

锦囊妙解

创新导学专题

高中数学

立体几何初步与空间向量

丛书主编 司马文 曹瑞彬
丛书副主编 冯小秋 钟志健
本册主编 毛金才



品牌连续热销 **8** 年



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

锦囊妙解

创新导学专题

高中数学

立体几何初步与空间向量

丛书主编 司马文 曹瑞彬
丛书副主编 冯小秋 钟建群
执行主编 江海
本册主编 毛金才
编者 万强华 孙志明 许学龙 曹建峰 毛金才 李庆春 周志祥
朱燕卫 金尤国 胡志彬 丁锁勤 钱勇 吴志山 何福林
沈桂彬 李小慧 朱时来 王春和 周拥军 王新祝 李家亮
丁勇 肖亚东 吴淑群 张季锋 李金光



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

图书在版编目(CIP)数据

锦囊妙解创新导学专题·高中数学·立体几何初步与空间向量/司马文,
曹瑞彬丛书主编;毛金才本册主编. —北京:机械工业出版社,2010.10
(2011.1重印)
ISBN 978-7-111-32044-9

I. ①锦… II. ①司…②曹…③毛… III. ①立体几何课-高中-教学参
考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 189209 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:石晓芬 责任编辑:石晓芬

责任印制:李 妍

唐山丰电印务有限公司印刷

2011 年 1 月第 1 版第 2 次印刷

169mm×228mm·12.5 印张·320 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-32044-9

定价:16.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者服务部:(010) 68993821 封面无防伪标均为盗版

前言



锦囊妙解丛书面世多年，备受广大读者厚爱，在此深表感谢。为了对得起广大读者的信任，对得起自己的职业良心，我们密切关注课程改革的新动向，在原有基础上，精益求精，反复修订，使得锦囊妙解丛书与时俱进、永葆青春。目前奉献给读者的《锦囊妙解创新导学专题》丛书，力求凸显创新素质的培养，力求知识讲解创新、选择试题创新、剖析思路创新，从而力求让学生阅读后，能更透彻、迅速地明晰重点、难点，在掌握基本的解题思路和方法的基础上，举一反三、触类旁通，全面提升学生的创新素质，在学习、应试中得心应手、应付裕如。

本丛书以每个知识点为讲解元素，结合“课标解读”、“知识清单”、“易错清单”、“点击高考”、“模拟演练”等栏目设计，突出教材中的重点和难点，并将高考例题的常考点、易错点进行横竖梳理，多侧面、多层次、全方位加以涵盖，使分散的知识点凝聚成团，形成纵横知识网络，有利于学生的记忆、理解、掌握、类比、拓展和迁移，并转化为实际解题能力。

本丛书取材广泛，视野开阔。吸取了众多参考书的长处及全国各地教学科研的新思路、新经验和新成果。选例新颖典型，难度贴近高考实际。讲解完备，就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然而细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解，从而达到举一反三、触类旁通的功效。

本丛书以“新课程标准”为纲，以“考试说明”与近年考卷中体现的高考命题思路为导向，起点低、落点难，重点难点诠释明了，高考关键热点突出，专题集中，能很好地培养学生思维的严谨性、解题的灵活性、表达的规范性。

古人云：授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷。让学生掌握“捕鱼之术”，其实就是创新教育的主要目标。本丛书策划者、编写者以此为共识，精诚合作，千锤百炼，希望本丛书不但能帮助你学到知识，掌握知识，而且能掌握其学习方法，养成创新意识，增强创新能力，那将能让你终身受益。

司马文
曹瑞彬

编写说明

本书涉及的知识点是新课标“必修2”中的“立体几何初步”模块和“选修2-1”中“空间向量”模块。本书特色如下：

1. 突出基本知识的系统性，突出空间想象能力的训练，突出计算与推理能力的提升和创新意识的培养；
2. 在微观上注重对解题思路的分析，在宏观上注重对解题规律的点评；
3. 在解题的过程中，注重渗透各种题型（选择题、填空题和解答题）的解题方法和技巧；
4. 选题的新颖和部分原创是本书的一大亮点。

全书分成14讲，每一讲是一个独立的逻辑体系，若是新学的2个模块，则一定要系统地阅读与练习；若是高考复习这2个模块，则可以有选择地阅读与练习；3个专题，在一个新的高度上，对立体几何初步的学习进行了全新的概括，为同步学习或高考复习提供了升华的空间；4套单元测试和2套综合测试搭建了展示能力的平台。

同时，本书也是一本不可多得的教学参考书。

通读全书，希望带给你“泰山归来不看岳”的感觉。

编者

作者简介：

毛金才，大学本科，中学数学高级教师，海安县高中数学学科带头人，南通市名师培养对象，主持或参与省级课题研究，已出版专著多本，在“中学数学教学参考”，华东师大的“数学教学”，首都师大的“中小数学”等国家、省级报刊上共发表论文五十余篇。

目 录



前 言

编写说明

第一讲 柱体、锥体、台体和球/1

第二讲 中心投影和平行投影/10

第三讲 空间几何体的直观图/23

第四讲 空间几何体的表面积和体积/28

第五讲 平面的基本性质/39

第六讲 空间中两直线的位置关系/49

单元测试一/59

第七讲 直线与平面平行/65

第八讲 直线与平面垂直/76

第九讲 三垂线定理及应用/87

单元测试二/95

第十讲 平面与平面平行/101

第十一讲 两平面垂直的判定/109

第十二讲 平面与平面垂直的性质/119

单元测试三/127

专题一 “点、直线、平面之间的位置关系”学习两点注记/133

专题二 立体几何的常规计算题与求解策略/137

专题三 揭示立体几何隐含条件的两种方法/147

单元测试四/150

第十三讲 空间向量及其运算/156

第十四讲 空间向量的坐标及应用/167

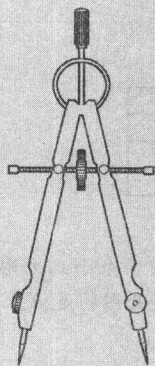
综合测试一/180

综合测试二/188

第一讲

柱体、锥体、台体和球

课标解读



【知识与技能】

- (1) 直观了解柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征；
- (2) 能运用这些结构特征描述现实生活中简单物体的结构。

【过程与方法】

用“运动观”定义柱、锥、台和球。

【情感、态度与价值观】

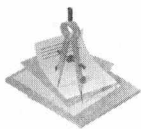
形成联系、变化的辩证方法。

【重点】

柱、锥、台和球的定义、几何性质及其直观图的画法。

【难点】

柱、锥、台和球的几何性质。



知识清单

知识点一 多面体

定义 1. 由一个平面多边形沿某一方向平移形成的空间几何体叫做棱柱。平移起、始的两个面叫做棱柱的底面，多边形的边平移所形成的面叫做棱柱的侧面，相邻两侧面的公共边叫做侧棱。

定义 2. 当棱柱的一个底面收缩为一个点时，得到的几何体叫做棱锥。

定义 3. 棱锥被平行于底面的一个平面所截后，得到的截面与底面之间的部分叫做棱台。

定义 4. 由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体。

注意问题

1. 棱锥的底面是一个多边形，每个侧面都是三角形；
2. 棱柱的两个底面是全等的多边形，侧棱相互平行，且每个侧面是一个平行四边形；
3. 棱台的两个底面是相似多边形（不全等），每个侧面都是梯形，且侧棱延长后交于一点。

例 1. 图 1-1 所示几何体中，棱柱的个数是_____。

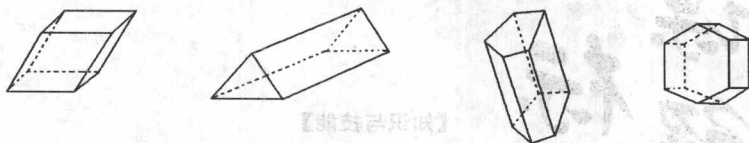


图 1-1

【解析】 利用棱柱的定义进行判断。

【答案】 4

【点评】 棱柱的底面不一定是水平放置的，请关注非正常放置的图形。

例 2. 图 1-2 所示图形中是正方体展开图的是_____。

()

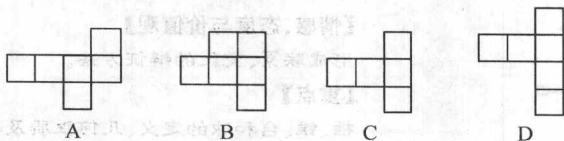


图 1-2

【解析】 选项 B 中出现 4 个小正方形相邻，不合题意；选项 C 中只有 5 个小正方形；选项 D 的展开图围成几何体后出现 2 个小正方形重合。运用排除法得正方体展开图的是 A。

【答案】 A

【点评】 本题主要考查空间想象能力和逆向思维能力。

例 3. 图 1-3 所示是一多面体的展开图，每个面内都给了字母，请根据要求回答问题：

- ① 如果面 A 在多面体的底面，那么哪一个面会在上面？_____；
- ② 如果面 F 在前面，从左边看是面 B，那么哪一个面会在上

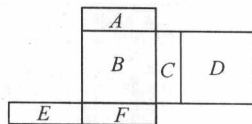


图 1-3



面? _____;

③如果从左边看是面C,面D在后面,那么哪一个面会在上面? _____。

【解析】把多面体的展开图还原成直观图(直四棱柱),调整直观图的位置至分别符合①②③的条件为止,就可以得到答案。

【答案】①F;②E;③A

【点评】本题的解决需要有逆向思维和空间想象力的支撑。

例4 如图1-4所示,长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5, BC=2, AA_1=3$,则一只小虫从A点沿长方体的表面爬到 C_1 点的最短距离是_____。

【解析】如图1-5所示,小虫从A点沿长方体的表面爬到 C_1 点的不同路径(只经过长方体的2个面)共有6个,这6条路径的长共有3种: $\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$, $\sqrt{2^2+8^2}=2\sqrt{17}$, $\sqrt{3^2+7^2}=\sqrt{58}$,所以小虫从A点沿长方体的表面爬到 C_1 点的最短距离是 $5\sqrt{2}$ 。

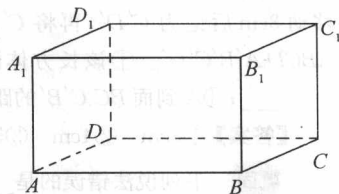
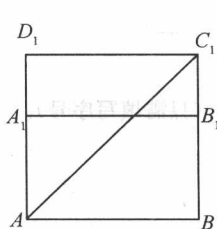
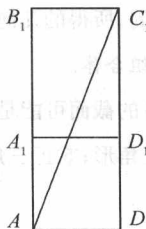


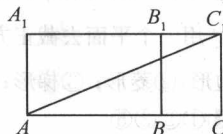
图1-4



路径1



路径2



路径3

图1-5

【答案】 $5\sqrt{2}$

【点评】利用空间图形展成平面图形时度量不变性,将立体几何的最值问题转换成平面几何的最值问题是立体几何求最值的通法。

例5 如图1-6所示的几何体中,四边形 AA_1B_1B 是边长为3的正方形, $CC_1=2, CC_1 \parallel AA_1$,这个几何体是棱柱吗?若是,指出是几棱柱;若不是棱柱,请你试用一个平面截去一部分,使剩余部分是一个棱长为2的三棱柱,并指出截去的几何体的特征,在立体图中画出截面。

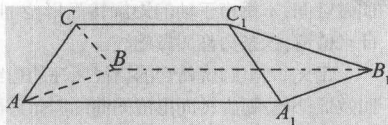


图1-6

【解析】如图1-7所示,在四边形 ABB_1A_1 中,在 AA_1 上取点E,使 $AE=2$;在 BB_1 上取点F,使 $BF=2$ 。连接 C_1E, EF, C_1F ,则过 C_1EF 的截面将几何体分成两部分,其中一部分是棱柱 $ABC-EFC_1$,其棱长为2。

【答案】这个几何体不是棱柱,截去的部分是一个四棱锥 $C_1-EA_1B_1F$ 。

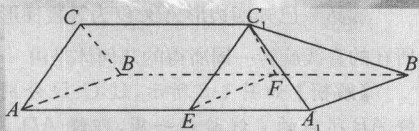
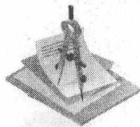


图1-7



点评 割补法是立体几何解题的常用方法。

巩固1 已知集合 $A=\{\text{正方体}\}$, $B=\{\text{长方体}\}$, $C=\{\text{正四棱柱}\}$, $D=\{\text{直四棱柱}\}$, $E=\{\text{棱柱}\}$, $F=\{\text{直平行六面体}\}$, 则 A, B, C, D, E, F 之间的包含关系是_____。

【答案】 $A \subset C \subset B \subset F \subset D \subset E$

巩固2 线段 AB 长为 5cm, 在水平面上向右平移 4cm 后记为 CD , 将 CD 沿铅垂线方向向下移动 3cm 后记为 $C'D'$, 再将 $C'D'$ 沿水平方向向左移 4cm 记为 $A'B'$, 依次连接构成长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 。①该长方体的高为_____；②平面 $ABB'A'$ 与面 $CDD'C'$ 间的距离为_____；③ A 到面 $BC C'B'$ 的距离为_____。

【答案】 ①3cm ②4cm ③5cm

巩固3 下列说法错误的是_____。

①若棱柱的底面边长相等, 则它的各个侧面的面积相等；②九棱柱有 9 条侧棱, 9 个侧面, 侧面为平行四边形；③六角螺帽、三棱镜都是棱柱；④三棱柱的侧面为三角形。

【答案】 ①④

巩固4 把直角三角形绕斜边旋转一周, 所得的几何体是_____。

【答案】 由同底面的两个圆锥组成的组合体。

巩固5 用一个平面去截正方体, 所得的截面可能是_____ (只需填写序号)。

①六边形；②菱形；③梯形；④直角三角形；⑤正三角形。

【答案】 ①②③⑤

知识点二 旋转体

定义 5. 将矩形、直角三角形、直角梯形分别绕着它的一边、一直角边、垂直于底边的腰所在的直线旋转一周, 形成的几何体分别叫做圆柱、圆锥、圆台, 这条直线叫做轴, 垂直于轴的边旋转而形成的圆面叫做底面, 不垂直于轴的边旋转而形成的曲面叫做侧面, 无论旋转到什么位置, 这条边都叫做母线。

定义 6. 半圆绕着它的直径所在的直线旋转一周而形成的几何体叫做球, 半圆弧旋转而形成的曲面叫做球面。

定义 7. 一条平面曲线绕它所在的平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫做旋转面, 封闭的旋转面围成的几何体叫做旋转体。

例6 已知四边形 $ABCD$ 为等腰梯形, 两底边为 AB, CD , 且 $AB > CD$, 绕 AB 所在的直线旋转一周所得的几何体是由_____、_____、_____构成的组合体。

【解析】 如图 1-8 所示, 过 C, D 分别作 AB 的垂线, 垂足分别是 C_1, D_1 , 绕 AB 所在的直线旋转一周, 即绕 AD_1, D_1C_1, C_1B 分别将 $\text{Rt}\triangle AD_1D$ 、矩形

注意问题

1. 圆锥、圆台和球都是特殊的旋转体。
2. 圆台的母线延长后交于一点。
3. 通常利用旋转体的轴截面进行有关的计算。

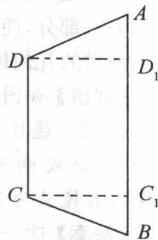


图 1-8



D_1C_1CD 、 $Rt\triangle C_1BC$ 旋转一周, 分别得到圆锥、圆柱、圆锥。

这样做的目的是分割成若干个直角三角形和矩形。

【答案】圆锥、圆柱、圆锥

【点评】将组合体的轴截面 $ABCD$ 进行必要的分割, 是解题的关键。

例7 如图 1-9 所示, 把一个圆锥截成圆台, 已知圆台的上、下底面半径的比是 $1:2$, 母线长为 10cm , 则圆锥的母线长 = $\quad\quad\quad\text{cm}$ 。

【解析】设圆锥的母线长为 l , 圆台上、下底面半径为 r, R 。

$$\therefore \frac{l-10}{l} = \frac{r}{R},$$

$$\therefore \frac{l-10}{l} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore l = 20(\text{cm}).$$

利用相似三角形的性质得到。

【答案】20

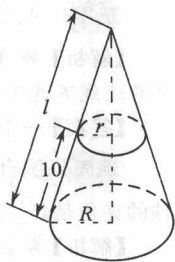


图 1-9

【点评】旋转体的计算规律是: 利用轴截面, 转化为平面几何的计算。

例8 下列结论不正确的是 $\quad\quad\quad$ (填序号)。

①各个面都是三角形的几何体是三棱锥;

②以三角形的一条边所在直线为旋转轴, 其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体是圆锥;

③棱锥的侧棱长与底面多边形的边长相等, 则此棱锥可能是六棱锥;

④圆锥的顶点与底面圆周上的任意一点的连线都是母线。

【解析】①错误。如图 1-10a 所示, 由两个结构相同的三棱锥叠放在一起构成的几何体, 各面都是三角形, 但它不一定是棱锥。

②错误。如图 1-10b、c 所示, 若 $\triangle ABC$ 不是直角三角形或者是直角三角形但旋转轴不是直角边, 所得的几何体都不是圆锥。

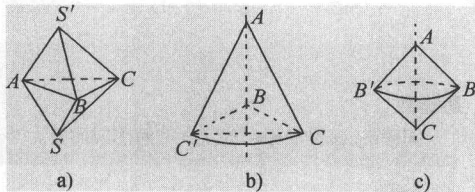


图 1-10

③错误。如图 1-11 所示, 假设六棱锥的所有棱长都相等, 则 $\angle AOB = 60^\circ$ 。因为 $\angle AOB < \angle AO_1B$, 即 $\angle AO_1B > 60^\circ$ 。因为底面多边形是正六边形, 所以 $\angle AO_1B = 60^\circ$, 这与 $\angle AO_1B > 60^\circ$ 矛盾。

④正确。

【答案】①②③

此种证明方法叫反证法。

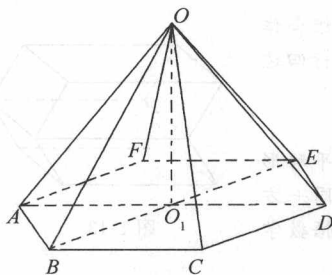
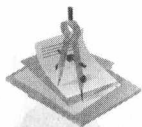


图 1-11



点评 初学立体几何时,对于此类多选问题要采用画图进行验证,不可采取猜与押的方法,那样对于提高空间想象力是没好处的。

巩固1 圆锥的侧面展开图是直径为 a 的半圆面,那么此圆锥的轴截面是_____三角形(填写种类)。

【答案】 等边

巩固2 直线绕一条与其有一个交点但不垂直的固定直线旋转可以形成_____面。

【答案】 锥

巩固3 A, B 为球面上相异两点,则通过 A, B 两点可作球的大圆的个数是_____。

【解析】 若 A, B 的连线过球心 O 时,则通过 A, B 两点可作球的大圆的个数是无数个;若 A, B 的连线不过球心 O 时,则通过 A, B 两点可作球的大圆的个数是 1 个。

【答案】 一个或无穷多个

巩固4 圆台的一个底面周长是另一个底面周长的 3 倍,轴截面的面积等于 392 cm^2 ,母线与轴的夹角是 45° ,求这个圆台的高、母线长和两底面半径。

【解析】 圆台的轴截面如图 1-12 所示,设圆台上下底面半径分别为 $x \text{ cm}, 3x \text{ cm}$ 。延长 AA_1 交 OO_1 的延长线于 S 。在 $\text{Rt}\triangle SOA$ 中, $\angle ASO = 45^\circ$, 则 $\angle SAO = 45^\circ$, $\therefore SO = AO = 3x \text{ cm}$, $\therefore OO_1 = 2x \text{ cm}$ 。又 $S_{\text{轴截面}} = \frac{1}{2}(6x + 2x) \cdot 2x = 392$, $\therefore x = 7$, 故圆台的高 $OO_1 = 14 \text{ cm}$, 母线长 $l = \sqrt{2}O_1O = 14\sqrt{2} \text{ cm}$, 两底面半径分别为 $7 \text{ cm}, 21 \text{ cm}$ 。

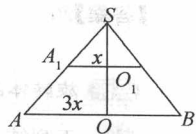


图 1-12

【答案】 圆台的高为 14 cm , 母线长为 $14\sqrt{2} \text{ cm}$, 两底面半径分别为 $7 \text{ cm}, 21 \text{ cm}$ 。

易错清单

易错点

对棱柱, 棱锥及棱台的定义理解出现偏差。

例1 有两个面互相平行, 其余各面都是平行四边形的几何体一定是棱柱吗?

【解析】 如图 1-13 所示是两个平行六面体叠加在一起的组合体(重合的面是空的), 其上下两个面互相平行, 其余各面都是平行四边形, 但它不是棱柱。

【答案】 不一定。

【提醒】 棱柱的定义如下: 由一个平面多边形沿某一方向平移形成的空间几何体叫做棱柱, 其中要求平面多边形平移时沿着同一方向, 即平移时不可改变方向, 否则就不是棱柱。准确理解与领悟数学的定义是学好数学的前提。

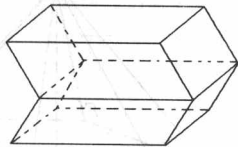


图 1-13



模拟演练

Figure 1.1 consists of two diagrams. Diagram a) shows a tetrahedron with vertices labeled A, B, C, and D. The edges are represented by solid lines, and the hidden edges are shown as dashed lines. Diagram b) shows a cube, with its edges represented by solid lines and hidden edges shown as dashed lines.

【解析】如图 1-15 所示,将两个相同的正四棱锥放入正方体中,其中正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的顶点是正方体四条棱的中点,正方形 $ABCD$ 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的内接正方形, P 、 Q 是上、下底面的中心。因为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的内接正方形有无数个,所以这样的几何体体积的可能值也有无数个。

2. (2009 年全国卷Ⅱ) 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北。现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开, 外面朝上展平, 得到图 1-16 所示的平面图形, 则标“△”的面的方位是 ()

【解析】如图 1-16 所示,展开图中标“△”的面的下方的面一定是标“下”,所以标“△”的面的方位是北。

3. (2006 年北京高考) 已知底面半径为 r 的圆柱被一个平面所截, 剩下部分的母线长的最大值是 a , 最小值是 b , 那么圆柱被截后剩下部分的体积是 _____。

【解析】复制一个与剩下部分同样的几何体与如图 1-17 所示的几何体相吻合成一个圆柱, 其母线长是 $a+b$, 所以圆柱被截后剩下部分的体积是 $\frac{1}{2}\pi r^2(a+b)$ 。

【答案】 $\pi r^2 \frac{a+b}{2}$

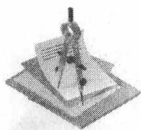
△			
		上	东

A diagram of a cylinder. The radius of the base is labeled r . The height of the cylinder is labeled a . The slant height of the cylinder is labeled b . The diameter of the base is labeled $2r$.

第一讲 柱体、锥体、台体和球

7

【方法提炼】本栏目中第1、2题是一种原生态问题,主要考查空间想象力;第3题主要考查由割补的方法将不规则的几何体问题转化成规则的几何体问题。



③仅有一组对面平行的六面体是棱台。

2. 如果四棱锥的四条侧棱都相等,就称它为“等腰四棱锥”,四条侧棱称为它的腰,以下四个命题中为真命题的是_____ (填序号)。

- ①等腰四棱锥的腰与底面所成的角都相等;
- ②等腰四棱锥的侧面与底面所成的二面角都相等或互补;
- ③等腰四棱锥的底面四边形必存在外接圆;
- ④等腰四棱锥的各顶点必在同一球面上。

3. 一个三棱柱可以分割成几个三棱锥?在图 1-18 中画出来。

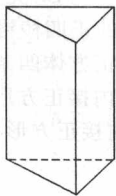


图 1-18

4. 请描述下列几何体的结构特征,并说出它们的名称。

(1)由 7 个面围成,其中两个面是互相平行且全等的五边形,其他面都是全等的矩形;

(2)如图 1-19 所示,一个圆环面绕着过圆心的直线 l 旋转 180° 。

5. 长方体的长、宽、高分别为 6 cm、3 cm、2 cm,则此长方体的对角线长为_____。

6. 在正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别为 AB 、 BC 的中点,现在沿 DE 、 DF 及 EF 把 $\triangle ADE$ 、 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BEF$ 折起,使 A 、 B 、 C 三点重合,重合后的点记为 P 。请解答以下问题:

- (1)依据题意制作这个几何体;
- (2)这个几何体由几个面构成,每个面的三角形是何种三角形?
- (3)若正方形边长为 $2a$,则每个面的三角形面积为多少?

7. 如图 1-20 所示,用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥,截得圆台上、下底面半径的比是 $1:4$,截去的圆锥的母线长是 3cm,求圆台的母线长。

8. 若一个几何体有两个面平行,且其余各面均为梯形,则它一定是棱台,此命题是否正确?说明理由。

9. 如图 1-21 所示长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 。

- (1)这个长方体是棱柱吗?如果是,是几棱柱?为什么?
- (2)用平面 $BCNM$ 把这个长方体分成两部分,各部分形成的几何体还是棱柱吗?如果是,是几棱柱,并用符号表示;如果不是,说明理由。

10. 设计一个平面图形,使它能够折成一个侧面与底面都是正三角形的三棱锥。

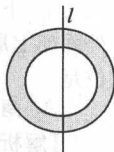


图 1-19

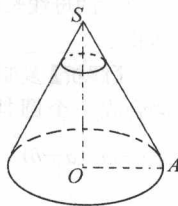


图 1-20

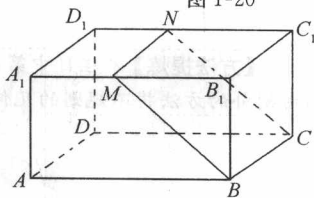


图 1-21



1. 解析: ②

2. 解析: ①③④

3. 解析: 3个,如图1-22所示。

4. 解析: (1)特征:具有棱柱的特征,且侧面都是全等的矩形,底面是正五边形。几何体为正五棱柱。

(2)特征:由两个同心的大球和小球,大球里去掉小球剩下的部分形成的几何体。几何体为空心球。

5. 解析: 7cm

6. 解析: (1)略。

(2)这个几何体由四个面构成,即面DEF、面DFP、面DEP、面EFP。由平面几何知识可知 $DE=DF$, $\angle DPE=\angle EPF=\angle DPF=90^\circ$,所以 $\triangle DEF$ 为等腰三角形, $\triangle DFP$ 、 $\triangle EFP$ 、 $\triangle DEP$ 为直角三角形。

(3)由(2)可知, $DE=DF=\sqrt{5}a$, $EF=\sqrt{2}a$,所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{3}{2}a^2$ 。因为 $DP=2a$, $EP=FP=a$,所以 $S_{\triangle DPE}=S_{\triangle DPF}=a^2$, $S_{\triangle EPF}=\frac{1}{2}a^2$ 。

7. 解析: 如图1-23所示,设圆台的母线长为 l ,截得的圆锥底面与原圆锥底面半径分别是 r 、 $4r$,根据相似三角形的性质得 $\frac{3}{3+l}=\frac{r}{4r}$,解得 $l=9$ 。所以,圆台的母线长为9cm。

8. 解析: 未必是棱台,因为它们的侧棱延长后不一定交于一点,如图1-24所示,用一个平行于楔形底面的平面去截楔形,截得的几何体虽有两个面平行,其余各面是梯形,但它不是棱台,所以看一个几何体是否是棱台,不仅要是否有两个面平行,其余各面是否是梯形,还要看其侧棱延长后是否交于一点。

9. 解析: (1)是棱柱,并且是四棱柱。因为以长方体相对的两个面作底面都是全等的四边形,其余各面都是矩形,且四条侧棱互相平行,符合棱柱定义。

(2)截面BCNM的上方部分是三棱柱 BB_1M-CC_1N ,下方部分是四棱柱 $ABMA_1-DCND_1$ 。

10. 解析: 如图1-25所示。

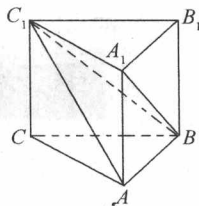


图 1-22

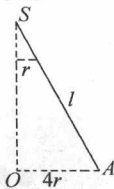


图 1-23

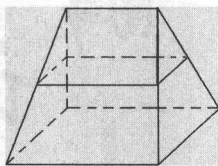


图 1-24

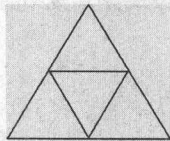
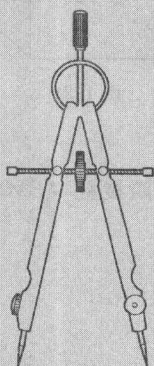


图 1-25

第二讲

中心投影和平行投影

课标读



【知识与技能】

- (1) 掌握画三视图的基本技能；
- (2) 培养学生的空间想象力。

【过程与方法】

主要通过学生自己的亲身实践,动手作图,体会三视图的作用。

【情感、态度与价值观】

- (1) 提高学生的空间想象力；
- (2) 体会三视图的作用。

【重点】

画出简单组合体的三视图。

【难点】

识别三视图所表示的空间几何体。

知识点一

投影法

物体在光线的照射下,就会在地面或墙壁上产生影子。人们将这种自然现象加以科学地抽象,总结其中的规律,提出了投影的方法。如图 2-1 所示,以不在投影面上的定点 S 为投影中心,由 S 射出投影线,该投影线通过空间点 A 与投影面 P 相交于点 a ,点 a 就是空间点 A 在投影面 P 上的投影。同理,点 b 则是空间点 B 在投影面 P 上的投影。这种使物体在投影面上产生图象的方法叫做投影法。工程上常用各种投影法来绘制用途不同的工程图样。

知识点二

投影法分类

1. 中心投影法

投影线均通过投影中心的投影法称为中心投影法(图 2-2)。其投影的大小随物体与投影中心间距离的变化而变化,所以其投影不能反映物体的实形。

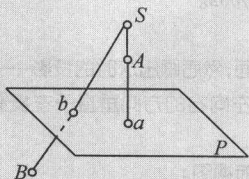


图 2-1 投影法

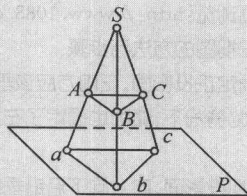
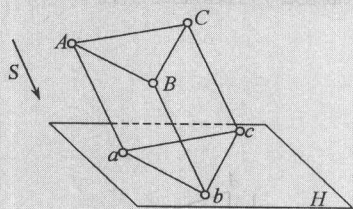


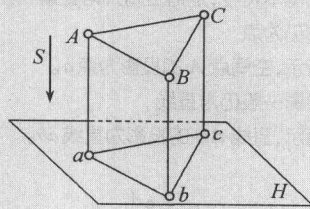
图 2-2 中心投影法

2. 平行投影法

投影线相互平行的投影法称为平行投影法(图 2-3)。其中,投影线倾斜于投影面叫做平行斜投影法(图 2-3a);投影线垂直于投影面叫做平行正投影法,简称正投影法(图 2-3b)。



a) 平行斜投影



b) 平行正投影

图 2-3 平行投影法

应用正投影法,能在投影面上反映物体某些面的真实形状及大小,且与物体到投影面的距离无关,因而作图方便,故在工程中得到广泛的应用。工程图样就是用正投影法绘制的。

知识点三

定义 1:将物体按正投影向投影面投射所得到的图形叫做视图。

定义 2:光线自物体的前面向后投射所得的投影称为主视图或正视图,自上而下的称为俯视图,自左向右的称为左视图或侧视图,用这三种视图刻画空间物体的结构,我们称之为三视图。