个圆锥,其高为 5 m,底面半径为 1 m,中间部分是一个圆柱,其高为 10 m,底面半径为 1 m,最后部分是一个圆台,其高为 1 m,上底半径为 1 m,下底半径为 1.2 m,求该火箭的表面积和体积.($\pi\approx3.14$)



解:该火箭的表面积为 $S_{表}=S_{锥侧}+S_{柱侧}+S_{台侧}+S_{圆台下底}=\pi\times1\times\sqrt{5^2+1^2}+2\pi\times1\times10+\pi\times\sqrt{(1.2-1)^2+1^2}\times(1+1.2)+\pi\times1.2^2\approx90.38\ m^2$.

该火箭的体积为 $V=\frac{1}{3}\pi\times1^2\times5+\pi\times1^2\times10+\frac{1}{3}\pi\times1\times(1^2+1\times1.2+1.2^2)\approx40.44\ m^3$.

灵犀一点 求简单组合体的表面积和体积,一般需对其分解,然后分别求简单几何体的面积和体积,再求和.