

谢新宇
刘开富 著
张继发

边坡及基础工程 数值分析新进展



科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书采用任意拉格朗日-欧拉(ALE)有限元法及再生核质点(RKPM)无网格法分析边坡、基坑、路堤等的稳定性和地基极限承载力。内容主要包括:ALE有限元法及RKPM无网格法的基本理论;采用ALE有限元法及RKPM无网格法分析均质、双层及含软弱夹层的天然土质边坡的破坏性状及稳定性;采用基于Mohr-Coulomb非软化模型、软化模型的ALE有限元法分析软土地基上基坑放坡开挖过程及其破坏性状;采用ALE有限元法研究单层和双层地基上路堤的快速填筑过程及其破坏性状;采用RKPM无网格法讨论流动法则及基底粗糙程度对条形基础承载力系数的影响。

本书可供从事基础及边坡工程数值计算研究的科研及教学人员使用,也可供广大土木工程设计、施工等方面的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

边坡及基础工程数值分析新进展/谢新宇,刘开富,张继发著.一北京:科学出版社,2010.8

ISBN 978-7-03-028681-9

I. ①边… II. ①谢…②刘…③张… III. ①边坡-道路工程-数值计算
②地基-基础(工程)-数值计算 IV. ①U416.1②TU47

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 161393 号

责任编辑:周 炜 王志欣 / 责任校对:桂伟利
责任印制:赵 博 / 封面设计:鑫联必升

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010 年 8 月第一次印刷 印张:15 1/4

印数:1—2 000 字数:294 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

边坡与基础工程的数值分析对计算方法有特定的要求,如能够真实反应土体性状的本构模型、能够进行有效应力和孔压的计算、可以准确模拟塑性区的大变形等。ALE 有限元法及 RKPM 无网格法在这些方面有着特殊的适用性。

该书内容丰富,首先介绍了 ALE 有限元法及 RKPM 无网格法的基本理论;然后结合一系列实例,采用 ALE 有限元法和 RKPM 无网格法分析了双层及含软弱夹层的天然土质边坡的破坏性状及稳定性;采用基于非软化模型及软化模型的 ALE 有限元法分析了软土地基上基坑放坡开挖过程及其破坏过程;采用 ALE 有限元法研究单层和双层地基上路堤的快速填筑过程及其破坏性状;运用 RKPM 无网格法,分析讨论了流动法则及基底粗糙程度对条形基础承载力系数的影响。

在计算实例的选择上,该书并没有直接给出复杂的工程实例,而是采用简单却具有说明性的例子,通过这些简单算例的计算结果与岩土力学中基本的理论解答进行相互印证,这样可以帮助读者正确理解模型简化、参数选择、边界条件设置等对计算结果的影响,从而循序渐进地学习。

该书的三位作者中,谢新宇教授长期从事岩土工程理论分析与数值计算的研究工作,刘开富副教授和张继发副研究员都是我以前指导的博士后,他们在浙江大学工程与科学计算研究中心做博士后研究期间,做了较多的基于 ALE 有限元和 RKPM 无网格法的相关研究工作,该书的部分内容是他们研究成果的总结。



浙江大学长江学者特聘教授
工程与科学计算研究中心主任

2010 年 8 月

前　　言

边坡稳定性和地基承载力问题涉及土体极限状态及破坏机理,传统的分析方法较多采用基于经验系数的简化公式,并在工程实践中得到广泛应用。由于边坡及地基的破坏过程涉及大变形问题,采用传统方法难以有效分析其渐进破坏过程中的工程性状,因此近年来随着计算机技术的快速发展,以有限元法为代表的,特别是能分析大变形问题的各种数值计算方法在岩土工程中得到大量应用,以便有效分析边坡及地基等破坏过程中的工程性状。

本书偏重于 ALE 有限元法及 RKPM 无网格法在边坡稳定分析和浅基础承载力计算中的应用,并展示其模拟这些问题的适用性。作为将新的计算力学理论方法用于岩土工程分析的尝试,本书主要介绍了 ALE 有限元法及 RKPM 无网格法的基本理论及数值计算的实现,还介绍了其在土质边坡、放坡基坑开挖、填筑路堤稳定分析及浅基础承载力分析方面的许多算例,其中包括几个工程实例的分析。为了推进这些数值计算方法在岩土工程中的应用,尚需深入研究并选择合理的土性本构关系及其参数。

本书共分为 8 章,第 1 章介绍了 ALE 有限元法和无网格法的研究进展,并简单介绍了本书的主要研究内容;第 2 章介绍了 ALE 有限元法及 RKPM 无网格法的基本理论及数值计算的实现,并结合简单算例对程序进行了验证分析;第 3 章在介绍边坡稳定分析方法及其破坏判断准则基础上,提出了有限元法分析边坡失稳的破坏判断准则。

第 4 章主要介绍了大变形 ALE 有限元法在边坡工程中的应用。采用分岔理论简单研究了边坡中的局部化问题,并采用强度折减法分别对均质土质边坡、双层地基上土质边坡、含软弱夹层的黏土边坡等的边坡稳定性及其失稳破坏性状进行了分析,同时分析了一失稳边坡的工程实例。

第 5 章采用 RKPM 无网格法分析了边坡工程问题。采用强度折减法分析了均质土质边坡、双层地基上土质边坡、含软弱夹层的黏土边坡等的稳定性及破坏性状,并分析了一失稳破坏的边坡工程实例。

第 6 章采用大变形 ALE 有限元法分析了基坑开挖问题。结合放坡基坑开挖工程的特点,采用弹塑性模型及应变软化模型对基坑的放坡开挖失稳破坏性状进行分析,并结合工程实例进行了对比分析。

第 7 章采用大变形 ALE 有限元法分析了路堤填筑工程问题。分析了单层地基上路堤填筑、含硬壳层的双层地基上的路堤填筑问题;并针对不同地基条件下的

路堤填筑问题,研究地基土体、路堤填料及硬壳层土体强度对填筑临界高度及路堤破坏性状的影响;最后采用大变形 ALE 有限元法分析了连云港铁路路堤填筑试验的过程及破坏性状。

第 8 章采用 RKPM 无网格法分析了条形基础的承载力。详细讨论了流动法则及基底粗糙程度对承载力系数的影响,并分析了不同的流动法则及基底粗糙程度与地基破坏模式之间的关系;同时对比分析了考虑黏聚力、超载和自重三项因素情况下无网格法的结果与经典的地基承载力公式的结果。

本书的分工情况如下:第 1、3 章由浙江大学谢新宇撰写;第 4、6、7 章由浙江理工大学刘开富撰写;第 2、5、8 章由浙江大学张继发撰写,杨红坡博士参与了第 5 章的撰写。全书由谢新宇统稿。

感谢浙江大学岩土工程研究所曾国熙教授、潘秋元教授、谢康和教授等一直以来的支持与帮助。特别感谢浙江大学郑耀教授为本书作序。在本书撰写过程中,浙江大学岩土工程研究所的吴健、朱凯、李晶、马伯宁、韩冬冬、李金柱、王忠瑾等博士生,吴勇华、王龙、刘斌等硕士生及赵志远高工提供了许多帮助,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平所限,书中难免有疏漏和不妥之处,敬请读者批评指正。

目 录

序

前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 ALE 有限元法的研究现状	2
1.2.1 ALE 描述在流体力学及流固耦合问题的应用	3
1.2.2 ALE 法在固体力学中的应用	7
1.2.3 ALE 法的网格算法研究	11
1.3 无网格法研究进展	12
1.3.1 无网格法的研究历史	12
1.3.2 无网格法的近似函数及离散方案	14
1.3.3 无网格法与有限元法的比较	16
1.4 本书的主要内容	16
第2章 理论基础及程序验证	18
2.1 引言	18
2.2 ALE 有限元法的基本理论简介	19
2.2.1 ALE 方法基本描述	19
2.2.2 ALE 基本控制方程及有限元离散	20
2.2.3 ALE 有限元程序及验证	24
2.3 RKPM 法的基本理论及其核函数	30
2.3.1 RKPM 法的基本理论	30
2.3.2 RKPM 的核函数	33
2.3.3 一种变换的 RKPM 形函数	37
2.4 RKPM 的离散形式与验证	38
2.4.1 二维弹性问题的基本方程	38
2.4.2 变分原理及离散形式	38
2.4.3 RKPM 的数值积分方案	39
2.4.4 简单数值算例	41
2.5 弹塑性增量分析 RKPM 求解格式	47

2.5.1 弹塑性增量分析 RKPM 求解格式	47
2.5.2 地基承载力算例分析	50
2.6 本章小结	52
第3章 边坡稳定分析方法及破坏判断准则	53
3.1 引言	53
3.2 边坡极限平衡法及其研究进展	54
3.2.1 滑移线法(上限解)	55
3.2.2 极限平衡分析条分法	55
3.3 边坡稳定有限元分析的发展	59
3.4 强度折减法发展及研究现状	62
3.5 有限元方法分析边坡失稳的破坏判断准则	66
3.6 本章小结	70
第4章 土质边坡稳定 ALE 有限元法分析	71
4.1 引言	71
4.2 分岔理论局部化判断标准及土质边坡渐进破坏分析	72
4.2.1 常用的应变局部化分析方法	72
4.2.2 应变局部化的产生条件	74
4.2.3 分岔理论局部化判断准则在土质边坡渐进破坏中的应用	75
4.3 均质土质边坡的渐进破坏及稳定分析	79
4.3.1 有限元计算因素及影响因素分析	79
4.3.2 均质土质边坡的渐进破坏及稳定分析算例	87
4.4 双层及含软弱夹层地基的土质边坡破坏及稳定分析	91
4.4.1 双层地基边坡的破坏性状及稳定分析	91
4.4.2 带有软弱夹层黏土边坡的破坏性状及稳定分析	98
4.5 边坡工程实例分析	106
4.5.1 杜湖岭滑坡岩土体的工程地质性质	109
4.5.2 杜湖岭滑坡的地下水、滑坡体特征及滑坡破坏形成机制	111
4.5.3 杜湖岭滑坡稳定及破坏的大变形有限元分析	112
4.6 本章小结	119
第5章 土质边坡稳定 RKPM 分析	122
5.1 引言	122
5.2 基于 RKPM 的边坡稳定性的影响因素分析	122
5.2.1 离散点密度的影响	123
5.2.2 屈服准则的影响	125

5.2.3 流动法则的影响	126
5.3 基于应变分析的临界滑动面确定方法	128
5.3.1 临界滑裂面的搜索方法	129
5.3.2 依据滑裂面确定安全系数	131
5.3.3 临界滑面搜索算例	133
5.4 双层及含软弱夹层土质边坡的稳定性分析	134
5.4.1 双层地基边坡的破坏性状及稳定分析	134
5.4.2 含软弱夹层土质边坡的稳定性分析	137
5.5 边坡工程实例分析	141
5.5.1 滑坡区地形地貌	141
5.5.2 滑坡区工程地质条件	142
5.5.3 水文地质条件	142
5.5.4 滑坡分布特征及 RKPM 分析	142
5.6 本章小结	145
第 6 章 软土地区基坑放坡开挖的 ALE 有限元破坏分析	147
6.1 引言	147
6.2 软黏土的工程性质及其应力-应变关系	148
6.2.1 Mohr-Coulomb 软化模型	149
6.2.2 有限元计算中软化模型的选择	151
6.3 均质基坑放坡开挖破坏性状研究	152
6.3.1 均质软土地基放坡开挖的非软化分析	153
6.3.2 均质基坑放坡开挖软化分析	155
6.3.3 侧向土压力系数取值对基坑放坡开挖计算的影响	158
6.4 软土基坑放坡开挖破坏实例分析	159
6.4.1 某大楼基坑放坡开挖的非软化分析	160
6.4.2 某大楼基坑放坡开挖的软化分析	162
6.5 本章小结	165
第 7 章 软土地基上填筑路堤性状分析的 ALE 有限元分析	166
7.1 引言	166
7.2 单层地基上路堤填筑有限元分析	167
7.2.1 基于 Mohr-Coulomb 模型的单层地基上路堤填筑有限元分析	167
7.2.2 地基土体及填土性质对临界填筑高度及破坏性状的影响	171
7.3 双层地基上路堤填筑的有限元破坏分析	177
7.3.1 硬壳层强度相等情况下双层地基上路堤填筑有限元分析	177

7.3.2 硬壳层强度不等情况下双层地基上路堤填筑的有限元分析	180
7.4 连云港路堤填筑实例破坏分析	182
7.4.1 路堤填筑试验概况	182
7.4.2 填筑路堤破坏过程及其破坏性状	184
7.4.3 填筑路堤破坏的有限元分析	185
7.5 本章小结	190
第8章 条形浅基础极限承载力 RKPM 分析	192
8.1 引言	192
8.2 地基承载力的传统理论方法	192
8.2.1 极限平衡法	192
8.2.2 滑移线场法	193
8.2.3 极限分析法	194
8.3 地基再生核质点法计算模型	195
8.3.1 计算模型	195
8.3.2 重力荷载的施加	196
8.4 地基承载力系数比较分析	196
8.4.1 土体模型及参数	196
8.4.2 承载力系数 N_c	196
8.4.3 承载力系数 N_q	199
8.4.4 承载力系数 N_y	201
8.4.5 地基极限承载力比较	204
8.5 双层地基极限承载力分析	205
8.5.1 基础宽度及超载对承载力的影响	206
8.5.2 基底粗糙度及砂层厚度对承载力的影响	208
8.6 本章小结	210
参考文献	212

第1章 绪论

1.1 引言

岩土工程分析方法很多,早期的岩土工程师主要依靠一些简单的力学模型结合实践经验进行工程的设计计算。工程项目复杂性的增加和计算机技术的发展使人们越来越多地采用数值方法进行基础和边坡工程的分析计算。

边坡、基坑、路堤等的破坏性状及其渐进破坏过程中,由于在达到破坏时其变形及应变都较大,小变形假设将不适用,采用小变形有限元方法(finite element method,FEM)不再合适,因而有必要采用大变形有限元方法或无网格法(meshless or meshfree method)分析破坏性状。

土体渐进破坏及其性状研究是近年来岩土工程研究的热点问题,主要与边坡、基坑、路堤等工程相关。世界各地普遍发生的自然灾害之一——山体滑坡也是与岩土渐进破坏相关的问题。

边坡开挖是常见的工程活动,地下开挖会触发地面沉降和滑坡,如湖北盐池河磷矿由于地下开挖导致边坡突然滑坡;1985年12月24日天生桥二级水电站首部右侧挡土墙施工时发生由于边坡开挖导致的滑坡(陈祖煜,2003a)。土方填筑也是导致滑坡的一个重要因素,在饱和软弱地基上修建堤坝、路堤,经常导致堤坝、路堤和地基一起滑动;如2001年发生在长江大堤江西马湖段软弱地基上滑坡,连云港铁路填土路基的失稳破坏等。高填方本身也会在填筑工程中发生滑坡;水库蓄水后库区经常发生大规模的崩岸和滑坡,如1963年10月9日,意大利高267m的瓦依昂拱坝的库区发生总量达2.75亿m³的超大体积滑坡。天然滑坡发生时通常没有人类活动、降雨、地震等明显的触发因素,此类滑坡多呈渐进性破坏特征,触发滑坡的主要因素为滑带土由峰值强度向残余强度的过渡,如1983年3月17日17时发生于甘肃酒泉山的滑坡(陈祖煜,2003a)。基坑开挖也会导致土体失稳,由于基坑围护不当造成极大损失,如发生于1994年9月1日的上海市中心广东路的某大厦基坑失稳(赵锡宏等,1996)及1993年发生在石家庄的某购物中心基坑失稳(唐业清等,1999)。

因此,土体渐进破坏的稳定分析是一个十分重要的课题,它对工程的经济性和安全性有着重要的影响。而稳定安全系数作为衡量稳定性的安全度指标,其计算结果受到诸多因素的影响,正确选择边坡、基坑及路堤等工程稳定所要求的稳定安

全系数,对正确评价工程的稳定性具有十分重要的作用。

目前,工程设计中常用的边坡稳定分析方法为极限平衡法,该方法以安全系数为度量标准,假定土体是理想塑性材料,按照极限平衡原则进行受力分析,完全不考虑土体的应力-应变关系。极限平衡法是半经验的方法,与目前的勘察、试验所得原始数据的精度相匹配,方法简便易行,所以国内外仍然沿用它作为工程设计的主要手段,对于大型工程或地基情况复杂时,再辅助以模型试验和综合评价分析。极限平衡法经过长期的工程实践证明不失为一种有效的、实用的设计方法,在应用过程中分析方法和控制标准在相当大的程度上依赖工程经验和判断。

由于土体具有非线性、弹塑性及剪胀性等性质,刚塑性应力应变假设的极限平衡法存在先天的理论缺陷,难以合理分析边坡失稳破坏机理等问题,因此有必要探索新的考虑土体工程性质的分析方法,以便满足客观实际。随着有限元方法的发展及逐渐成熟,有限元方法成为分析此类问题的一种有效方法。通过有限元方法分析边坡稳定不仅可以得到边坡的稳定安全系数,还可以得到边坡内的应力应变等,同时采用有限元方法还可以考虑基坑的开挖过程及路堤的填筑过程,同样也可以得到基坑开挖过程及路堤填筑过程中的应力分布及变形等。

1.2 ALE 有限元法的研究现状

非线性连续介质力学的有限元分析方法已取得了很多令人瞩目的进展。根据描述物体运动方法的不同,可以归为两大类,即欧拉(Eulerian)描述方法和拉格朗日(Lagrangian)描述方法。在流体力学有限元中主要采用欧拉描述方法,在固体力学大变形问题中绝大多数研究工作都使用拉格朗日描述方法(张雄等,1997; Margolin,1997)。

欧拉描述方法又称空间描述方法,它以现时构形为参考构形来建立物体的运动学和动力学方程。欧拉描述的计算网格是固定在空间的,即计算网格在物体的变形过程中始终保持不变,因此可以很容易地处理物体的扭曲。但其对移动界面的处理需要引入非常复杂的数学映射,这将可能导致较大的误差;另外在欧拉描述中使用普通的伽辽金(Galerkin)离散时,由于迁移项的影响,会导致有限元方程中的系数矩阵是非对称的,增加了求解的困难,而且还可能得到振荡数值解。

拉格朗日描述方法又称物质描述方法,它以初始构形为参考构形来建立物体的运动学和动力学方程。拉格朗日描述的特点是计算网格固定在物体上随物体一起运动,即网格点与物质点在物体的变形过程中始终保持重合,因此物质点与网格

点间不存在相对运动(即迁移运动,又称对流运动)。因而拉格朗日描述大大简化了控制方程的求解过程,并且能准确描述物体的移动界面,同时可跟踪质点的运动轨迹。但在涉及特别大的变形问题时,物质的扭曲将导致计算网格的畸形,因而会造成拉格朗日网格相交,将导致计算不能继续下去。

拉格朗日和欧拉运动描述方法上存在差异,纯拉格朗日和纯欧拉描述都存在各自的缺陷,但也具有各自的优势。如果能将两者有机地结合,充分吸收各自处理问题的优势,克服各自的缺点,则可解决那些只用纯拉格朗日或纯欧拉描述所解决不了的问题。在研究中,克服拉格朗日方法网格相交的一个有效措施是重分网格;这就是每一步(对时间步长而言)或相隔若干步,将拉格朗日网格重新划分,把由于扭曲而显得畸形的网格换成尽可能规整的新网格;新网格的力学量根据旧网格上的力学量按照质量、动量、能量守恒的原则加以重新计算。当然,这样的拉格朗日方法严格说来已经不再是跟踪物体运动的纯拉格朗日方法,而是一种欧拉方法和拉格朗日方法相结合的新方法——任意拉格朗日-欧拉法(arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE)。

ALE 方法最早由 Noh(1964)以耦合欧拉-拉格朗日(coupled Eulerian-Lagrangian)的术语提出,并且与有限差分法相结合,求解了一个带有移动边界的二维流体动力学问题。

ALE 描述为拉格朗日描述和欧拉描述的联合使用提供了一条有效的途径。它的一个重要特征是将计算网格基于参考坐标进行划分,计算网格可以在空间中以任意的形式运动,也就是说计算网格可以独立于物质坐标系和空间坐标系运动。这样通过规定合适的网格运动形式可以准确地描述物体的移动界面,并使单元在运动过程中保持合理形状,克服了纯拉格朗日描述和纯欧拉描述的缺陷。类似于欧拉描述,在 ALE 描述下的控制方程中也将出现对流项,因此也可能得到振荡解,需要进行相应的数值处理。实际上,纯粹的拉格朗日描述和欧拉描述是 ALE 描述的两个特例,即当网格的运动速度等于物体的运动速度时,ALE 描述就退化为拉格朗日描述,而当网格固定在空间不动时,ALE 描述就退化为欧拉描述,因此 ALE 描述提供了一种将两种描述方法统一的描述,其对比如图 1.1 所示。

1.2.1 ALE 描述在流体力学及流固耦合问题的应用

虽然 Noh(1964)建立了基于可以自由运动的参考构形上的控制方程,但在程序实现时实际上是假定整个计算区域只能使用拉格朗日描述和欧拉描述中的一种,而不能使网格自由运动。

ALE 描述提出后,很快被应用到解决流体力学及流固耦合问题的有限差分程序中。Trulio(1966)采用 ALE 描述法研制了求解可压缩流体流动问题的有限差

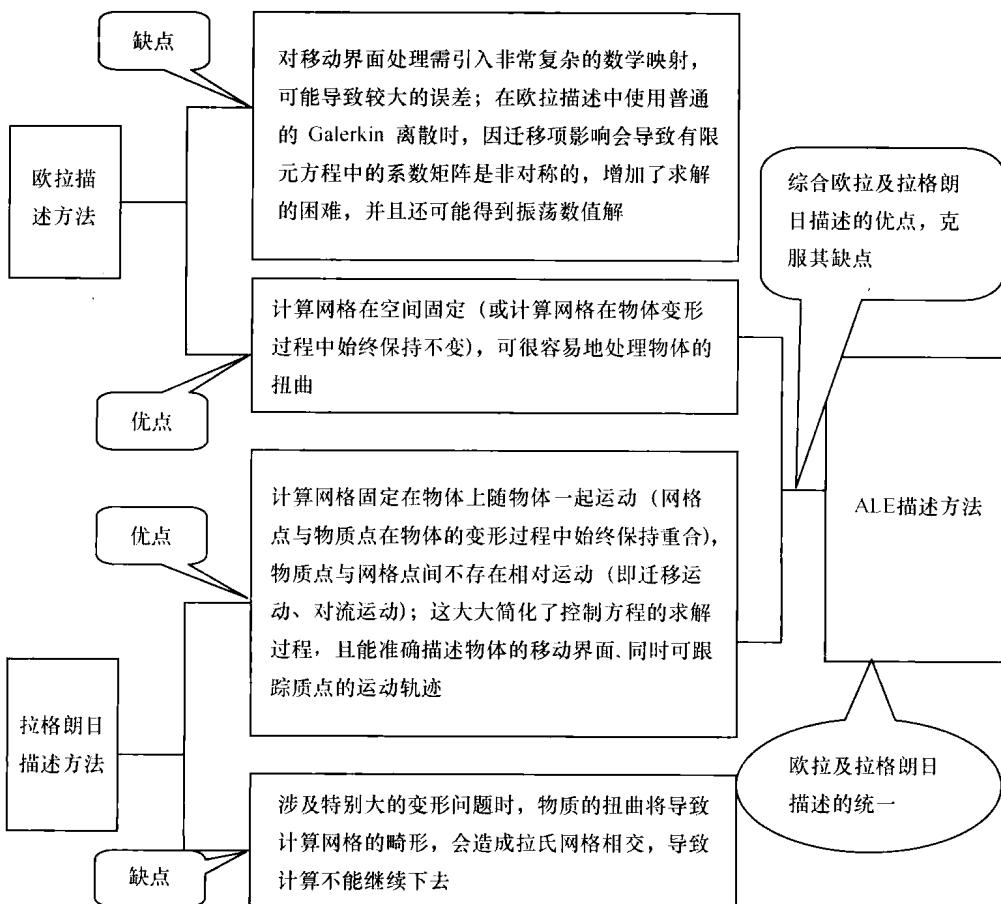


图 1.1 欧拉、拉格朗日、ALE 三种描述方法对比

分程序 AFTON。Hirt 等(1974)将 ALE 描述与求解方程的隐式积分格式结合,解决了具有任意流动速度的二维流体流动问题,并研制了相应的有限差分程序 YAQUI。Stein 等(1977)将 ALE 描述推广到具有任意形状活动边界的三维时间依赖性流动问题中,用以处理三维边界条件,并通过一个六面体受水平波作用问题的实例,得到了与实验相符合的有关结论,Pracht(1975)也将 ALE 推广到具有任意形状的移动边界的三维流动问题中。Amsden 等(1981;1980)研制了二维、三维简化 ALE 格式有限差分程序 SALE 和 SALE-3D,并在设计程序时认为每个单元只由一种材料组成。袁帅(2003)借助于 ALE 方法的早期程序 SHALE 的基本框架,开发研制了二维弹塑性流 ALE 方法计算程序 HEPALE;程序包含用弹塑性本构模型和 Gruneisen 状态方程来描述固体材料的行为;采用 JWL 状态方程来描述爆轰产物的性质,并模拟了爆轰波阵面的传播;同时应用 HEPALE 程序对平面碰撞、铜棒

碰撞刚性壁(Taylor 杆问题)、爆轰波的传播、炸药驱动金属平板和柱壳进行了数值模拟，并与有关理论解析结果或者实验结果及 LS-DYNA 程序、拉格朗日程序的计算结果进行了比较，如图 1.2 所示。

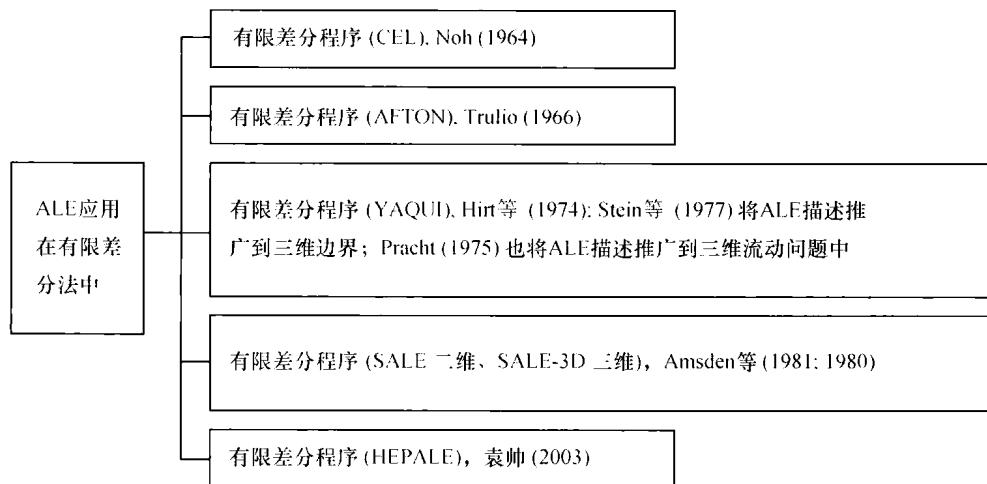


图 1.2 ALE 在有限差分法中的应用

以上的研究工作都是将 ALE 描述方法嵌入有限差分方法中，并且只考虑了无黏性可压缩流体，解决了部分流固耦合问题。同时，ALE 描述方法被引入到有限单元中，最初是为了满足核反应堆结构安全分析中的非线性数值模拟技术的需要，并用它求解流体与结构相互作用瞬态问题。

因核反应堆结构安全分析的需要，Donea (1977)、Belytschko 等 (1980; 1978) 分别将 ALE 法引入有限元法中，用以求解流体与结构相互作用问题。Liu 等 (1986b) 较好地解决了容器中液面的大晃动问题。Hughes 等 (1981) 建立了 ALE 描述的运动学理论，并使用有限元法解决了黏性不可压缩流体流动和自由表面流动问题。Belytschko 等 (1982) 及 Nitikitpaiboon 等 (1993) 解决了液体中高压气泡的扩展，还讨论了边界的大幅度运动和容器中的液体泄漏等问题。Liu (1981) 利用 ALE 有限元对储液箱在地震荷载作用下产生的液面晃动、动态弯曲、储液箱与液体交界面处结构的动力学行为进行了研究，给出了相应的 ALE 处理方法及数值计算格式。Liu 等 (1991) 基于 ALE 有限元和自适应网格技术对材料加工成型过程进行数值模拟，对流固交界面的处理采用了 ALE 描述和外力虚功率联合运用方法，给出了一个改进的牛顿迭代公式，讨论了 ALE 有限元在非线性问题中应用的策略问题。Huerta 等 (1988) 发展了 ALE 描述的一般理论框架，并相应地推导了在自由液面大幅度晃动下非线性黏性流动的 ALE-PG 有限元计算格式，还在程

序实现时使用预测-多步校正的方法,为 ALE 的发展与广泛应用提供坚实的理论基础。

Liu 等(1988)对 ALE 描述的运动学方程进行了线性化处理,给出了切线刚度矩阵的积分形式,并对算法的稳定性作了初步的研究。Liu 等(1986a)将 ALE 描述方法应用于路径相关性材料问题,并建立了路径相关材料在 ALE 描述下有限元计算的一般格式,导出了 ALE 有限元显式时间积分算法,并将其理论在一维弹塑性波动动力学问题中加以应用,得到了满意的结果。Nomura 等(1992)、Nomura(1994)研究了受弹簧支撑的刚体在黏性不可压流体中的耦合运动,在研究中采用 ALE 描述方法处理耦合的边界条件,使用 SU/PG(stream-line upwind/Petrov-Galerkin)方法在流体域上进行空间离散,并运用预测-多步校正方法进行时间步积分。Nitikitpaiboon 和 Bathe(1993)选取速度势和密度作为流体区域的变量,导出了相应的 ALE 有限元计算格式。Koo 等(2000)从能量观点出发,应用虚功原理建立了可压缩黏性流动的 ALE 动力学方程,并直接对哈密顿正则方程进行有限元离散。Margolin(1997)对 ALE 有限元法做了综述,并指出了与 ALE 方法发展密切相关的三个难题,即三个重要的研究方向:方法的理论研究、计算格式的构造、新旧网格上物理量重映计算。

国内学者在这方面的研究始于 20 世纪 90 年代。刘志宏等(1993)将 ALE 描述法与边界元方法相结合,利用 ALE 网格可任意移动的特性,对自由液面的大晃动问题进行研究,实现了控制点的自由跟踪,避免了单元的畸变。曾江红等(1996)在研究具有自由液面大幅晃动的 Navier-Stokes 方程的数值求解时,对流体区域采用 ALE 运动学描述,使网格自由移动,并采用流线迎风(SU/PG)加权余量法处理强对流项。温德超等(1996)用 ALE 方法研究三维自由液面问题。岳宝增等(1998)将 ALE 边界元法应用于非线性晃动问题,并应用 Galerkin 加权余量方法对动力学边界条件进行有限元离散,在时间上采用 Newmark 方法进行离散,推导了预测-多步校正的计算格式。郑群等(1997a; 1997b)推导了旋转叶轮内流湍流 Navier-Stokes 方程计算的 ALE 格式,并以亚网格(SGS)模式模拟了湍流运动。刘向军等(1999)选用与流动方向较一致的网格体系,应用 ALE 算法对四角切向燃烧煤粉锅炉炉膛内冷态流场进行了模拟,得到稳定的数值计算结果。蒋莉等(2000)将 ALE 描述方法与有限体积法相结合对流体的控制方程进行空间离散,采用预测-多步校正的方法求解流体和结构的运动方程。岳宝增(2000)详细介绍了 ALE 分步有限元方法,该方法避免了对速度、压力插值函数的 LBB(Ladyzhenskaya-Babuska-Brezzi)限制条件,由于速度和压力可用同阶线性插值函数,这就使有限元方程在算法上结构简单,在保证精度的前提下,使得计算过程的实现简单易行,尤其采用集中质量法后,可以得到求解速度的显式格式;同时采用分步有限元方法成功模拟了复杂腔体中的三维大幅晃动问题,并进一步考虑了微重力环境下

的表面张力的效应。王建军等(2001)采用 Galerkin 格式和 Newmark 法对 ALE 描述的 Navier-Stokes 方程进行空间域和时间域离散, 得到相应的 Newmark-压力修正求解公式, 通过算例的分析得到较好的结果。岳宝增等(2001a; 2001b)对 ALE 描述法在非线性流固耦合和有限元中的运用作了进一步的研究; 他们在计算中采用时间分步格式, 在空间域上利用 Galerkin 加权余量法对系统方程进行数值离散, 并分别对圆形储箱中三维液体非线性晃动和结构与 TLD(tuned liquid damper)装置之间的耦合问题进行了数值模拟。孙江龙等(2002)直接从 Navier-Stokes 方程和连续性方程出发, 采用四边形单元对求解区域进行网格划分, 并借助 Galerkin 加权余量法导出了相应的 ALE 有限元控制方程, 其在计算过程中速度项和压力项均采用线性插值方法进行插值。邱清水(2003)采用 ALE 法对输流管道在黏性流动下耦合振动问题进行了数值研究。邢景棠等(1997)对流固耦合力学进行了概述, 并指出了应用 ALE 有限元法存在的问题。张雄等(1997)对任意拉格朗日-欧拉描述法的研究进行了综述, 给出了 ALE 有限元法的公式, 对其在流固耦合问题中的应用进行了分析, 并对 ALE 有限元法的发展进行了展望。ALE 有限元法在流体及流固耦合中的应用及其发展如图 1.3 和图 1.4 所示。

1.2.2 ALE 法在固体力学中的应用

由于几何复杂性、大变形、有限滑移、材料非线性等因素的影响, 固体间的接触问题是复杂的。有限元法是分析接触问题的有效方法, 主要有界面元法、变分不等式、参变量变分原理及应力杂交元法等。用有限元求解接触问题时, 在界面上需设置分别属于各自物体的两个节点。为了准确满足界面相容条件和计算接触应力, 不论两个物体是黏接还是相互滑移, 在变形过程中节点对必须保持重合。在拉格朗日描述中, 物体的接触区域在求解前是未知的, 因此很难使接触区的节点对在变形过程中始终保持重合。为了求解接触问题, 一般需要使用非常精密的网格, 而且对有限滑移问题还需求解单边位移约束的最优化问题。

Haber 等(1983)采用 ALE 有限元法模拟了柔性结构的大变形接触问题, 把位移分类为拉格朗日位移和欧拉位移, 通过使接触面单元上节点对的拉格朗日位移相等而实现滑移边界相容条件, 但切向的欧拉位移独立且可以不同, 这样在变形过程中接触面上的节点对始终保持重合, 而物质点可以沿切向相对于网格点运动。Haber(1984)提出了 ALE 有限元法的运动描述和虚功原理, 这种方法很容易处理物体之间的摩擦接触(Haber et al., 1985a; 1985b; Haber, 1984)、加工成型(Liu et al., 1991; Huetink et al., 1990; Huetink et al., 1989; Huetink et al., 1987; Liu et al., 1987; Schreurs et al., 1986; Huetink, 1982)及碰撞(Liu et al., 1988; Benson, 1989)等大变形问题; 这种方法后来被推广应用于准静态固体力学和弹性断裂力学。在弹性断裂力学中, 应力强度因子可以用多种方法求得, 如奇异

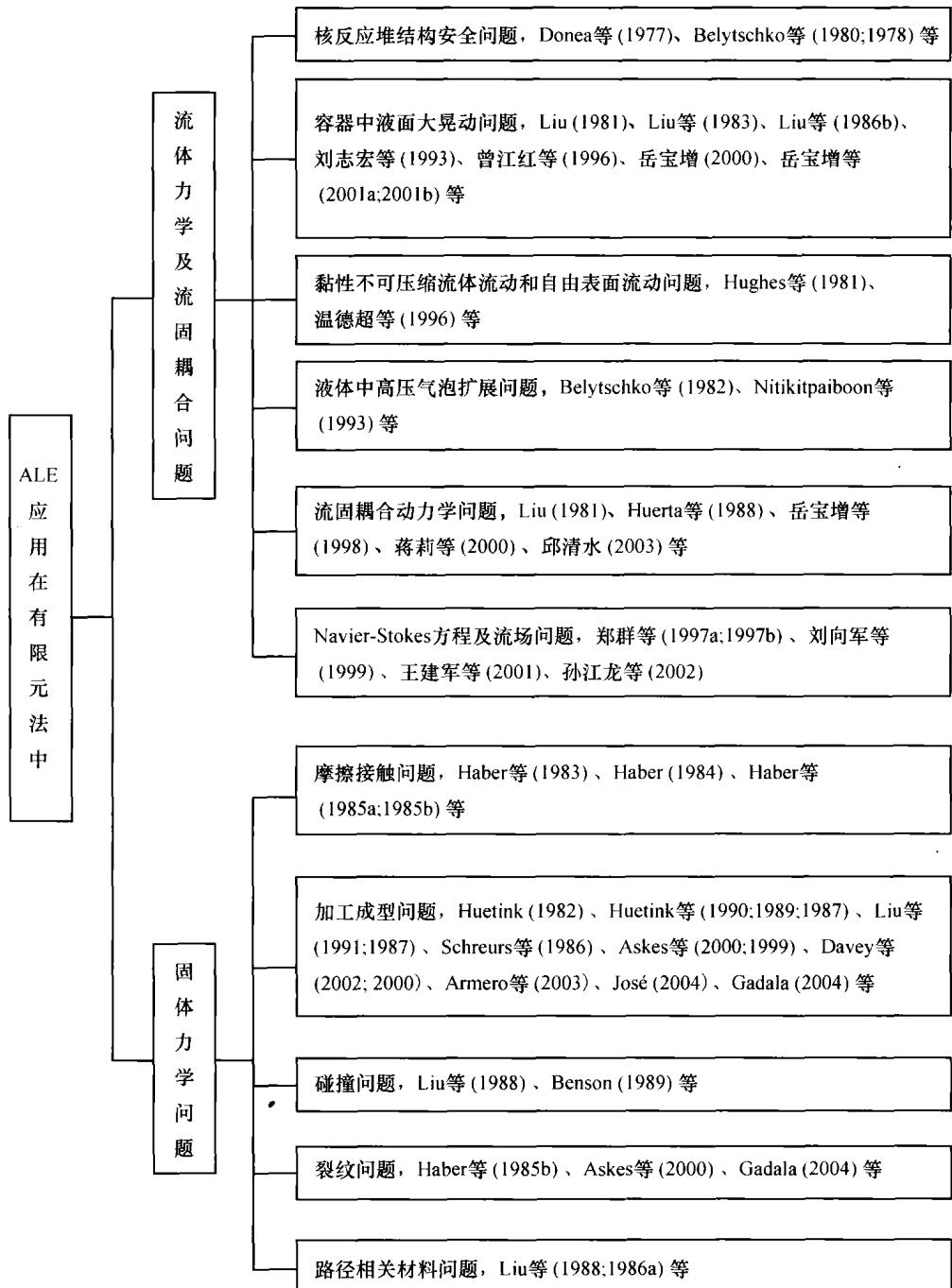


图 1.3 ALE 有限元法的应用