经全国中小学教材审定委员会2004年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学 1（必修）

SHUXUE

北京师范大学出版社

经全国中小学教材审定委员会2004年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学 1（必修）

SHUXUE

主　　编　严士健　王尚志

副 主 编　张饴慈　李延林　张思明

本册主编　严士健　李延林

编写人员　（按 姓 氏 笔 画 排 序）

任志瑜　李延林　严士健

赵　青　赵大悌　薛文叙

戴佳珉

北京师范大学出版社

·北　京·

北京师范大学出版社出版发行
（北京新街口外大街 19 号　邮政编码：100875）
http://www .bnup.com.cn
出版人：赖德胜
涿州市星河印刷有限公司印刷　全国新华书店经销
开本：890 mm × 1 240 mm　1/16　印张：10.5　字数：268 千字
2004 年 7 月第 1 版　2005 年 1 月第 2 次印刷
定价：8.80 元

前　言

你们将进入更加丰富多彩的数学世界.

你们将学到更多重要和有趣的数学知识、技能及应用.

你们将更多地感受到深刻的数学思想和方法.

你们将进一步体会数学对发展自己思维能力的作用，体会数学对推动社会进步和科学发展的意义，体会数学的文化价值.

你们正在长大，需要考虑自己未来的发展.要学习的东西很多，高中数学的内容都是基础的，时间有限，选择能力是很重要的，你们需要抓紧时间选择发展的方向，选择自己感兴趣的专题，这是一种锻炼.

在高中阶段，学习内容是很有限的.中国古代有这样的说法：“授之以鱼，不如授之以渔”，学会打鱼的方法比得到鱼更重要.希望同学们不仅关注别人给予你们的知识，更应该关注如何获得知识.数学是提高“自学能力”最好的载体之一.

在数学中，什么是重要的（What is the key in Mathematics）？20世纪六七十年代，在很多国家都讨论了这个问题.大部分人的意见是：问题是关键（The problem is the key in Mathematics）.问题是思考的结果，是深入思考的开始，“有问题”也是创造的开始.在高中数学的学习中，同学们不仅应提高解决别人给出问题的能力，提高思考问题的能力，还应保持永不满足的好奇心，大胆地发现问题、提出问题，养成“问题意识”和交流的习惯，这对你们将来的发展是非常重要的.

在学习数学中，有时会遇到一些困难，树立信心是最重要的.不要着急，要有耐心，把基本的东西想清楚，逐步培养自己对数学的兴趣，你会慢慢地喜欢数学，她会给你带来乐趣.

本套教材由26册书组成：必修教材有5册；选修系列1有2册，选修系列2有3册，它们体现了发展的基本方向；选修系列3有6册，选修系列4有10册，同学们可以根据自己的兴趣选修其中部分专题.习题分为三类：一类是可供课堂教学使用的“练习”；一类是课后的“习题”，分为A，B两组；还有一类是复习题，分为A，B，C三组.

研究性学习是我们特别提倡的.在教材中强调了问题提出，抽象概括，分析理

解，思考交流等研究性学习过程. 另外，还专门安排了“课题学习”和“探究活动”.

“课题学习”引导同学们递进地思考问题，充分动手实践，是需要完成的部分.

在高中阶段，根据课程标准的要求，学生需要至少完成一次数学探究活动，在必修课程的每一册书中，我们为同学们提供的“探究活动”案例，同学们在教师的引导下选做一个，有兴趣也可以多做几个，我们更希望同学们自己提出问题、解决问题，这是一件很有趣的工作.

同学们一定会感受到，信息技术发展得非常快，日新月异，计算机、数学软件、计算器、图形计算器、网络都是很好的工具和学习资源，在条件允许的情况下，希望同学们多用，“技不压身”. 它们能帮助我们更好地理解一些数学的内容和思想. 教材中有“信息技术建议”，为同学们使用信息技术帮助学习提出了一些具体的建议；还有“信息技术应用”栏目，我们选取了一些能较好体现信息技术应用的例子，帮助同学们加深对数学的理解. 在使用信息技术条件暂时不够成熟的地方，我们建议同学们认真阅读这些材料，对相应的内容能有所了解. 教材中信息技术的内容不是必学的，仅供参考.

另外，我们还为同学们编写了一些阅读材料，供同学们在课外学习，希望同学们不仅有坚实的知识基础，而且有开阔的视野，能从数学历史的发展足迹中获取营养和动力，全面地感受数学的科学价值、应用价值和文化价值.

我们祝愿同学们在高中数学的学习中获得成功.

严士健 王尚志

2004年6月于北京

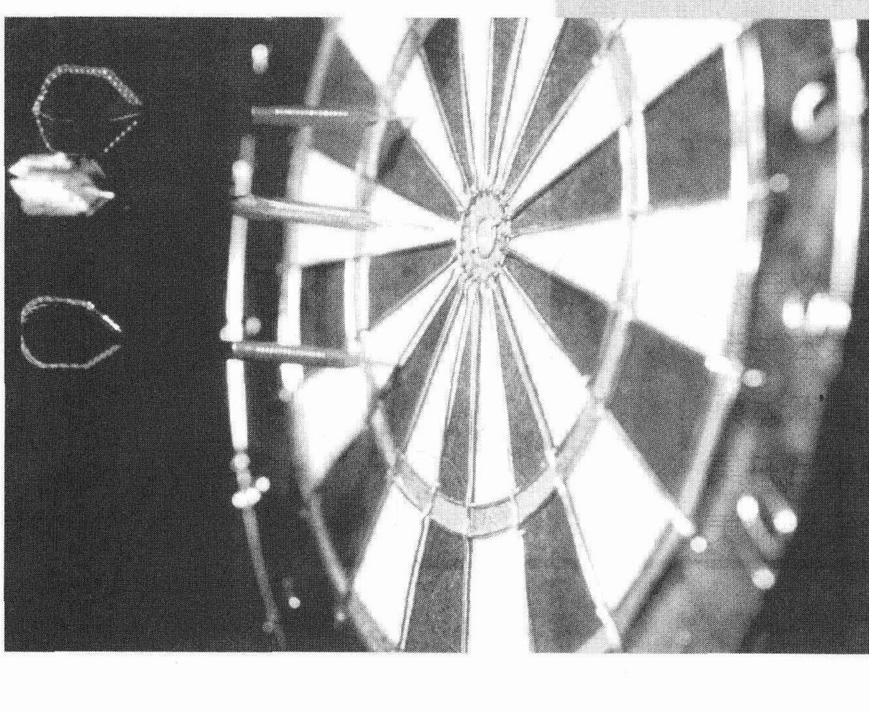
目　录

第一章 集合

当你刚刚走进一个新的班集体时，坐在教室里环顾四周，有很多陌生的面孔. 经过一段时间，你就会发现，班级里有些同学有文艺特长，有些同学篮球打得好……

学过这一章，你就可以用集合的语言非常清晰、方便地表述上面的事情.

集合语言是现代数学的基本语言. 使用这种语言，不仅有助于简洁、准确地表达数学内容，还可以用来刻画和解决生活中的许多问题. 学习集合，可以发展同学们用数学语言进行交流的能力.



§1 集合的含义与表示

中国地域辽阔，湖泊众多，统计显示，水面面积在 1 平方千米以上的天然湖有 2 800 多个；水面面积在 100 平方千米以上的大湖有 130 多个；此外，还有大大小小的人工湖（水库）. 下面列出了水面面积在 800 平方千米以上的湖中的 9 个.

湖泊名称	所在地	水面面积 /km^2	湖面海拔 /m	蓄水量 /（亿 m^3）	湖水最深 /m	湖水性质
青海湖	青海	4 340	3 195	778.0	27	咸
鄱阳湖	江西	3 583	22	150.1	29	淡
洞庭湖	湖南	2 691	33	155.42	24	淡
太湖	江苏	2 428	3.14	51.4	3.3	淡
呼伦湖	内蒙古	2 339	545.5	131.3	8	淡
纳木错湖	西藏	1 961.5	4 718	768.0	35	咸
洪泽湖	江苏	1 576.9	12	27.9	4	淡
南四湖	山东	1 097	33	16.06	3	淡
博斯腾湖	新疆	992	1 048	80.2	16	淡

从表中我们可以看到：

水面面积在 3 000 平方千米以上的湖有：青海湖、鄱阳湖；

水面面积在 2 000 至 3 000 平方千米的湖有：洞庭湖、太湖、呼伦湖；

水面面积在 990 至 2 000 平方千米的湖有：纳木错湖、洪泽湖、南四湖、博斯腾湖.

这样，我们将这些大湖按面积大小分成了三类. 根据需要，还可以将这些湖按咸水湖和淡水湖分类或按其他标准进行分类.

一般地，指定的某些对象的全体称为**集合**. 集合常用大写字母 $A,B,C,D,\cdots$ 标记. 集合中的每个对象叫作这个集合的**元素**. 元素常用小写字母 $a,b,c,d,\cdots$ 标记.

给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素就确定了. 若 a 在集合 A 中，就说 a **属于**集合 A，记作 $a\in A$；若 a 不在集合 A 中，就说 a **不属于**集合 A，记作 $a\notin A$.

数的集合简称**数集**. 下面是一些常用的数集及其记法：

自然数组成的集合简称**自然数集**，记作 $\mathbf{N}$；

正整数组成的集合简称**正整数集**，记作 $\mathbf{N}_+$；

整数组成的集合简称**整数集**，记作 $\mathbf{Z}$；

有理数组成的集合简称**有理数集**，记作 $\mathbf{Q}$；

实数组成的集合简称**实数集**，记作 $\mathbf{R}$.

例如，$0\in\mathbf{N}$，$0.618\in\mathbf{Q}$，$\sqrt{3}\in\mathbf{R}$，$\pi\in\mathbf{R}$ 等.

在给定的集合中，元素是互异的. 也就是说，集合中的任何两个元素都不相同，因此，集合中的元素没有重复现象.

集合的常用表示法有**列举法**和**描述法**.

列举法是把集合中的元素一一列举出来写在大括号内的方法.

例如，在江苏省水面面积 1 500 平方千米以上的湖组成的集合用列举法可以表示为

$$A=\{\text{太湖，洪泽湖}\}.$$

又如，小于 10 的所有质数组成的集合用列举法可表示为

$$B=\{2,3,5,7\}.$$

有时，我们无法将集合中的元素一一列举出来. 例如，大于 3 小于 10 的实数组成的集合，我们用 $\{x\in\mathbf{R}\mid 3<x<10\}$ 来表示❶. 像这样，用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法叫描述法.

❶若一个集合中的元素都是在实数范围内，如 $\{x\in\mathbf{R}\mid 3<x<10\}$ 可简记为 $\{x\mid 3<x<10\}$.

例如，不等式 $x-32>0$ 的解集用描述法可表示为

$$A=\{x\mid x>32\};$$

方程 $x^2+2x=0$ 的解集用描述法可以表示为

$$B=\{x\mid x^2+2x=0\}.$$

又如，在平面直角坐标系中第二象限的点构成的集合，用描述法可表示为

$$C=\{(x,y)\mid x<0，\text{且 } y>0\}.$$

列举法和描述法是集合的常用表示方法. 用什么方法表示集合，要具体问题具体分析.

例 1　用列举法表示下列集合：

(1) 由大于 3 小于 10 的整数组成的集合；

(2) 方程 $x^2-9=0$ 的解的集合.

解　(1) 由大于 3 小于 10 的整数组成的集合用列举法可表示为

$$\{4,5,6,7,8,9\};$$

(2) 方程 $x^2-9=0$ 的解的集合用列举法可表示为

$$\{-3,3\}.$$

例 2 用描述法表示下列集合：

(1) 小于 10 的所有有理数组成的集合；

(2) 所有偶数组成的集合.

解 (1) 小于 10 的所有有理数组成的集合用描述法可表示为

$$\{x\in\mathbf{Q}\mid x<10\};$$

(2) 偶数是能被 2 整除的数，可以写成 $x=2n(n\in\mathbf{Z})$ 的形式，因此，偶数的集合用描述法可表示为

$$\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}^{❶}.$$

❶ 所有偶数组成的集合也可以表示为 $\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}x\in\mathbf{Z}\right\}$.

一般地，我们把含有限个元素的集合叫**有限集**，如集合 $A=\{-2,3\}$；含无限个元素的集合叫**无限集**，如整数的集合 $\mathbf{Z}$.

我们再看一个例子，由于方程 $x^2+2=0$ 在实数集 $\mathbf{R}$ 内无解，因此，它的实数解组成的集合 $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+2=0\}$ 中没有任何元素. 我们把不含有任何元素的集合叫作**空集**，记作 $\varnothing$，如集合 $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+2=0\}$ 就是空集.

练 习

1. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

   0 ___ $\mathbf{N}$， 0 ___ $\mathbf{N}_+$， -1 ___ $\mathbf{N}$， -1 ___ $\mathbf{Z}$， 1 ___ $\mathbf{Q}$，

   $\frac{1}{2}$ ___ $\mathbf{Q}$， 3.14 ___ $\mathbf{Q}$， 3.14 ___ $\mathbf{Z}$， π ___ $\mathbf{Q}$， π ___ $\mathbf{Z}$，

   π ___ $\mathbf{R}$， $3\sqrt{2}$ ___ $\mathbf{N}$， $3\sqrt{2}$ ___ $\mathbf{Z}$， $3\sqrt{2}$ ___ $\mathbf{Q}$， $3\sqrt{2}$ ___ $\mathbf{R}$.

2. 用适当的方法表示下列集合：

   (1) 小于 20 的素数组成的集合；

   (2) 方程 $x^2-4=0$ 的解的集合；

   (3) 由大于 3 小于 9 的实数组成的集合；

   (4) 所有奇数组成的集合.

3. 下列四个集合中，空集是(　　).

   A. $\{0\}$　　B. $\{x\mid x>8$，且 $x<5\}$

   C. $\{x\in\mathbf{N}\mid x^2-1=0\}$　　D. $\{x\mid x>4\}$

4. 分别举出有限集、无限集、空集的例子，并与同学互相交流.

习 题 1—1

A 组

1. 选择合适的方法表示下列集合，并指出哪些是无限集，哪些是有限集，哪些是空集：

(1) 直角坐标系中纵坐标与横坐标相等的点的集合；

(2) 一年之中的四个季节组成的集合；

(3) 方程 $x^2+x+1=0$ 的实数解集；

(4) 满足不等式 $1<1+2x<19$ 的素数组成的集合.

2. 已知集合 $M=\{x\in\mathbf{N}\mid 8-x\in\mathbf{N}\}$，则 M 中元素的个数是(　　).

A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 无数个

3. 填空题

(1) 用列举法表示集合 $\{x\in\mathbf{R}\mid (x-1)^2(x+1)=0\}$ 为________；

(2) 用列举法表示集合 $\left\{x\in\mathbf{N}\mid \dfrac{6}{6-x}\in\mathbf{N}\right\}$ 为________；

(3) 用描述法表示集合 $\{2,4,6,8\}$ 为________；

(4) 用描述法表示集合 $\left\{1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{4}\right\}$ 为________.

4. 用列举法表示下列集合：

(1) $B=\{y\in\mathbf{N}\mid y=-x^2+6, x\in\mathbf{N}\}$；

(2) $C=\{(x,y)\mid y=-x^2+6, x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}\}$.

5. 用描述法表示下列集合：

(1) 直角坐标平面内第四象限内的点集；

(2) 抛物线 $y=x^2-2x+2$ 上的点组成的集合.

B 组

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2+2x+1=0, a\in\mathbf{R}\}$ 中只有一个元素（A 也可叫作单元素集合），求 a 的值，并求出这个元素.

2. 当 a,b 满足什么条件时，集合 $A=\{x\mid ax+b=0\}$ 是有限集、无限集、空集？

§2 集合的基本关系

实例分析

我们考察下面三个实例：

1. 高一(1)班 50 位同学组成集合 B，其中女同学组成集合 A. 集合 A 是集合 B 的一部分，因此有：

$$若\ a\in A，则\ a\in B.$$

2. 所有的矩形都是平行四边形. 若用 M 表示矩形组成的集合，用 P 表示平行四边形组成的集合，有：

$$若\ a\in M，则\ a\in P.$$

3. 所有的有理数都是实数. 有：

$$若\ a\in \mathbf{Q}，则\ a\in \mathbf{R}.$$

抽象概括

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素，即若 $a\in A$，则 $a\in B$，我们就说集合 A **包含于**集合 B，或集合 B **包含**集合 A，记作

$$A\subseteq B(或\ B\supseteq A).$$

这时我们说集合 A 是集合 B 的**子集**.

比如，上面实例 2 就是 $M\subseteq P$.

显然，**任何一个集合都是它本身的子集**，即

$$A\subseteq A.$$

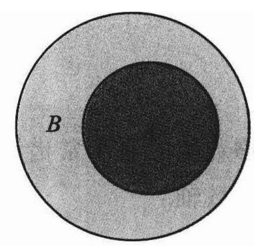


图 1-1

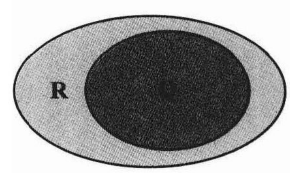


图 1-2

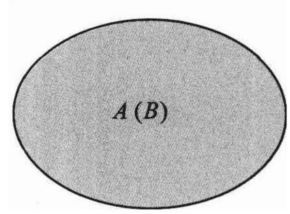


图 1-3

为了直观地表示集合间的关系，我们常用封闭曲线的内部表示集合，称为 **Venn 图**. 图 1-1 直观地表示了实例 1 中集合 A 是集合 B 的子集，图 1-2 表示实例 3 中集合 $\mathbf{Q}$ 是集合 $\mathbf{R}$ 的子集.

对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素，同时集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 中的元素，这时，我们就说集合 A 与集合 B **相等**(如图 1-3)，记作

$$A=B.$$

例如，$A=\{x\mid(x-7)(x+5)=0\}$，$B=\{-5,7\}$，不难看出，

$$A=B.$$

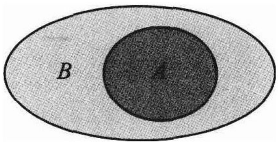


图 1-4

对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的**真子集**（如图 1-4），记作

$$A\subsetneqq B(\text{或 } B\supsetneqq A).$$

例如，$\{a,b\}\subsetneqq\{a,b,c\}$； $\mathbf{N}_+\subsetneqq\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$.

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，记作

$$A\not\subseteq B(\text{或 } B\not\supseteq A).$$

例如，集合 $A=\{1,3,5\}$，集合 $B=\{2,4,6\}$，则

$$A\not\subseteq B\ \ (\text{如图 1-5});$$

集合 $A=\{1,3,5\}$，集合 $B=\{5,7,9\}$，则

$$A\not\subseteq B\ \ (\text{如图 1-6}).$$

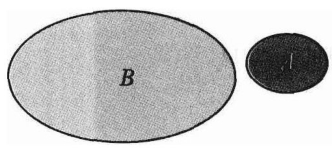


图 1-5

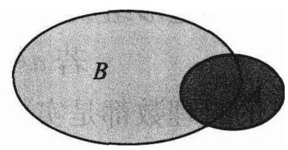


图 1-6

又如，集合 $\{x\mid x\geqslant 9\}$ 与集合 $\{x\mid x\leqslant 3\}$ 的关系，可以表示为

$$\{x\mid x\geqslant 9\}\not\subseteq\{x\mid x\leqslant 3\}\ \ (\text{如图 1-7})^{❶};$$

❶数集的表示常借助于数轴.

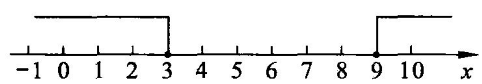


图 1-7

集合 $\{x\mid x\geqslant 9\}$ 与集合 $\{x\mid x\leqslant 12\}$ 的关系，可以表示为

$$\{x\mid x\geqslant 9\}\not\subseteq\{x\mid x\leqslant 12\}\ \ (\text{如图 1-8}).$$

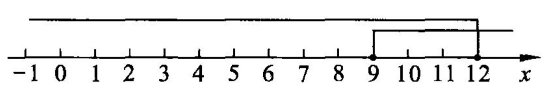


图 1-8

我们规定：**空集是任何集合的子集**. 也就是说，对于任何一个集合 A，都有

$$\varnothing\subseteq A.$$

例 1 某工厂生产的产品在质量和长度上都合格时，该产品才合格. 若用 A 表示合格产品的集合，B 表示质量合格的产品的集合，C

表示长度合格的产品的集合，则下列包含关系哪些成立？

$$A\subseteq B,\ B\subseteq A,\ A\subseteq C,\ C\subseteq A.$$

试用 Venn 图表示这三个集合的关系.

解 由题意知，$A\subseteq B$，$A\subseteq C$ 成立，如图 1-9 所示.

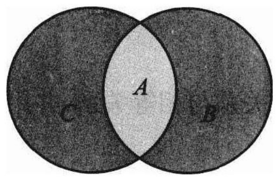


图 1-9

例 2 写出集合$\{0,1,2\}$的所有子集，并指出其中哪些是它的真子集.

解 $\{0,1,2\}$的所有子集是：

$\varnothing$；$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$；$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$；$\{0,1,2\}$.

除了$\{0,1,2\}$以外，其余 7 个集合都是它的真子集.

练 习

1. 说说 $A\subseteq B$ 与 $A\subsetneqq B$ 的区别.
2. 设 $A=\{$正方形$\}$，$B=\{$矩形$\}$，$C=\{$平行四边形$\}$，$D=\{$梯形$\}$，则下列包含关系中不正确的是（　　）.

   A. $A\subseteq B$　　B. $B\subseteq C$　　C. $C\subseteq D$　　D. $A\subseteq C$
3. 对于集合 A，B，C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 A 与 C 的包含关系是________.
4. 指出下列各组中两个集合的包含关系，并指出哪些是真包含关系：

   (1) $\{$等腰三角形$\}$与$\{$等边三角形$\}$；

   (2) $\varnothing$与$\{0\}$；

   (3) $\{\sqrt{2},2\sqrt{2}\}$与$\{x\mid x^2-3\sqrt{2}x+4=0\}$；

   (4) $\{$被 3 整除的数$\}$与$\{$被 6 整除的数$\}$.
5. 计算下列集合的子集个数：

   (1) $\varnothing$；　(2) $\{0\}$；　(3) $\{x\mid (x+1)(x-2)(x-3)^2=0\}$.