

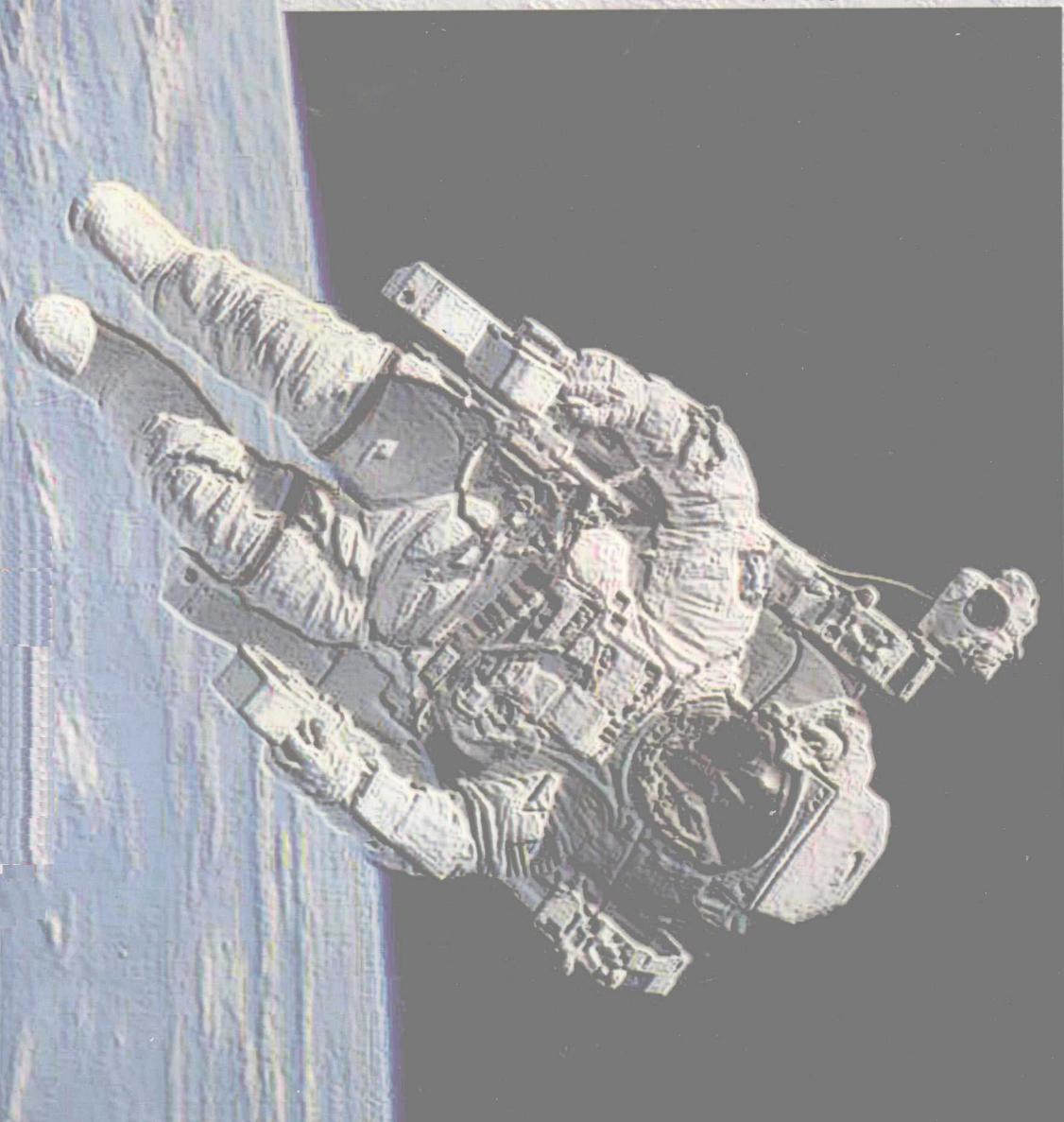
JICHU WULI XUE

基础物理学

上

过祥龙 董慎行 编著

苏州大学出版社



基础物理学

(上)

过祥龙 董慎行 编著



苏州大学出版社

基础物理学(上、下册)

过祥龙 董慎行 编著

责任编辑 陈兴昌

苏州大学出版社出版发行

(地址:苏州市十梓街1号 邮编:215006)

镇江前进印刷厂照排

丹阳兴华印刷厂印装

(地址:丹阳市胡桥镇 邮编:212313)

开本 787×1092 1/16 印张 40 字数 998 千

1999年2月第1版 1999年2月第1次印刷

印数 1-4500 册

ISBN 7-81037-501-6/O·22(课) 定价:50元(上、下册各 25 元)

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换

前　　言

大学理、工科非物理专业开设的基础物理课程的主要目的在于对学生进行科学素质教育和科学思维方法的培养,课程内容是每个理工科大学生必备的知识.但是,目前的教学内容存在不少问题,如与中学物理的教学内容重复,经典内容过多而近代物理和非线性物理等内容没有得到适当的反映等,这与当前的科学技术发展是极不相称的.为此,我们在1993年就开始着手准备编写这本教材.在编写过程中结合了多年非物理专业的基础物理教学实践,并广泛参考国内外优秀同类教材,力图博采众长.本教材内容主要有以下几个方面的特点:

1. 注重物理基本概念和基本规律的阐述,尽量避免繁琐的数学推导,数学知识定位在微积分初步.考虑到当前中学物理教学水平的提高,本教材将和中学物理拉开距离,去掉与中学物理内容重复的部分.
2. 力求体系和结构的合理性,教材内容覆盖物理学的各个分支,物理学发展前沿及许多新课题也在教材中得到反映.全书分上、下两册.
3. 精编例题和习题.选编例题和习题的主导思想是有利扩展学生的视野;有利于学生物理能力的培养.作为一种尝试,本教材编入了一定数量的用计算机演示或数值计算的习题.
4. 本教材的讲授时数在120学时~160学时之间,适用于理工科非物理专业的基础物理课程的教学.教材内容和习题都有不同层次的编排,便于师生在此基础上进行取舍,因而也可以作为90学时左右课程的学校使用.

在本书的编写过程中得到了苏州大学物理科学与技术学院领导和教师的大力支持,并提出许多宝贵意见;苏州大学出版社对本书的出版作了大力支持和有益的指导,在此表示衷心感谢.

本书中难免有疏漏和错误之处,竭诚欢迎广大教师和读者指正.

编　者

1998年12月

目 录

第 1 篇 力 学

第 1 章 质点运动学

| | |
|----------------------|------|
| 1.1 参照系 坐标系 质点 | (3) |
| 1.2 质点运动的描述 | (4) |
| 1.3 直线运动 | (7) |
| 1.4 曲线运动 | (11) |
| 1.5 相对运动 | (16) |
| 习 题 | (17) |

第 2 章 质点动力学

| | |
|------------------------|------|
| 2.1 惯性定律 惯性系 | (21) |
| 2.2 质量 动量 动量守恒定律 | (22) |
| 2.3 牛顿第二定律和第三定律 | (24) |
| 2.4 力学单位制 量纲 | (26) |
| 2.5 冲量 动量定理 | (27) |
| 2.6 动力学方程的数值求解 | (30) |
| 习 题 | (33) |

第 3 章 机械能守恒

| | |
|-------------------|------|
| 3.1 功 功率 | (37) |
| 3.2 动能 动能定理 | (39) |
| 3.3 势能 保守力 | (41) |
| 3.4 机械能守恒定律 | (44) |
| 3.5 碰 撞 | (46) |
| 习 题 | (49) |

第 4 章 刚体的定轴转动

| | |
|----------------------------|------|
| 4.1 刚体的运动 | (54) |
| 4.2 刚体的角动量 转动惯量 | (55) |
| 4.3 刚体转动惯量的计算 | (56) |
| 4.4 刚体的转动定理 | (59) |
| 4.5 刚体的角动量定理和角动量守恒定律 | (62) |
| 4.6 刚体的动能定理 | (63) |

| | |
|-----------|------|
| 习 题 | (66) |
|-----------|------|

第5章 流体力学

| | |
|-------------------------|------|
| 5.1 静止流体中的压强 | (70) |
| 5.2 流体中的浮力 阿基米德原理 | (73) |
| 5.3 液体的表面张力和毛细现象 | (74) |
| 5.4 流体的流动 | (76) |
| 5.5 伯努利方程 | (77) |
| 5.6 粘滞流体 | (79) |
| 习 题 | (80) |

第6章 振 动

| | |
|--------------------------|-------|
| 6.1 简谐运动的运动学 | (84) |
| 6.2 简谐运动的动力学 | (87) |
| 6.3 简谐运动的能量 | (88) |
| 6.4 单 摆 | (89) |
| 6.5 复 摆 | (92) |
| 6.6 同方向简谐运动的合成 | (92) |
| 6.7 相互垂直的两个简谐运动的合成 | (95) |
| 6.8 阻尼振动 | (97) |
| 6.9 受迫振动 | (99) |
| 习 题 | (102) |

第7章 波 动

| | |
|-----------------------|-------|
| 7.1 机械波的产生和传播 | (107) |
| 7.2 平面简谐波及其波动方程 | (110) |
| 7.3 波的能量和能流密度 | (111) |
| 7.4 波的干涉 | (115) |
| 7.5 驻 波 | (116) |
| 7.6 多普勒效应 | (117) |
| 习 题 | (120) |

第8章 狹义相对论基础

| | |
|---------------------------|-------|
| 8.1 经典力学的相对性原理和时空观 | (125) |
| 8.2 狹义相对论基本假设 洛伦兹变换 | (128) |
| 8.3 狹义相对论的时空观 | (130) |
| 8.4 相对论动力学 | (133) |
| 习 题 | (137) |

第 2 篇 电磁学

第 9 章 静电场

| | |
|-----------------------|-------|
| 9.1 电荷 | (143) |
| 9.2 库仑定律 | (144) |
| 9.3 电场 电场强度 | (145) |
| 9.4 高斯定理 | (150) |
| 9.5 静电场的环路定理 电势 | (155) |
| 习题 | (161) |

第 10 章 静电场中的导体和电介质

| | |
|---------------------|-------|
| 10.1 静电场中的导体 | (166) |
| 10.2 电容和电容器 | (171) |
| 10.3 静电场中的电介质 | (175) |
| 10.4 电场能量 | (181) |
| 习题 | (183) |

第 11 章 直流电路

| | |
|--------------------|-------|
| 11.1 稳恒电流 | (188) |
| 11.2 欧姆定律 电阻 | (190) |
| 11.3 电流做的功 | (193) |
| 11.4 电动势 | (194) |
| 11.5 基尔霍夫定律 | (195) |
| 11.6 温差电动势 | (198) |
| 习题 | (199) |

第 12 章 稳恒磁场

| | |
|----------------------|-------|
| 12.1 磁相互作用 | (206) |
| 12.2 磁场对电流的作用 | (213) |
| 12.3 电流的磁场 | (216) |
| 12.4 磁场的高斯定理 | (222) |
| 12.5 磁场的安培环路定理 | (224) |
| 习题 | (227) |

第 13 章 电磁感应

| | |
|------------------------|-------|
| 13.1 电磁感应定律 | (236) |
| 13.2 涡电流 | (238) |
| 13.3 动生电动势和感生电动势 | (239) |

| | |
|------------------|-------|
| 13.4 互感和自感 | (243) |
| 13.5 磁场能量 | (246) |
| 13.6 暂态过程 | (248) |
| 习 题 | (252) |

第 14 章 物质的磁性

| | |
|-------------------|-------|
| 14.1 磁介质的磁化 | (258) |
| 14.2 磁场强度 | (262) |
| 14.3 铁磁性 | (265) |
| 习 题 | (269) |

第 15 章 交变电流

| | |
|-----------------------|-------|
| 15.1 交变电流概述 | (271) |
| 15.2 交流电路中的基本元件 | (271) |
| 15.3 交流电路的矢量图解法 | (274) |
| 15.4 RLC 串联谐振 | (277) |
| 15.5 交变电流的功率 | (279) |
| 习 题 | (280) |

第 16 章 麦克斯韦方程和电磁波

| | |
|--------------------|-------|
| 16.1 位移电流 | (282) |
| 16.2 麦克斯韦方程组 | (285) |
| 16.3 电磁波 | (285) |
| 16.4 电磁波谱 | (289) |
| 习 题 | (291) |

附录 微积分初步与矢量

| | |
|-------------------|-------|
| 1. 函数、导数与微分 | (292) |
| 2. 积 分 | (295) |
| 3. 矢 量 | (298) |
| 习 题 | (300) |

习题参考答案

| | |
|-------|-------|
| | (302) |
|-------|-------|

第 1 篇

力 学

第1章 质点运动学

在各种形态的物质运动中,最简单的一种是物体位置随时间的变动,称为机械运动.力学的研究对象就是机械运动的客观规律,通常分为运动学和动力学.运动学只描述物体的运动,研究物体位置变动时的轨迹以及位移、速度、加速度等物理量随时间变化的关系,不涉及引起物体运动的原因.

1.1 参照系 坐标系 质点

1.1.1 参照系

自然界中的物体都在运动,要描述一个物体的运动,必须选择某种参照物.例如,要观察轮船在大海中的航行,可以选择海岸、灯塔甚至恒星作为参照物.这种研究物体运动时被选作参照物的物体,称参照系.同一物体的运动,由于参照系不同,对其运动的描述就不同.例如,以地球为参照系,太阳、月球都绕地球旋转.如果以太阳为参照系,地球则绕太阳旋转,而月球的轨迹是一个圆内旋轮线(图 1-1).这种在不同参照系中对同一物体运动的不同描述,称为运动描述的相对性.

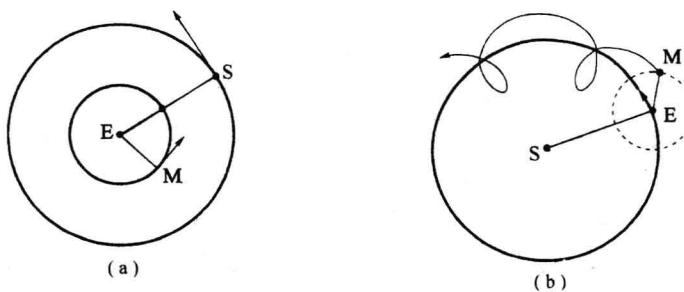


图 1-1

1.1.2 坐标系

为了定量地描述物体相对于参照系的运动,需要在参照系上建立适当的坐标系.首先在参照系上选取一参照点,然后以此为原点建立适当形式的坐标系.常用的坐标系有直角坐标系和极坐标系.

1.1.3 质点

任何物体都有一定的大小和形状.当物体作转动或物体有形变时,物体大小和形

状对运动的影响是重要的.但在很多问题中,这种影响可以忽略,可以把物体当作质点来处理,即只有质量而没有大小和形状的点.例如,当研究地球的公转时就可以把它当作质点,而当研究地球的自转时就必须考虑它的大小和形状.一个物体是否可以看成质点,应根据问题的性质来定.

1.2 质点运动的描述

1.2.1 位置矢量 位移

质点在某参照系中的位置,由所建立的坐标系来描述.参看图 1-2,运动质点某时刻所在位置 P ,可以用 P 点的三个坐标 x, y, z 来确定,或者用从原点 O 到位置 P 点的有向线段 \overrightarrow{OP} 来表示.有向线段 \overrightarrow{OP} 称为质点的 **位置矢量**.位置矢量常用 r 表示, r 又称为**矢径**.在直角坐标系中矢径 r 可以表示成

$$r = xi + yj + zk.$$

其中 i, j, k 是坐标轴 x, y, z 三个方向的单位矢量.显然,在运动过程中,质点的位置矢量 r 也随时间而变,它应该是时间 t 的函数,即

$$r = r(t). \quad (1.2-1)$$

位置矢量 r 的三个分量 x, y, z 也是时间 t 的函数,即

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \quad (1.2-2)$$

(1.2-1)式或者(1.2-2)式称为**质点的运动方程**.如果知道了运动方程,质点的运动就完全确定了.根据具体问题的条件,求解质点的运动方程是力学的基本任务之一.

质点在运动过程中,在空间所经历的路径称为**运动轨道**.在有些场合,人们更注重运动物体的轨道,如发射的人造卫星、宇宙火箭,它们的运行轨道更是科技工作者所关注的.从(1.2-2)式中消去时间 t ,就可以得到质点的轨道方程 $f(x, y, z) = 0$.有时也把方程(1.2-2)式称为**轨道的参数方程**.

例 1-1 一质点的运动方程为 $r = a \cos \pi t i + b \sin \pi t j$.求质点的轨道方程.

解 由(1.2-2)式知,质点运动方程的分量形式为

$$x = a \cos \pi t, \quad y = b \sin \pi t.$$

在 x, y 两式中消去 t ,得轨道方程

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

质点的轨道是一个以 a, b 为长、短半轴的椭圆.

设质点沿某轨道运动,在时刻 t ,质点的位置在轨道的 A 处,在时刻 $t + \Delta t$,它又在轨道的 B 处(图 1-3).质点在 A, B 两处的位置矢量分别

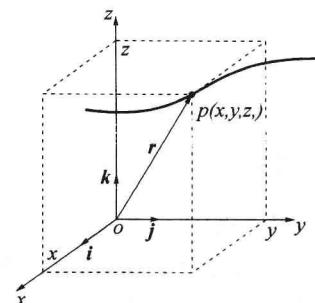


图 1-2

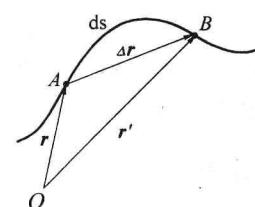


图 1-3

为 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' . 在时间间隔 Δt 内, 质点位置发生了变化, 质点位置的变化可以用有向线段 \mathbf{AB} 来表示. 从图 1-3 可以看出, 有向线段 \mathbf{AB} 就是矢径 \mathbf{r} 的增量 $\Delta \mathbf{r}$, 即

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}.$$

$\Delta \mathbf{r}$ 称为运动质点在 Δt 时间间隔内的位移. 位移也是个矢量, 其方向表明了 B 点相对于 A 点的方位, 位移的数值 $|\Delta \mathbf{r}|$ 表明了 B 点与 A 点两点之间的直线距离. 在 Δt 时间内质点是沿轨道(图 1-3 所示的曲线)从 A 点移动到 B 点, 它经过的路径长度, 即这一段曲线长度称为路程, 用 Δs 表示.

注意路程 Δs 和位移 $\Delta \mathbf{r}$ 是两个完全不同的概念, 路程是标量, 位移是矢量, Δs 和 $|\Delta \mathbf{r}|$ 并不相等, 只有在时间 Δt 趋近于零时, 才可以把 Δs 和 $|\Delta \mathbf{r}|$ 看作相等.

位置矢量、位移和路程的常用单位是米(m)、千米(km)和厘米(cm).

1.2.2 速度

如果运动质点在 t 到 $t + \Delta t$ 这段时间内的位移为 $\Delta \mathbf{r}$, $\Delta \mathbf{r}$ 与 Δt 之比称为质点在 Δt 内的平均速度,

$$\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}.$$

平均速度只能粗略地反映在 Δt 一段时间内质点位置矢量的平均变化率. 要精确地反映质点在某时刻的运动, 必须把时间间隔 Δt 取得很小, Δt 越小, 平均速度对运动的描述越精确. 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的平均速度所趋向的极限称为质点在某一时刻 t 的瞬时速度, 简称速度,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

由图 1-4 可以看出, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 位移 $\Delta \mathbf{r}$ 趋向于轨道曲线在 A 处的切线. 因此, 质点的速度方向沿着轨道上质点所在位置的切线方向. 在直角坐标系中, 瞬时速度可表示为

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k},$$

其中速度的三个分量分别是

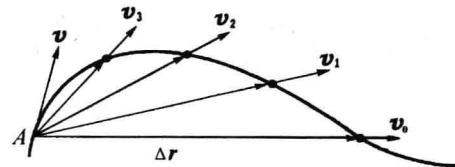


图 1-4

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

瞬时速度的大小称瞬时速率, 简称速率, 其数值为

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 位移的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 可以认为与路程 Δs 相等, 因此, 瞬时速率也等于 $\Delta t \rightarrow 0$ 时路程 Δs 与时间间隔 Δt 之比,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

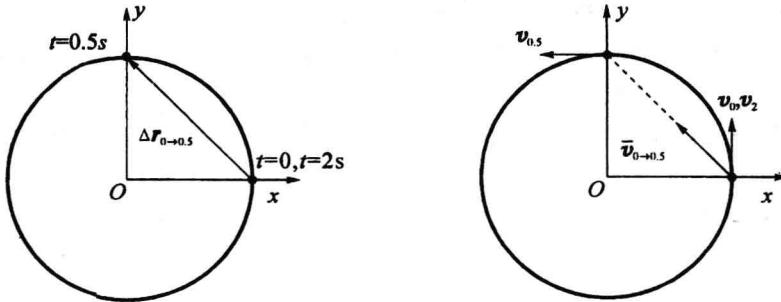
速度、速率的常用单位是米/秒(m/s)、千米/时(km/h)和厘米/秒(cm/s).

例 1-2 质点作圆周运动, 运动方程为

$$\mathbf{r} = (10\cos\pi t \mathbf{i} + 10\sin\pi t \mathbf{j}) \text{ m}.$$

其中时间单位为 s, 求

- (1) $t = 0$ 到 $t = 0.5\text{s}$, $t = 0$ 到 $t = 2.0\text{s}$ 质点的位移.
- (2) $t = 0$, $t = 0.5\text{s}$, $t = 2.0\text{s}$ 时刻的速度.
- (3) $t = 0$ 到 $t = 0.5\text{s}$, $t = 0$ 到 $t = 2.0\text{s}$ 间的平均速度.



例 1-2 图

解 (1) $\mathbf{r}_0 = 10\cos(0)\mathbf{i} + 10\sin(0)\mathbf{j} = 10\mathbf{i}\text{ m}$.

$$\mathbf{r}_{0.5} = 10\cos 0.5\pi \mathbf{i} + 10\sin 0.5\pi \mathbf{j} = 10\mathbf{j}\text{ m},$$

$$\mathbf{r}_2 = 10\cos 2\pi \mathbf{i} + 10\sin 2\pi \mathbf{j} = 10\mathbf{i}\text{ m},$$

$$\Delta\mathbf{r}_{0\rightarrow 0.5} = \mathbf{r}_{0.5} - \mathbf{r}_0 = (-10\mathbf{i} + 10\mathbf{j})\text{ m},$$

$$\Delta\mathbf{r}_{0\rightarrow 2} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_0 = 0.$$

(2) $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(10\cos\pi t\mathbf{i} + 10\sin\pi t\mathbf{j})\text{ m} = -10\pi\sin\pi t\mathbf{i}\text{ m/s} + 10\pi\cos\pi t\mathbf{j}\text{ m/s}.$

$$\mathbf{v}_0 = -10\pi\sin(0)\mathbf{i}\text{ m/s} + 10\pi\cos(0)\mathbf{j}\text{ m/s} = 10\pi\mathbf{j}\text{ m/s},$$

$$\mathbf{v}_{0.5} = -10\pi\sin 0.5\pi \mathbf{i}\text{ m/s} + 10\pi\cos 0.5\pi \mathbf{j}\text{ m/s} = -10\pi\mathbf{i}\text{ m/s}.$$

$$\mathbf{v}_2 = -10\pi\sin 2\pi \mathbf{i}\text{ m/s} + 10\pi\cos 2\pi \mathbf{j}\text{ m/s} = 10\pi\mathbf{j}\text{ m/s}.$$

(3) $\bar{\mathbf{v}}_{0\rightarrow 0.5} = \frac{\Delta\mathbf{r}_{0\rightarrow 0.5}}{\Delta t} = \frac{-10\mathbf{i} + 10\mathbf{j}}{0.5}\text{ m/s} = (-20\mathbf{i} + 20\mathbf{j})\text{ m/s},$

$$\bar{\mathbf{v}}_{0\rightarrow 2} = \frac{\Delta\mathbf{r}_{0\rightarrow 2}}{\Delta t} = 0.$$

1.2.3 加速度

一般, 运动质点速度的大小和方向都随时间而变化. 设在时刻 t 和时刻 $t' = t + \Delta t$, 质点的位置在 A 和 B , 速度分别为 \mathbf{v} 和 \mathbf{v}' (图 1-5). 在 Δt 期间, 质点速度的变化是 $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}' - \mathbf{v}$, $\Delta\mathbf{v}$ 与 Δt 之比称运动质点在 Δt 内的平均加速度 $\bar{\mathbf{a}}$, 即

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}.$$

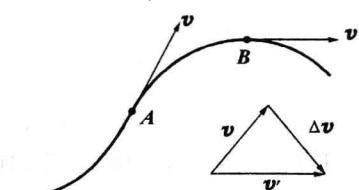


图 1-5

平均加速度只反映 Δt 内质点速度的平均变化率. 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时平均加速度的极限称质点在时刻 t 的瞬时加速度, 简称加速度, 即

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

把速度的定义式代入上式有

$$a = \frac{d^2 r}{dt^2},$$

即加速度等于速度对时间的一阶导数,或等于矢径对时间的二阶导数.在直角坐标系中,加速度可表示为

$$\bar{a} = a_x i + a_y j + a_z k,$$

其中加速度的三个分量分别为

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2},$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

加速度的常用单位是米/秒²(m/s²).

例 1-3 求例 1-2 中质点在 $t=0$, $t=0.5s$ 时刻的加速度及 $t=0$ 到 $t=0.5s$ 时间间隔内的平均加速度.

解

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(-10\pi \sin \pi t i + 10\pi \cos \pi t j) m/s^2 =$$

$$(-10\pi^2 \cos \pi t i - 10\pi^2 \sin \pi t j) m/s^2.$$

$$a_0 = (-10\pi^2 \cos 0 i - 10\pi^2 \sin 0 j) m/s^2 =$$

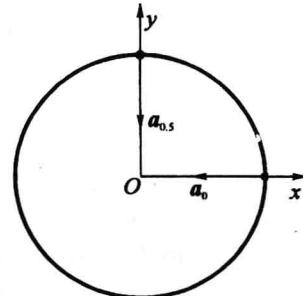
$$-10\pi^2 i m/s^2,$$

$$a_{0.5} = (-10\pi^2 \cos 0.5\pi i - 10\pi^2 \sin 0.5\pi j)$$

$$m/s^2 = -10\pi^2 j m/s^2,$$

$$\bar{a}_{0 \rightarrow 0.5} = \frac{\bar{v}_{0.5} - \bar{v}_0}{\Delta t} = \left[\frac{(-10\pi i) - (10\pi j)}{0.5} \right]$$

$$m/s^2 = (-20\pi i - 20\pi j) m/s^2.$$



例 1-3 图

1.3 直线运动

1.3.1 直线运动的运动方程

当质点运动的轨道是一条直线时,质点的运动称**直线运动**.取 x 轴与轨道重合,质点在任意时刻的位置由坐标 x 表示. x 是个标量, x 为正值表示质点位置在坐标原点的右边, x 为负值表示质点位置在原点左边.作直线运动的质点的位置 x 是时间 t 的函数

$$x = x(t),$$

这就是质点直线运动的运动方程.以 x 为纵轴, t 为横轴,可以画出运动方程曲线,称**坐标时间曲线**,简称 $x-t$ 图(见图 1-6).

1.3.2 直线运动中的速度

设质点在时刻 t 和 $t + \Delta t$ 的位置分别是 x 和 $x + \Delta x$, 质点在 t 到 $t + \Delta t$ 之间的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (1.3-1)$$

在 $x-t$ 图上, \bar{v} 的量值就是相应两坐标点之间的割线的斜率(图 1-6). 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均速率 \bar{v} 的极限就是质点在时刻 t 的瞬时速率, 即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}. \quad (1.3-2)$$

在 $x-t$ 图上, v 的量值就是曲线在 t 时刻处切线的斜率(图 1-6). $v > 0$ 表示 x 值增加, 质点向 x 轴正方向运动; $v < 0$ 表示 x 值减少, 质点沿 x 轴负方向运动.

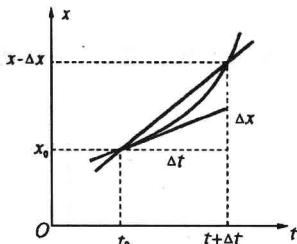


图 1-6

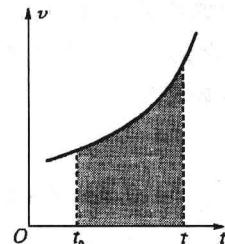


图 1-7

如果速度 v 也是时间 t 的函数, 即 $v = v(t)$, 以 v 为纵轴, 以 t 为横轴, 可以画出速度时间曲线, 简称 $v-t$ 图(图 1-7).

如果质点的速度 $v = v(t)$ 已知, 可以求得质点的运动方程. 把(1.3-2)式改写为 $dx = v dt$, 积分得

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v dt,$$

式中 x_0 是 x 在 $t = t_0$ 时的值. 由于 $\int_{x_0}^x dx = x - x_0$, 所以

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v dt.$$

根据积分定义, $\int_{t_0}^t v dt$ 就是 $v-t$ 图中 t_0 与 t 时刻间的曲线与 x 轴所围的面积, 也就是在此时间间隔内质点的位移 $x - x_0$ (图 1-7).

1.3.3 直线运动中的加速度

按定义, 质点作直线运动的加速度的大小是

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (1.3-3)$$

a 的量值就是 $v-t$ 曲线在某时刻切线的斜率. 如果质点运动的加速度的大小 $a = a(t)$ 已知, 可以用积分方法求得质点的速度大小. 改写(1.3-3)式为 $dv = adt$, 积分得

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t adt,$$

式中 v_0 是质点在 t_0 时刻的速度大小. 由于 $\int_{v_0}^v dv = v - v_0$, 所以

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t adt. \quad (1.3-4)$$

1.3.4 匀速直线运动

质点作匀速直线运动时, 速率 v 是个常数, 在 $v-t$ 图中是一条平行于 t 轴的直线, 如图 1-8 所示. 如果 $t=0$ 时质点坐标为 x_0 , 得

$$x = x_0 + vt.$$

这就是质点作匀速直线运动的运动方程. 在 $v-t$ 图中, $0 \rightarrow t$ 之间曲线与 t 轴所围面积是 vt , 也就是在此期间质点的位移 $x - x_0$.

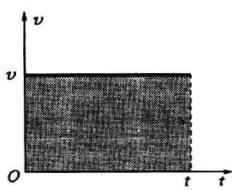


图 1-8

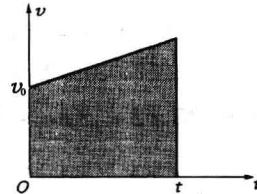


图 1-9

1.3.5 匀加速直线运动

匀加速直线运动中, 质点的加速度是个常数, $v-t$ 曲线是一条斜率为 a 的直线(图 1-9). 如果 $t=0$ 时, 质点速率为 v_0 , 质点在时刻 t 的速率为

$$v = v_0 + at.$$

假定 $t=0$ 时, $x = x_0$, 则

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt.$$

由于 $\int_0^t v dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, 所以

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

这就是匀加速直线运动的运动方程. 在 $v-t$ 图中, 质点的位移 $x - x_0$ 就是 $0 \rightarrow t$ 之间速度曲线与 t 轴所围梯形的面积.

如果把(1.3-3)式改写为 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$, 就有 $v dv = a dx$, 两边积分,

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a dx.$$

由于 $\int_{v_0}^v v dv = \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2)$, $\int_{x_0}^x a dx = a(x - x_0)$, 所以