中等职业学校文化课教学用书

# 数学教学参考书

## （财经类）

第二册

主编 陈柏林

高等教育出版社

中等职业学校文化课教学用书

# 数学教学参考书

（财经类）

第二册

主编　陈柏林

高等教育出版社

## 内容提要

本书是与中等职业教育国家规划教材《数学》(财经类)第二册配套的教学参考书。全书的每一章均与教材的内容相对应,按六个部分编写:一、知识网络;二、教学要求;三、教材说明;四、教学建设;五、部分练习、习题的提示或解答;六、本章参考题。

本书对教学有一定的指导作用,也可作为学生的辅导用书。


### 图书在版编目(CIP)数据

数学教学参考书.(财经类).第二册/陈柏林主编.北京:高等教育出版社,2002
中等职业学校教学用书
ISBN 7-04-010140-8

Ⅰ.数... Ⅱ.陈... Ⅲ.数学-专业学校-教学参考资料 Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 088988 号

**数学教学参考书(财经类)第二册**

**主编 陈柏林**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | | |
| 社　　址 | 北京市东城区沙滩后街55号 | 邮政编码 | 100009 |
| 电　　话 | 010—64054588 | 传　　真 | 010—64014048 |
| 网　　址 | http://www.hep.edu.cn<br>http://www.hep.com.cn | | |
| 经　　销 | 新华书店北京发行所 | | |
| 排　　版 | 高等教育出版社照排中心 | | |
| 印　　刷 | 北京民族印刷厂 | | |
| 开　　本 | 850 × 1168 1/32 | 版　　次 | 2002年2月第1版 |
| 印　　张 | 6.5 | 印　　次 | 2002年2月第1次印刷 |
| 字　　数 | 170 000 | 定　　价 | 8.60元 |

# 前　　言

新世纪的到来使我国面临信息社会和市场经济的巨大挑战,时代要求我们深化中等职业教育改革,培养出高素质的劳动者和中初级专门人才,为适应形势发展,我们以2000年教育部颁布的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》为依据,参考普通高中数学教学基本要求,组织编写了与中等职业教育国家规划教材《数学》(财经类)第二册配套使用的教学参考书,供三年制(或四年制)中等职业学校财经类各专业使用.

本教学参考书均按教材分章编写,每章内容包括:

一、知识网络

概括本章的知识结构及内在联系.

二、教学要求

按教学大纲列出本章认知要求的三个层次(了解、理解、掌握)和能力培养的五个方面(基本运算、基本计算工具使用、数形结合、简单实际应用和逻辑思维能力).

三、教材说明

介绍本章的主要内容、教学重点和难点.

四、教学建议

分节进行内容分析并提出教学建议.

五、部分练习、习题的提示或解答

六、本章参考题

本书是第二册,共五章.参加本书编写的有北京汽车工业学校陈柏林(主编),北京供销学校贝虹,天津财经学校李晓娟,渤海船舶技术学院曹成龙,北京第二轻工业学校张进军.全书由承德工业学校陈祖泽,安徽银行学校余志祖审稿.

由于编者水平所限,对书中的不妥之处,诚恳地希望广大教师批评指正.

编者

2001年11月

# 目　录

# 第七章　平 面 向 量

## 一、知识网络

**向量的概念**

定义，有向线段表示
向量的模
零向量，单位向量
向量的相等
负向量，平行向量(共线)
自由向量，位置向量

**线性运算**
三角形、平行四边形法则
$a+b$
$a-b$
$\lambda a$

**坐标表示**
$a = xe_x + ye_y = (x, y)$
$a \pm b = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$
$\lambda a = (\lambda x, \lambda y)$
$a /\!/ b \Leftrightarrow a = \lambda b$
$\Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$

**两个公式**
两点距离公式 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
中点公式 $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}, y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

**数量积**
$a \cdot b = |a||b|\cos\theta$
$a \cdot b = x_1 x_2 + y_1 y_2$
$a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0$
$\Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$

正弦定理
余弦定理

## 二、教学要求

| 知识点内容 | 认知要求 | | | 能力培养 | | | | | 学时 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 了解 | 理解 | 掌握 | 基本运算 | 空间想像 | 数形结合 | 简单实际应用 | 思维 | 必学时数 | 选学时数 |
| 向　　量 | | | | | | | | | 14 | |
| 向量的定义、长度及单位向量 | | √ | | | | √ | | √ | | |
| 相等向量、负向量 | | √ | | | | √ | | √ | | |
| 共线向量 | | √ | | | | √ | | √ | | |
| 向量的加法 | | | √ | | | √ | √ | | | |
| 向量的减法 | | | √ | | | √ | | | | |
| 向量的数乘运算 | | | √ | | | √ | | | | |
| 向量的数量积和运算法则 | | √ | | √ | | | | | | |
| 坐标轴上的单位向量和向量的坐标 | | √ | | | | √ | | | | |
| 向量的直角坐标运算 | | | √ | √ | | | | | | |
| 两个向量共线的条件 | | | √ | | | | √ | | | |
| 两个向量垂直的条件 | | | √ | | | √ | | | | |
| 平移公式、中点公式 | | | √ | | | √ | √ | | | |
| 两点间的距离 | | | √ | | | | √ | | | |
| 正弦定理及其应用 | | √ | | | | | √ | | | |
| 余弦定理及其应用 | | √ | | | | | √ | | | |

## 三、教材说明

向量在数学、物理及科学技术中有着广泛的应用，用向量的方法更便于研究空间里涉及直线和平面的各种问题. 从数学发展史来看，在相当长的一段时间内向量并未引起数学家们的重视，直到19 世纪末 20 世纪初，人们才对向量进行系统的研究，把空间的性质与向量的运算联系起来，使向量形成了一套具有优良运算性能

的数学体系，成为研究数学、物理、力学等学科的有力工具.

向量不同于数量，它是一个新的量，数量的代数运算在向量范围内不都能施行，所以，本章在介绍平面向量的概念时，着重说明了向量与数量的区别，然后给出了向量代数的部分运算法则，包括向量的加法、减法、实数与向量的乘法、向量的数量积的概念及其运算法则.在直角坐标系内又将向量与点的坐标建立起了一一对应，把关于向量的运算与数量（向量的坐标）的代数运算联系起来，其中包括：向量的坐标表示，向量的加减法、数乘向量和向量的数量积的坐标表示等，并以向量为工具，推导出了平面内两点间距离公式、线段中点坐标公式和正余弦定理.

全章共分六节.第一节是向量的概念.本节通过实例引出了向量及模的概念，给出了向量的几何表示，介绍了零向量、单位向量、负向量、向量平行及向量相等等概念.本节是学习向量运算的基础.

第二节是向量的线性运算.主要介绍了向量的加法、减法和数乘向量三种运算法则及运算律，给出了两个非零向量平行的条件.

第三节是平面向量的坐标表示.本节讨论了平面向量在直角坐标系下的分解形式，给出了向量的坐标表示式、在坐标表示下向量的线性运算法则及两个非零向量平行条件的代数表示式.

第四节是平面直角坐标系内的两个重要公式.本节以向量为工具，推导出了平面内两点间距离公式和线段中点坐标公式，通过例子说明了这两个公式的应用.

第五节是平面向量的数量积.本节首先给出了两个非零向量夹角的概念，然后通过实例引出了向量的数量积的定义.介绍了向量数量积的主要性质及运算律、向量数量积的坐标表示和两个非零向量垂直的条件.

第六节是解斜三角形.本节用向量知识证明了正、余弦定理，通过例题说明了这两个定理在解斜三角形中的作用及其在解决实际问题中的应用.

**本章重点：**

1．向量的概念，向量的表示法，向量的线性运算，向量的数量积，两个非零向量平行和垂直的条件.

2．平面内两点间距离公式，线段中点坐标公式.

3．正弦定理、余弦定理及其应用.

**本章难点：**

1．向量的概念.

2．应用向量知识解决一些实际问题.

理解向量的概念，掌握向量的线性运算法则及坐标表示下的向量运算是学好本章的关键，所以它是本章的重点内容之一，平面内两点间距离公式、线段中点坐标公式和正、余弦定理是今后学习中经常要用到的公式，所以它也是本章的重点.

向量的概念比较抽象，相对于数量它是一个新的量，初学者不易接受，所以它是本章的难点.应用向量知识解决一些实际问题，需要有一定的技巧及其他相关知识，所以它也是本章的一个难点.

本章教学约需 18 学时，具体分配如下(仅供参考)：

| | | |
|---|---|---|
| §7－1 | 向量的概念 | 约 2 学时 |
| §7－2 | 向量的线性运算 | 约 2 学时 |
| §7－3 | 平面向量的坐标表示 | 约 2 学时 |
| §7－4 | 平面直角坐标系内两个重要公式 | 约 2 学时 |
| §7－5 | 平面向量的数量积 | 约 4 学时 |
| §7－6 | 解斜三角形及其应用 | 约 4 学时 |
| | 习题课 | 约 2 学时 |

## 四、教学建议

### §7-1　向量的概念

**1**．向量的概念是本章的重点，也是本章的难点．讲解时应注意说明以下几点：

(1) 通过学生熟悉的实例，如速度、力、位移等引入向量的概念．

(2) 要指出向量概念的两个要素：大小和方向．大小是向量的数量特征，方向是向量的几何特征．数量是只有大小的量，它们之间可以比较大小，而向量是既有大小又有方向的量，向量不能比较大小，因此“大于”、“小于”对向量来说是没有意义的．

(3) 向量的表示法：用字母 $\boldsymbol{a}$ 表示向量，也可以用有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示向量．前者有利于向量的代数运算，而后者便于用向量处理几何问题，因此要求学生掌握这两种表示方法．

**2**．零向量在向量代数运算中起着与数字 0 在实数运算中相类似的作用，但要提醒学生注意区别，切不可把 $\mathbf{0}$ 与 0 混同起来，虽然零向量的方向不确定，但它可以理解成是有方向的，规定 $\mathbf{0}$ 与任意向量平行．

单位向量的特征是长度为 1，不同的单位向量的方向是不相同的，同时，提醒学生不要把单位向量 $\boldsymbol{e}$ 与数字 1 相混淆．

**3**．两个向量只有当它们的模相等且方向相同时，才能称它们相等．如 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，意味着 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同．对一个向量只要不改变其大小和方向，可以自由移动，这就是所说的自由向量．因此，用有向线段表示向量时，有向线段的起点可以任意选取．这为今后用向量处理几何问题带来很大方便．讲解时可结合例题及练习向学生说明这种思想．

负向量是指两个向量之间的关系，即模相等而方向相反．因此这两个向量实际上是互为负向量．如 $\boldsymbol{a}$ 的负向量为 $-\boldsymbol{a}$，那么 $-\boldsymbol{a}$

的负向量即为 $-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}$.

平行向量只考虑它们的方向是相同还是相反,而不考虑它们的模是否相等.教学时通过例子说明相等向量、平行向量、负向量等概念的区别与联系,以加深学生对概念的理解.

教材中用黑体英文字母表示向量,如 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{F},\cdots$但在讲课或学生做作业时要用 $\vec{a}$ 表示.

## §7-2 向量的线性运算

**1.** 教材通过实际例子引出了向量加法的三角形法则(见课文图 7-9)和平行四边形法则(见课文图 7-12).应该明确,当两个向量平行时,三角形法则同样适用,而平行四边形法则就不适用了.当两个向量不平行时,向量加法的三角形法则和平行四边形法则是一致的.

在讲完向量加法时,结合课文中图 7-9、图 7-10,应说明以下几点:

(1) 两个向量的和仍然是一个向量.

(2) 当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不平行时,$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的方向都不同,且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$(三角形的任意两边之和大于第三边).

(3) $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 都同向,且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时,若$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向,且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$;若$|\boldsymbol{a}|<|\boldsymbol{b}|$时,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向,且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}|-|\boldsymbol{a}|$;若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 是零向量.

向量加法的交换律和结合律的验证,教材中未作要求,教学时不必作补充,但可留给学生作练习,以加深对向量加法的三角形法则和平行四边形法则的理解.

**2.** 在向量代数中向量的减法一般有两种定义方法:

第一种方法是将向量减法定义为向量加法的逆运算,即如果 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{x}=\boldsymbol{a}$,则 $\boldsymbol{x}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差,记作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.这样,作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 时,可先在平面内选一点 $O$,作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{BA}$就是 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$(如

图 7－1).

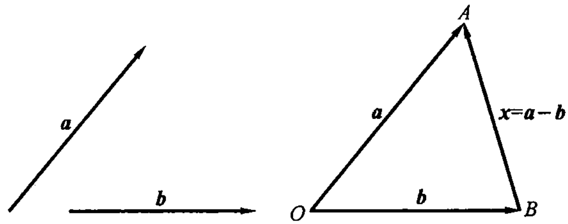


图 7－1

第二种方法是在负向量的基础上，通过向量的加法定义向量的减法，即已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，定义 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$. 在这种情况下，作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 时，可先在平面内任取一点 $O$，作 $\overrightarrow{OB'}=-\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$（如图 7－2），则由向量加法的平行四边形法则知，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$，即 $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

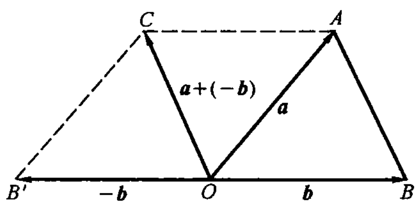


图 7－2

为便于学生接受，降低难度，教材中把 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 定义为 $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$，作 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 时，按教材中图 7－16 作出即可.

**3**. 在学生掌握了向量加法的基础上，学习数与向量的乘积并不困难. 但讲解时要强调：$\lambda\boldsymbol{a}$ 是一个向量，$\lambda\boldsymbol{a}$ 也有长度和方向，其长度为 $|\lambda|\cdot|\boldsymbol{a}|$，其方向与 $\lambda$ 的符号有关，当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反向；当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$. 指出对任意非零向量 $\boldsymbol{a}$ 都可表示为 $\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}_0$，其中 $\boldsymbol{a}_0$ 为与 $\boldsymbol{a}$ 同向的单位向量，

为向量的坐标表示作个铺垫.

数乘向量的运算律与中学代数运算中实数乘法的运算律非常相似.教材中未给出运算律的证明,只要求学生会用就可以了,教师不必作补充.下面证明 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$,仅供教师参考.

设 $\lambda$、$\mu$ 为任意实数,$\boldsymbol{a}$ 为任意向量.

(1) 如果 $\lambda=0$, $\mu=0$, $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 中至少有一个成立,则 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ 显然成立.

(2) 如果 $\lambda\neq0$, $\mu\neq0$,且 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$,有

$$|\lambda(\mu\boldsymbol{a})|=|\lambda||\mu\boldsymbol{a}|=|\lambda||\mu||\boldsymbol{a}|,$$

$$|(\lambda\mu)\boldsymbol{a}|=|\lambda\cdot\mu|\cdot|\boldsymbol{a}|=|\lambda|\cdot|\mu|\cdot|\boldsymbol{a}|,$$

所以 $$|\lambda(\mu\boldsymbol{a})|=|(\lambda\mu)\boldsymbol{a}|.$$

如果 $\lambda$、$\mu$ 同号,则 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})$、$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向;如果 $\lambda$、$\mu$ 异号,则 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})$、$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ 都与 $\boldsymbol{a}$ 反向.

因此,向量 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})$ 与 $(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ 有相等的模和相同的方向,所以 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ 成立.

**4.** 向量平行的条件只要求学生掌握结论就可以了,而不要求严格证明.利用向量平行的条件很容易证明几何中的三点共线和两直线平行的问题,但向量平行与直线平行是有区别的,直线平行不包含重合的情况.

**5.** 本节例 3 是用向量加法的平行四边形法则求船实际航行速度的大小和方向,教师要帮助学生分析,怎样用向量知识解决这一类问题.例 9 是用向量平行条件来证明线段平行问题,要提醒学生注意对这一方法的理解和掌握.下面给出一例,供教师参考.

**例** 如图 7-3,在▱$OACB$ 中,$BD=\frac{1}{3}BC$,$OD$ 与 $BA$ 相交于 $E$.求证 $BE=\frac{1}{4}BA$.

**证明** 设 $E'$ 是线段 $BA$ 上的一点,且 $BE'=\frac{1}{4}BA$,只要证 $E$、$E'$ 重合即可.

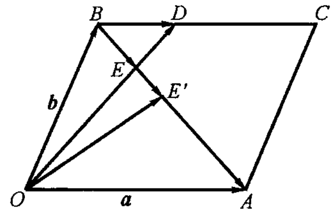


图 7－3

设$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则

$$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\boldsymbol{a},\overrightarrow{OD}=\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{a}.$$

因为　$\overrightarrow{BE'}=\overrightarrow{OE'}-\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{E'A}=\boldsymbol{a}-\overrightarrow{OE'}$，$3\overrightarrow{BE'}=\overrightarrow{E'A}$，

所以　$3(\overrightarrow{OE'}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}-\overrightarrow{OE'}$，

所以　$\overrightarrow{OE'}=\frac{1}{4}(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\right)$，

所以　$\overrightarrow{OE'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OD}$.

因为　$\overrightarrow{OE'}$与$\overrightarrow{OD}$有共同的起点$O$，且方向相同，所以　$O$、$E'$、$D$三点共线，即$E$与$E'$重合，所以　$BE=\frac{1}{4}BA$.

## §7－3　平面向量的坐标表示

**1.** 平面向量在直角坐标系下分解的理论根据是平面向量分解定理：

设$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$是平面内两个不平行的非零向量，则平面内任意一个向量$\boldsymbol{c}$能惟一地表示成$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$的线性组合，即

$$\boldsymbol{c}=x_1\boldsymbol{a}_1+x_2\boldsymbol{a}_2, x_1、x_2\in\mathbf{R}$$

其中$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$称为平面的一组基底.

教材为了降低难度，便于学生理解，没有介绍分解定理，也避