



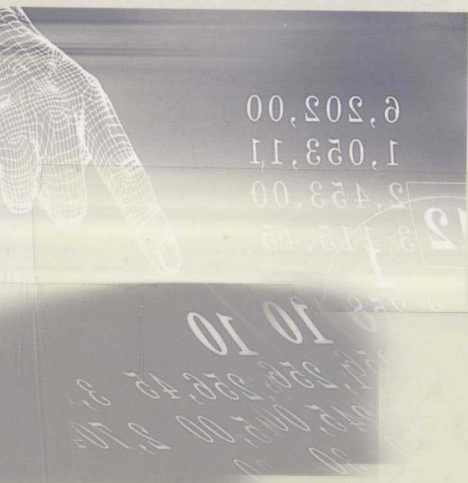
DE FANGFA JI YINGYON ()

Y C X

运筹学是一门为决策优化提供理论与方法的学科

运筹学的方法及应用

张长青 编著



黑龙江科学技术出版社

运筹学的方法及应用

张长青 编著

黑龙江科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

运筹学的方法及应用 / 张长青编著. — 哈尔滨 :
黑龙江科学技术出版社, 2010.9

ISBN 978-7-5388-6459-5

I. ①运… II. ①张… III. ①运筹学 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 192984 号

责任编辑 焦 琰

封面设计 刘 洋

运筹学的方法及应用

YUNCHOUXUE DE FANGFA JI YINGYONG

编著 张长青

出版发行 黑龙江科学技术出版社

(150001 哈尔滨市南岗区建设街 41 号)

电话(0451)53642106 电传 53642143(发行部)

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

出 版 全国新华书店

开 本 880×1230 1/32

印 张 9.375

字 数 312 000

版 次 2010 年 9 月第 1 版·2010 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5388-6459-5/Z·781

定 价 28.00 元

内容提要

本书着重介绍运筹学中的几个分支，主要包括：运筹学简介，线性规划，动态规划，库存理论，决策论，博弈论，图与网络分析，排队论。着重讨论基本原理和方法，强调这些学科分支所解决问题的思路和原理。

本书是由作者多年来讲授运筹学课程的讲义整理而得，可以作为经济、管理类和其他专业的学生、研究生的教材或参考书，也可作为从事规划、投资、决策、管理等领域工作的各级人员的参考书或自学读物。

前 言

随着人类社会的发展进步，数学在现代文化中处于越来越重要的地位。数学的思想和方法不仅在自然科学和工程技术领域中起着重要的作用，而且正在以越来越快的速度渗透到社会科学的各个领域，显示出巨大的启发作用和推动作用。在许多场合，数学不仅是一种强有力的研究工具，而且是解决许多重大问题的关键性的思想与方法。运筹学是数学的一个重要分支，是一门面向实际的科学，它在不断的发展，以解决人们在管理实践中提出的新问题。运筹学的思想方法在帮助管理者科学决策方面有广泛而深入的应用。

运筹学是在第二次世界大战中为进行作战研究而发展起来的一门应用学科，其中的理论和方法在战后被广泛应用于各种民用领域，成为一门主要运用数学并以计算机为工具，为决策优化提供理论与方法的学科。

随着计算机科学的快速发展和广泛应用，新一代大学生应学会运筹学的思想方法，掌握使用运筹学知识解决实际问题的能力，善于优化、利用资源。从 2000 年起，笔者每年为黑龙江大学经济与工商管理学院各专业开设运筹学课程，经过数年的教学实践，讲义几经修改才完成本书的定稿工作，力求使实际应用与理论原理并重，从实际应用中引出问题，以运筹学的原理解释和分析问题，同时运用实际问题来阐释运筹学的原理和方法。

编写本书有两个目的：其一是向读者介绍运筹学的优秀思想、方法及应用，但并不是展示运筹学的全貌；其二是使读者了解运筹学对当代人类文明的贡献，以达到开阔视野、启发灵性、提高工作效率的效果。阅读本书只需具有高等数学、线性代数和概率论的基本知识，因此可以作为经济、管理类和其他专业的本科生、研究生的教材或参考书，也可作为从事规划、投资、决策、管理等领域工作的各级人员的参考用书。

作者衷心感谢黑龙江大学教务处、经济与工商管理学院对本书编写的大力支持!

在本书的编写过程中,参阅了人大等高校有关运筹学等方面大量的文献,书中所附的主要参考文献仅为其中的一小部分,在此向列入和未列入参考文献的作者们表示衷心感谢。

编 者

2010年7月18日

目 录

第一章 运筹学简介	1
第一节 运筹学的起源	1
第二节 运筹学的性质与特点	7
第三节 运筹学的主要内容	8
习题一	11
第二章 线性规划	12
第一节 线性规划问题的一般形式	12
第二节 线性规划问题的标准形式	16
第三节 线性规划问题的解	19
第四节 线性规划问题解的性质	26
第五节 线性规划的单纯形法	27
第六节 线性规划的矩阵形式	44
第七节 线性规划的对偶理论	47
第八节 特殊类型的线性规划问题 ——运输模型和分配模型	75
习题二	94
第三章 动态规划	96
第一节 动态规划的基本思想和最短路线问题	96
第二节 投资分配问题	100
第三节 “背包”问题	107
第四节 多阶段生产安排问题	111
习题三	115
第四章 库存理论 (存储论)	117
第一节 研究库存理论的必要性	117
第二节 存储的基本概念	118
第三节 第一类存储模型 (确定性库存模型)	119
第四节 第二类存储模型	128

第五节 随机性库存模型.....	132
习题四	136
第五章 决策论	138
第一节 决策分析的基本问题.....	138
第二节 确定型决策问题.....	151
第三节 非确定型决策问题.....	152
第四节 风险型决策问题.....	157
第五节 效用理论在风险型决策中的应用.....	170
习题五	186
第六章 博弈论	188
第一节 博弈概述.....	188
第二节 上策均衡与纳什均衡.....	192
第三节 重复博弈与序列博弈.....	200
第四节 威胁、承诺与可信性.....	206
第五节 信息不对称.....	210
习题六	219
第七章 图与网络分析	222
第一节 图的基本概念.....	223
第二节 树和图的最小部分树.....	228
第三节 最短路问题.....	232
第四节 网络最大流问题.....	243
第五节 中国邮路问题.....	251
习题七	256
第八章 排队论	258
第一节 排队系统的基本概念.....	258
第二节 几种常见的排队模型.....	266
第三节 排队系统的优化.....	285
习题八	289
参考文献	291

第一章 运筹学简介

第一节 运筹学的起源

运筹学是由英文“Operational Research”翻译过来的，其英文原意是运用研究或作战研究。我国科学家将之译做运筹学，是根据“运筹帷幄之中，决胜千里之外”的“运筹”两字而来的，即显示了其军事的起源，也表明它在我国已早有萌芽，因此，以“运筹学”为译名，是非常恰当的。20世纪初，丹麦电话工程师爱尔朗（1879~1929）研究电话服务的等候问题，标志着排队论的诞生（1909年）。1928年，冯·诺依曼（1903~1957）以研究两人零和博弈的一系列论文为博弈论奠基。1939年，前苏联数学家康托洛维奇（1912~1986）出版《生产组织和计划中的数学方法》一书是规划论的开始。这些工作，仍是现在运筹学研究的领域。但作为一门学科，人们公认的运筹学诞生于第二次世界大战期间，其起源于军事、管理和经济。

一、运筹学的军事起源

军事是运筹学的第一个起源。运筹学思想方法的起源可追溯到古代。被后世称为兵圣的我国春秋时期的军事家孙武在他的著作《孙子兵法》一书中，体现了丰富的运筹学思想。在他质的论断中，渗透着深刻的量的分析。在《孙子兵法·始计篇》中，他认为，应当从政治、天时、地利、帅和法制五个方面，对敌我双方的优劣条件，进行全面的估计和分析，来估计战争的胜负。这是从全局的观点来分析战争，指出：“知之者胜，不知者不胜”。在《孙子兵法·始计篇》中，他指出了算计和谋划对于决胜战争胜负的重要性。军事运筹问题和运筹学思想的例子还是很多的，比如田忌赛马、围魏救赵、行军运粮等也充分说明我国很早就有了朴素的运筹学思想，但由于当时我国还处于落后的封建社会，封建统治时期又特别漫长，生产力受到封建生产关系的长期束缚，使科学

技术不能在古代曾经有过灿烂成就的基础上继续发展，就好像中国人发明的火药，却仅仅把它制成鞭炮用来驱赶鬼神；中国人发明了指南针却仅仅成为风水先生勘探凶吉的道具，因此这种宝贵的、朴素的运筹思想，也没能进一步与数学相结合，形成一门较完整的学科。

在国外运筹思想也可追溯到很早以前。阿基米德、达·芬奇、伽利略都研究过作战问题。在第一次世界大战中，以生理学教授希尔（A.V.Hill）为首的英国国防部，防空实验小组成立，专门研究高射炮的利用问题。这可以算是第一次世界大战时期运筹组织的萌芽，对于发挥科学在国防中的作用做出了巨大贡献，他被称为“运筹学之父”。1916年英国数学家兰彻斯特（F.W.Lanchester）对空战做了数学分析，他用一些方程式描述了战争的某些基本关系。后来他把这个分析运用到“特拉沃尔”战役获得了某些成功。兰彻斯特的功绩在于，他第一个证明了战争情况是可用数学方法分析的，虽然在大的战役中，由于他的方程式过分简单，不能作为分析全局的复杂战况的依据，但仍可在局部的战役中，对武器的效果做些评价。与此同时美国科学家托马斯·爱迪生接受了一个任务，找出商船运行策略，使它能有效的减少敌人潜艇对商船的损害。他运用博弈论和统计分析方法研究出了商船的运行策略，使水面上的商船能够躲避并进而摧毁潜艇。

S.楚格门（Zuckerman）曾说：“运筹学是科学家和飞行人员秘密联系的私生子”。事实正是如此。20世纪30年代，德国内部民族沙文主义及纳粹主义日渐抬头。以希特勒为首的纳粹势力夺取了政权，开始了以战争扩充版图，以武力称霸世界的构想，作着战争准备，欧洲上空战云密布。当时任英国海军大臣的丘吉尔认为英德之战不可避免，他在自己的权力范围内做着迎战德国的准备，其中最有成效的就是英国本土防空准备。1935年，英国科学家沃森·瓦特发明了雷达，丘吉尔敏锐的认识到了它的重要意义，下令在英国东海岸鲍得西（Bawdsey）建立一个秘密的雷达站，当时德国已拥有一只强大的空军，起飞17分钟即可到达英国。在如此短的时间内如何预警及做好拦截，甚至在本土之外或海上拦截德机，就成为一大难题。雷达技术帮助了英国，在当时已可以探测到

160 千米之外的飞机,但空中防备还需进一步完善。1939 年,由英国曼彻斯特大学物理学家、英国战斗机司令部科学顾问、战后获得诺贝尔奖的布莱凯特(M.S.Blackett)为首,组织了一个小组,代号为“Blackett 马戏团”,专门就改进空防系统进行研究。这个小组包括三名心理学家、两名数学家、两名应用数学家、一名天文物理学家、一名普通物理学家、一名海军军官、一名陆军军官及一名测量人员。此小组的特点是跨学科性,他们运用自然科学和工程技术的方法,对雷达信息传递、作战指挥、战斗机与防空火力的协调,作了系统的研究并获得了成功,大大提高了英国本土的防空能力。

“Blackett 马戏团”是世界上第一个运筹学小组。从学术思想上,他们的研究蕴含着整体性的概念和系统分析的思想。在他们此次研究所写的秘密报告中使用了“Operational Research”一词,意指“作战研究”或“运作研究”,也就是我们所说的运筹学。

第二次世界大战中,运筹学被广泛应用于军事系统工程,除英国外,美国、加拿大等国也相继成立了军事运筹研究小组,以解决战争中提出的运筹学课题,其中最著名的工作之一是改进深水炸弹的起爆深度。

当时德国的潜水艇严重威胁盟军的运输船,于是研究如何用飞机投掷深水炸弹,有效摧毁敌军潜艇就成为当务之急。1942 年,美国大西洋舰队反潜战官员贝克(W.D.Baker)舰长请求成立反潜战运筹组,麻省理工学院的物理学家莫尔斯(P.M.Morse)被请来担任计划和监督。莫尔斯最出色的工作是协助英国打破了德国对英吉利海峡的海上封锁。1941~1942 年,德国潜艇严密封锁了英吉利海峡,企图切断英国的“生命线”。海军数次反封锁,均不成功。应英国要求,美国派莫尔斯率领一个小组去协助。莫尔斯小组经过多次实地调查,提出两条重要建议:

(1) 将反潜攻击由反潜舰艇投掷水雷,改为飞机投掷深水炸弹。起爆深度由 100 米左右,改为 25 米左右,即当德方潜艇刚下潜时攻击效果最佳。

(2) 改进运送物资的船队及护航舰艇编队的方式,既由小规模多批次,改进为加大规模、减少批次,这样损失率将减少。

数学家运用概率论分析后发现,舰队与敌人潜艇相遇是一个随机事件,按数学角度来看这一问题,它具有一定的规律。一定数量的船(如100艘)编队规模越小,编次就越多(如每队20艘,就要有5个编次),编次越多,与敌人相遇的概率就越大。比如五位同学放学都回自己家,老师要找一位同学的话,随便去那家都行,但这五位同学都在其中某一家的话,老师要找几家才能找到,一次找到的可能性只有20%。美国海军接受了数学家的建议,命令船队在指定海域集合,再集体通过危险海域,然后各自驶向预定港口。结果奇迹出现了,盟军舰队遭袭击被击沉的概率由原来的25%降低为1%,大大减少了损失,保证了物资的及时供应。这就是二战时期美国曾宣称:一名优秀的数学家的作用超过10个师的兵力的由来。

此外,在对潜艇的有效搜索、合理安排飞机维修、提高飞机的利用率等许多问题的解决,运筹学发挥了重大作用。正是由于战争需要的促进,以及大批科学家的参与,使运筹学得到迅速发展。

第二次世界大战期间的军事运筹问题及其解决方法具有如下的特点:

- (1) 数据是实战中的真实数据;
- (2) 解决问题的人员组成是多学科的;
- (3) 处理问题的方法渗透着物理学的思想。

第二次世界大战结束后,英国军方的一份《总结报告》曾写道:“这种有资深科学家进行的,改善海军技术和物质运作的科学方法,被称为运筹学……和以往的历次战争相比,这次战争更是新的技术策略和反策略的较量……我们在几次关键战役中加快了反应速度,运筹学使我们赢得了胜利”。

第二次世界大战后,运筹学从单纯军事和战争中的应用研究,扩展到经济和管理领域,并形成了自己的理论和方法,1948年,美国麻省理工学院率先开设了运筹学课程,许多大学群起效法,内容也日益丰富。1950年,美国出版了第一份运筹学杂志;1951年,莫尔斯(P.M.Morse)和金博尔(G.E.Kimball)出版了第一部运筹学专著:《运筹学的方法》,此

书中总结了第二次世界大战中运筹学的军事应用,并且给出了运筹学的一个著名定义:运筹学是为执行部门对它们控制下的“业务”活动采取决策提供定量依据的科学方法。

二、运筹学的管理起源

运筹学的第二个起源是管理。第一次世界大战前就已经发展成熟的古典管理学派,对运筹学的产生和发展影响很大。1911年,美国人泰勒(F.W.Taylor)提出的科学管理理论和方法,开创了企业科学管理的新纪元,因而被后人誉为“科学管理之父”。他的名著《科学管理原理》于1911年问世,在此书中泰勒的管理思想和理论,概括起来主要有以下三个观点:

(1) 科学管理的根本目的是谋求最高工作效率。泰勒认为:管理的主要目的应该是使雇主实现最大的富裕,也联系着使每个雇员实现最大限度的富裕。提高劳动生产率是泰勒创立科学管理理论的出发点和基础。

(2) 达到最高工作效率的重要手段是科学的管理方法。泰勒认为管理是一门科学,为了提高工作效率必须制定明确的规定、条例和标准,必须用科学化、制度化的管理代替旧的经验管理。

(3) 实施科学管理要求精神上的彻底变革,泰勒认为科学管理是一场重大的精神变革,他要求工人要树立对工作、对同事、对雇主负责的观念,要求管理人员改变对同事、对工人的态度,增强责任观念。通过这种变革,可以使管理者和工人双方都把注意力从盈利的分派上转移到增加盈利的数量上来。

泰勒是为资本主义服务的,泰勒制的最终目的是最大限度地剥削剩余劳动。然而他对科学管理的贡献是不可抹煞的,尤其在定量化方面,其影响所及十分深远,为运筹学创造了一个必要的条件。列宁同志也对泰勒做了精辟的论断,他指出:“一方面是资产阶级剥削的最巧妙的残酷手段,另一方面是一系列的最丰富的科学成就”(《列宁选集》第三卷511页)。泰勒制积极的一面,确有值得我们借鉴的地方。

与泰勒同时代的,对管理改革做出贡献的还有一些学者,其中具有

代表性的人物有：法国著名管理学家法约尔（Fayol）、甘特（H.L.Gantt）和杰尔布雷斯夫妇。

法约尔是法国矿业公司的经理，他着重研究整个企业范围，特别是高层的管理问题，于1916年发表了《工业和一般管理》一书。由于他对企业管理职能，管理组织和管理原则的深刻分析所做出的贡献，而被誉称为法国“经营管理之父”。

甘特曾是泰勒的亲密合作者，科学管理运动的先驱之一。现在我们常用的“工资任务加奖金”的工资制度，就是他最早提出的。甘特所创造的“甘特图”（也称黑道图）是用于生产活动分析和计划安排，至今还在实践中应用，并发展成运筹学中的统筹方法。

杰尔布雷斯夫妇则以进行动作研究而著称。他们夫妻俩合作出版了许多著作，其中比较有影响的有：《动作研究》、《科学管理入门》以及《疲劳研究》等。所有这些科学家所做的这些贡献丰富了科学管理的内容，然而泰勒的贡献是无与伦比的，他被誉为“科学管理之父”是当之无愧的。人们把以泰勒为代表的这些学者所形成的学派称为科学管理学派。管理实践和管理科学的许多问题，至今仍然是运筹学家关注的课题。

三、运筹学的经济起源

运筹学的第三个起源是经济，经济学理论对运筹学的影响是和数理经济学学派紧密联系的。数理经济学对运筹学，特别是对线性规划的影响可以从魁奈（Qusnay）于1758年发表的《经济表》算起，当时最著名的经济学家沃尔拉斯（Walras）研究了经济平衡问题，后来的经济学家对其数学形式继续研究并得到深入发展。20世纪30年代，奥地利和德国的经济学家推广了沃尔拉斯的工作。1932年，冯·诺伊曼（Von Neumann）提出一个广义经济模型。1939年，前苏联数学家康托洛维奇发表了《生产组织和计划中的数学方法》。这些工作都可以看做是运筹学的先驱工作。

这里我们需要指出一点：伟大的导师马克思是第一个成功地把数学用于经济研究的无产阶级经济学家。在他毕生致力研究的《资本论》中，处处渗透着量的分析。在关键之处，还蕴含着新的数学理论的萌芽。虽

然在《资本论》这部巨著中并没有大量的数学公式，但是的确存在着深刻的量的分析。因可以说马克思是最早的把数学用于经济研究的经济学家之一。近 30 年来，经济数学和运筹学相互影响，相互促进，共同发展。

运筹学来源于军事、管理和经济，离开了这三个领域，运筹学就会成为无源之水，就会走向歧途，这是实践已经证明了的事实。

第二节 运筹学的性质与特点

运筹学属于应用数学范畴。具体地说，它是一门管理数学，是一种通过对系统进行科学的定量分析，从而发现问题、解决问题的系统方法论。与其他的自然科学不同，运筹学研究的对象是“事”，而不是“物”，它揭示的是“事”的内在规律性，研究的是如何把事办得更好的方式和方法。它的主要学科特点如下：

(1) 它着重从全局或系统的观点看问题，始终追求总体效果最优。

运筹学在研究问题时，总是力求从事物方方面面的联系中进行分析，强调通过协调各组成部分之间的关系和利害冲突，使整个系统达到最优状态。

(2) 应用的工具是科学的方法、技术。具体地说主要是数学的方法。运筹学是通过建立模型并求解解决实际问题的，它总是力求通过建立模型的方法或数学定量方法，使问题在量化的基础上能科学、合理地得到解决。其应用范围仅限于科学方法可以完满应用的范围。

(3) 强调实际应用和实践性。运筹学是一门实践的科学，它完全是面向应用的。它已被广泛应用于工商企业、军事部门、民政事业等组织内的统筹协调问题，其应用不受行业、部门的限制。它的最终任务是向决策者提供建设性意见，并收到实效。

(4) 最终目的是使有组织的系统中的人、财、物和信息得到最有效的利用。它总是力求使系统的产出最大化，使投入与产出的比例实现最佳配置。它特别重视效益与费用的比较，强调在降低成本费用的基础上，追求系统效益和产出的最优化。

(5) 多学科交叉性。这其中包括所涉及问题领域的多学科性、应用方法的多学科性、团队组合的多学科性。

运筹学从全局的观点出发, 它所涉及问题的领域必然是多学科性的, 其中有数学、概率统计、经济学、企业管理、电子计算机、工程技术、物理学、行为科学以及军事政治等各个学科。而且运筹学组从一开始就是由各方面的专家学者组成, 要解决的问题本身及方法必须是综合性的, 各个学科交叉的方法。

(6) 与计算工具发展的密切相关性。运筹学的发展与计算机的发展始终是结合在一起的。没有计算机的发展, 也就不可能有运筹学的发展。在运筹学模型的实际应用中, 往往需要进行十分复杂的数值计算, 以致手工计算根本无法胜任, 必须借助计算机才能完成。还有一些模型的算法尽管理论上是正确可行的, 但囿于目前计算机的功能而无法实现。因此, 运筹学的发展有赖于计算机和计算机科学的发展, 而研究、改善各种算法的计算机程序也是运筹学的任务之一。

第三节 运筹学的主要内容

运筹学有很多的应用领域和研究领域, 时至今日仍在不断发展和扩充。这里只能简单叙述一下其最主要的几个分支。

1. 线性规划 (Linear Programming)

线性规划是运筹学的一个重要分支, 早在 1939 年前苏联的康托洛维奇就提出了生产组织与计划中的线性规划模型。1947 年美国数学家丹兹格 (G.B.Dantzig) 提出了求解线性规划问题的单纯形方法, 为线性规划的理论及计算奠定了基础。线性规划是在研究线性不等式或等式的限制条件下, 使某一线性目标取得最大 (或最小) 的问题。由于线性规划模型比较简单, 理论与算法比较成熟, 因而, 线性规划在交通、工业、农业、军事、经济、管理等方面有很多成功应用的实例。

2. 整数规划 (Integer Programming)

由于在实际问题中某些变量的取值只能为整数 (例如: 机器的台数; 完成工作的人数等), 因此, 在线性规划的模型中有一部分或全部变量

要求是整数，这就构成了（线性）整数规划问题。

3. 非线性规划（Nonlinear Programming）

非线性规划也是运筹学的最主要分支之一。在很多实际问题中，变量与变量之间的关系大多是非线性关系。如果在线性规划模型当中，至少有一个非线性函数出现（不论是目标函数，还是约束函数），我们就称其为非线性规划问题。

4. 多目标规划（Multiobjective Programming）

由于客观情况比较复杂，有时判断一个方案的优劣难以用一个目标来权衡，即需用一个以上的目标来衡量，而这些目标之间又往往不那么协调（甚至是彼此完全对立的）。多目标规划是研究具有多个目标的规划问题的理论与方法的一个新的分支。多目标规划应用广泛，近年来这一分支的研究十分活跃。

5. 动态规划（Dynamic Programming）

有些经营管理活动由一系列阶段组成，在每个阶段依次进行决策，而且各个阶段的决策之间互相关联，因而构成一个多阶段的决策过程。动态规划是研究一个多阶段决策过程总体优化的问题。

6. 对策（博弈）论（Theory of Games）

对策论也是运筹学的一个重要分支，它所研究的主要对象是带有竞争、冲突性质的现象。它在经济学与管理学的理论和应用越来越受重视，以成为当代经济理论发展的主流方向，是微观经济学的一个重要组成部分。1994年诺贝尔经济学奖授予三位博弈论专家，它表明博弈论这门科学在经济学中的重要地位，可以说不懂博弈论将无法跟上现代经济学发展的步伐。难怪当代“最后一个经济学全才”萨缪尔森说：“要想在现代社会做一个有文化的人，你必须对博弈论有一个大致的了解”。他还说过：你可以将一只鹦鹉训练成经济学家，因为它所要学的只有两个词：供给和需求。博弈论专家坎多瑞引申说：要想让这只鹦鹉成为现代经济学家，它必须再多学一个词，这个词就是“纳什均衡”。你想成为现代经济学家吗？学点博弈论吧。