

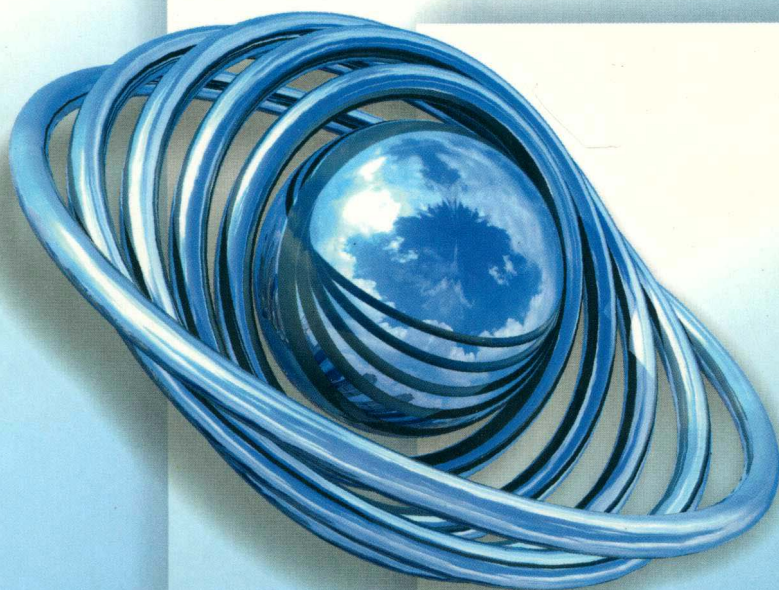
高等学校教材



大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

主 编 张捷民



陕西科学技术出版社

高等学校教材

大学物理实验

主 编 张捷民

副主编 田文学

薛 兵

张崇辉

陕西科学技术出版社

内 容 提 要

本书是在近年教学实践的基础上编写的一本实用型教材,内容叙述简明扼要,侧重对学生基本实验能力的训练。全书共分六章,内容涉及测量误差与数据处理,常用仪器与测量方法简介,力、热学和电磁学、光学、近代物理实验以及设计性实验等。本书可作为高等理工院校物理实验课程教材,也可供广大实验工作者及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/张捷民主编. —西安:陕西科学技术出版社,2002.8

ISBN 7-5369-3532-3

I. 大… II. 张… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 063191 号

出 版 者	陕西科学技术出版社 西安北大街 131 号 邮编 710003 电话(029)7211894 传真(029)7218236 http://www.snstp.com
发 行 者	陕西科学技术出版社 电话(029)7212206 7260001
印 刷	西安建筑科技大学印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本
印 张	12.75
字 数	285 千字
印 数	1—4 000
版 次	2002 年 8 月第 1 版 2002 年 8 月第 1 次印刷
定 价	14.50 元

(如有印装质量问题,请与承印厂联系调换)

前 言

这本教材是根据国家教委颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》以及《陕西高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划》项目的研究内容,结合近年来的教学实践,在原有物理实验教材的基础上并参考兄弟院校教材编写而成的。

本教材内容包括绪论、测量误差与数据处理、常用仪器与测量方法简介、基础实验、近代与综合实验、设计性实验等六部分,共 33 个实验。按照高等工科院校物理课程指导委员会的建议,本教材要求学生用标准误差处理数据,并初步引入不确定度的概念。为了加深对物理实验原理和方法的学习与理解,本教材适当加强了这部分内容,始终把侧重点放在对学生的基本训练方面。为有利于学生实验能力的培养,在相当一部分实验中,我们安排了设计性实验的题目要求,意在使学生的学习与思考深入一步,学会自行建立物理模型和提出设计性实验的实施方案。同时,为了不使教材篇幅过大,本书在叙述方面力求简明扼要,有些公式希望学生自己去推导,有些内容的理解需要查阅相关资料。我们认为这对于学生主动学习和发现问题的能力是一种锻炼与培养。教材只能作为主要的学习参考书,重要的是教师恰当的教育、引导和学生积极探索的学习过程。

参加本教材编写工作的有张捷民(第一章、第二章、第六章、附录),田文学(第三章、第五章实验四、五、六),薛兵(第四章实验一~九),张崇辉(第四章实验十~十九、第五章实验七、八),吴俊芳(第四章实验二十~二十五),高宾(第五章实验一、二、三)。全书由张捷民统稿并任主编,田文学、薛兵、张崇辉任副主编。

由于编者水平所限,本教材中的错误、疏漏之处在所难免,恳请使用本书的教师和学生不吝赐教,以便我们进一步提高本教材的水平。

编 者

2002 年 6 月

目 录

第一章 绪论	1
1.1 物理实验课的地位、作用和任务	1
1.2 物理实验课的教学程序	2
1.3 怎样学好物理实验课	2
第二章 测量误差与数据处理	4
2.1 测量与误差	4
2.2 误差的分类	5
2.3 直接测量量的误差估算	11
2.4 间接测量量的误差估算	13
2.5 测量结果的不确定度	15
2.6 有效数字	16
2.7 实验数据处理方法	19
2.8 最小二乘法直线拟合	22
习 题	24
第三章 常用仪器与测量方法简介	26
3.1 长度测量仪器	26
3.2 质量测量仪器	30
3.3 时间测量仪器	32
3.4 电磁学测量仪器	33
3.5 光学测量仪器	39
3.6 仪器使用的几种基本调节技术	41
3.7 测量方法简介	42
第四章 基础实验	45
实验一 物体密度的测量	45
实验二 拉伸法测钢丝的弹性模量	49
实验三 液体表面张力的测定	53
实验四 三线摆测物体的转动惯量	56
实验五 利用驻波法测定弦线中的波速	59
实验六 压力传感器特性研究	62
实验七 模拟电冰箱实验	66
实验八 落球法测液体的动力粘度	71

实验九 电热法测热功当量	74
实验十 伏安法测电阻	77
实验十一 惠斯登电桥测电阻	81
实验十二 双臂电桥测低电阻	86
实验十三 电位差计的使用	89
实验十四 示波器的使用	94
实验十五 模拟法测绘静电场	101
实验十六 灵敏电流计的研究	104
实验十七 电表改装及校正	109
实验十八 圆线圈磁场的测绘	112
实验十九 霍尔效应及霍尔元件基本参数的测量	114
实验二十 薄透镜焦距的测定	121
实验二十一 等厚干涉	125
实验二十二 分光计的调节和使用	129
实验二十三 用光栅测定光波波长	133
实验二十四 单缝衍射测波长	136
实验二十五 光的偏振现象的研究	140
第五章 近代与综合实验	146
实验一 密立根油滴实验	146
实验二 弗兰克—赫兹实验	150
实验三 光电效应	154
实验四 迈克尔逊干涉仪	158
实验五 摄影与暗室技术	162
实验六 激光全息照相	166
实验七 铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线	171
实验八 电子电量与荷质比测定	177
第六章 设计性实验	180
6.1 设计性实验的一般程序	180
6.2 物理模型的建立	180
6.3 仪器的选配原则与最佳测量条件的确定	182
6.4 拟定实验程序	184
6.5 设计举例	185
6.6 设计性实验选题	186
附录	191

第一章 绪论

1.1 物理实验课的地位、作用 and 任务

以物质的结构、运动规律以及相互作用为研究内容的物理学,是建立在实验基础之上的。物理学是一门实验科学。物理学的概念、定律和理论的建立、发现和形成,无一不以实验为基础,并最终受到实验的检验。例如,杨氏干涉实验使光的波动学说得以确立;赫兹的电磁波实验使麦克斯韦的电磁场理论获得普遍认可;卢瑟福的 α 粒子散射实验揭开了原子的秘密;近代的高能粒子对撞实验使人类深入到物质的最深层——原子核和基本粒子内部来探索其规律性。在物理学发展过程中,人类积累了丰富的实验方法,创造了众多构思精巧的实验仪器,这些方法和仪器已广泛应用于各个学科和生产实践之中,如计量、激光、半导体、大规模集成电路、电子学、真空技术、超导、航空航天技术、纳米技术等,成为推动科学技术发展的强有力的工具。

国家教委颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》指出:物理实验是对高等工业学校学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修课程,是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验教学和物理理论教学具有同等重要的地位。它们既有深刻的内在联系和配合,又有各自的任务和作用。

本课程的具体任务是:

1)使学生在物理实验的基本知识、基本方法和实验技能诸方面受到较系统的训练。主要学习如何根据实验思想确定合理的实验方法,正确选择和使用仪器,掌握各种基本测量技术,能对数据进行处理,判断和分析实验结果等。

2)通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,加深对物理学原理的认识和理解。

3)培养与提高学生的科学实验能力。包括:

- 自学教材及资料,作好实验准备的能力;
- 正确使用仪器进行观察、测量的能力;
- 对实验现象进行判断、分析的能力;
- 进行数据处理、误差分析和正确表达实验结果的能力;
- 拟定实验方案,完成设计性实验的能力;
- 主动探索的创造思维能力。

4)培养学生的科学实验素养。包括:

- 理论联系实际和实事求是的工作作风;
- 严谨认真的工作态度;
- 独立思考、深入钻研的探索精神;
- 团结协作、遵守纪律和爱护公物的优良品德。

1.2 物理实验课的教学程序

物理实验课是在教师指导下,由学生独立进行的运用实验手段、研究物理问题的学习过程,其教学程序分以下三个阶段进行。

1. 预习 实验前必须认真阅读教材,查阅有关资料,明确实验原理、实验目的、测量方法和主要实验步骤,在此基础上写出预习报告。预习报告的内容应包括实验名称、目的、原理、电路图或光路图、记录表格等。未做好实验预习者不得进行实验。

2. 实验操作 首先应根据教材或仪器说明书熟悉仪器,了解仪器的正确使用方法,检查实验仪器及配件是否齐全、完好,记录主要实验仪器的规格、型号,然后进行仪器调试。实验时应按照“先定性观察、后定量测量”的原则,先仔细观察并认真记载所研究的实验现象,按实验要求作检验性操作,待结果正常,方可正式开始测量,把数据记入记录表格,并应特别注意有效数字和单位。要重视实验现象的观察、记载与分析。原始数据记录须经教师检查认可。实验结束后应整理好实验仪器,搞好室内卫生,方可离开实验室。

3. 撰写实验报告 实验报告是学生实验结果的书面汇报。通过撰写实验报告,可培养学生的归纳和分析能力以及文字表达能力。实验报告一律用统一的实验报告纸书写,要求书写工整,图表正规,文字简练通顺,数据齐全合理。一份完整的实验报告,一般应包括以下内容:

- 1) 实验名称;
- 2) 实验目的;
- 3) 实验原理(用简炼的文字写出实验的基本原理、基本公式,画出电路图或光路图);
- 4) 实验仪器(包括仪器名称、型号、规格等);
- 5) 实验内容(简述实验测量的主要内容);
- 6) 实验数据(应记入表格中);

7) 数据处理(包括主要运算过程、误差估算、完整实验结果等。若用作图法处理数据时,应严格按作图规则,画出规范实验图线,并求出实验结果);

8) 问题讨论(包括回答思考题;对实验现象的观察、分析;对实验方法及装置的改进意见;其他心得体会等)。

实验报告应附有任课教师签字的原始数据记录,应在规定时间内完成并上交。

1.3 怎样学好物理实验课

物理实验课学习的最大特点是“既动脑,又动手”,在教师的指导下,学生应积极发挥在实验过程中的主导作用,亲身实践每一个实验的全过程,循序渐进地达到培养与提高科学实验素养和能力的目的。

在具体学习过程中,应注意做到以下几点:

1) 坚持对实验原理、实验方法和仪器装置进行深入的理解与分析,在提高动手能力的基础上注重实验设计思想的学习与研究。因为只有这样,才能不以仅仅获得实验数据为满足,而是从实验方法的构思与实验装置的设计等方面进行综合分析,掌握实验理论与方法的精髓,从而为能力培养和今后进行科学实验打下坚实的基础。

2)应养成良好的实验习惯,重视实验课各个环节的学习。良好实验习惯的形成,来源于平时一点一滴的积累。例如,每次实验之前,都要认真预习,充分查阅资料,对实验内容和要求做到心中有数;实验时首先要安排好仪器装置或线路的布局,选择适宜的操作方式进行测量;实验中要善于观察各种现象并及时记载,测量数据要细心准确;实验结束后应有一份完整而真实的原始数据记录,并应及时撰写实验报告。物理实验课的每一个环节都是密切相关的有机系统,只有每个环节的工作细致到位,才能保证整个实验顺利进行。

3)应注意培养一丝不苟、勤奋求实的实验作风和洞察入微的观察习惯。实验是科学,科学的东西来不得半点虚假。是否具有严谨的实验作风,是科学实验研究成败的关键。因此,对每一次实验、每一种实验现象、每一组数据,都要以严肃的态度进行观察并详细记录,尤其要注意观察异常现象,努力分析产生异常的原因并予以解决。

4)要养成对实验内容善于进行反思的习惯,在实践的基础上,提出新的测量方法和实验方案,并设法予以验证。这一过程实质上是活跃思想、启发思维,加深对实验内容的理解与掌握,对培养和提高学生的实验素养和能力十分有益。

5)要自觉培养独立分析和解决问题的能力。由于各种因素的影响,实际的实验结果与理论结果总有误差,要善于分析产生误差的原因及类型,研究消除或修正误差的方法。在实验过程中,仪器装置不可避免地可能出现故障,遇到这种情况,首先要力求自己分析,自己动手去解决。即使请教师解决,也要留意观察,细心体会教师是如何解决的。可以说,能否发现和排除仪器故障,是实验能力强弱的重要体现,一定要注重这方面的锻炼。

总之,只要勤于动手,善于动脑,严谨求实,深入钻研,理论联系实际,善于发现问题和解决问题,就一定能学好物理实验课。

第二章 测量误差与数据处理

2.1 测量与误差

2.1.1 物理量

量是物质、物体或现象可以定性区别和定量描述的一种属性,是描述运动规律的一个最重要的基本概念。量由数值与单位两部分组成。

根据国际标准化组织的建议和我国国家标准的规定,物理量分为以下十一类。

- 1)空间和时间的量,如长度、角度、时间、速度等;
- 2)周期及有关现象的量,如频率、波长、振幅、阻尼系数等;
- 3)力学的量,如质量、密度、力、功、能、流量等;
- 4)热学的量,如热力学温度、热量、热容、热导率等;
- 5)电磁学的量,如电流、电势、磁通量、磁导率等;
- 6)光及有关电磁辐射的量,如发光强度、光能量、照度、辐射强度等;
- 7)声学的量,如声压、声速、声强、声功率等;
- 8)物理化学及分子物理学的量,如物质的量、阿伏伽德罗常数、摩尔质量、渗透压、玻尔兹曼常数等;
- 9)原子和核子物理学的量,如原子质量、电子质量、普朗克常数、里德堡常数等;
- 10)核反应与电离辐射的量,如粒子通量密度、活度、吸收剂量等;
- 11)固体物理学的量,如霍尔系数、汤姆逊系数、里查德逊常数等。

可以说,工程技术中绝大部分的测量都是物理量的测量,这些量的测量方法与装置大多是物理实验测量方法与装置的移植或延伸。

单位是表述测量结果必不可少的一个组成部分。在物理学发展过程中曾建立过各种不同的单位制,使用中常造成混乱。1960年国际计量大会正式通过使用一种通用的适合一切计量领域的单位制,叫国际单位制,用符号“SI”表示。1984年2月我国国务院颁布命令,决定采用SI单位制统一我国的计量单位,因此物理实验中的单位实行SI制。

2.1.2 测量

物理实验不仅要定性地观察物理现象,而且需要对物理量的大小进行定量测量。测量就是将被测量与选作计量单位的同类量作比较,从而确定其倍数的过程。测量结果应包含物理量的大小和单位。

根据测量方法、测量条件的不同,测量又分为以下几类:

- 1.直接测量 可用测量仪器直接读出测量结果的测量。相应的物理量称为直接测量量。如用米尺或游标卡尺测量长度,用秒表测时间,用电压表测量电压等。
- 2.间接测量 先测出与被测量相关的直接测量量,然后代入已知的函数关系式进行计算,从而求得测量值。这一类测量称为间接测量,相应的物理量称为间接测量量。例如,直

接测量圆柱体直径 d 和高度 h , 然后按函数关系式 $V = \frac{\pi}{4} d^2 h$ 求出圆柱体体积。对圆柱体体积的测量就是间接测量。

3. 等精度测量 在相同测量条件下对同一物理量进行的多次重复性测量。例如, 在相同环境下, 同一个测量者用同样的仪器和方法, 对同一个被测量作重复测量。由于各次测量的条件相同, 因此测量结果的可靠性是相同的。这种测量就是等精度测量。

4. 非等精度测量 在不同的测量条件下对同一物理量进行的多次测量。由于在测量的过程中, 测量环境、测量者、测量仪器、测量方法等有所不同, 因此在测量条件变更前后, 测量结果的可靠性不会相同。这样的测量称为非等精度测量。

所谓测量条件, 是指一切能影响测量结果、本质上又可控制的全部因素。包括: 测量者、测量仪器、测量方法、环境条件等。环境条件是指测量过程中环境的温度、湿度、大气压力、气流、光照、振动、辐射强度等。

2.1.3 测量误差

在一定条件下, 被测量的物理量存在一个客观的真实数值, 称为该物理量的真值, 用 μ 表示。而用实验手段测量出来的值, 称为该物理量的测量值, 用 x 表示。由于受仪器准确度、测量方法、环境影响等客观条件的限制, 任何实验测量都无法得到真值, 测量值与真值之间总存在差异。这种差异称为测量误差(亦称为绝对误差), 简称误差。表示为

$$\Delta x = x - \mu \tag{2-1}$$

绝对误差具有与被测量相同的单位, 它是可正可负的, 表征测量值偏离真值的大小和方向。

对于大多数物理量来说, 它们的真值是不知道的。为了计算误差, 常采用多次测量的平均值近似地代替真值, 称为近真值或最佳值, 用 $\bar{x}$ 表示。

当被测量相同时, 我们可以用绝对误差的大小评价测量结果的优劣。但当被测量不同时, 单凭绝对误差则难以对测量结果进行评价。例如测量甲、乙物体的质量, 得出甲物体是 10.0g, 乙物体是 100.0g, 如果测量的绝对误差都是 0.1g, 那么从绝对误差来看, 对两者的评价是相同的, 但甲物体的误差占测量值的 1%, 而乙物体仅占 0.1%, 当然可靠性比甲物体大的多。所以比较不同测量结果的可靠性时, 应当用该量的绝对误差与近真值之比去评价, 称此比值为相对误差, 其定义式为

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100\% \tag{2-2}$$

相对误差是一个比值, 没有单位, 通常用百分数来表示。

2.2 误差的分类

根据误差的来源、性质及特点, 误差可分为三类: 系统误差、随机误差、粗大误差。

2.2.1 系统误差

在相同条件下对同一物理量进行多次测量, 测量值总是向一个方向偏离真值, 测量误差的大小和正负保持恒定或按一定规律变化, 这种误差称为系统误差。

2.2.1.1 系统误差的来源

系统误差的特点是其确定性, 来源主要有以下四个方面:

1. 仪器误差 由于仪器本身的缺陷或校正不完善而产生的误差。例如: 仪器或量具零

点不准,刻度盘安装偏心,米尺尺端磨损,天平两臂不等长,砝码实际质量与标称值不符等。

2. 方法误差 由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或由于测量方法的不完善所带来的误差。例如:利用单摆测重力加速度 g ,所依据的公式为 $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$,此公式成立的条件是摆角趋于零,但在实际测量周期时又必然要有一定的摆角,这就决定了测量结果中必含有系统误差。又如伏安法测电阻时,电表内阻将带来系统误差。

3. 环境误差 由于测量环境不满足测量仪器的使用条件而引起的误差。例如标准电池的电动势值是在 20°C 情况下标称的,若实际使用时环境温度是 25°C ,则必须对其电动势值进行校正,否则将引入系统误差。

4. 人员误差 由于观测者的生理、心理特点及其他个人因素造成的误差。它与各人的反应速度、分辨能力以及观测习惯等有关。例如,有些观测者对某种信号的观察和测量总有超前或滞后的习惯。

无论系统误差来源于哪一方面,它们都有一个共同的特点,即在等精度测量条件下,测量误差的大小或正负始终保持恒定或按一定规律变化。因此试图用增加测量次数的方法来减小或消除系统误差对测量结果的影响是不可能的,只能针对其可能产生的原因进行具体分析,采取适当措施予以减小或消除。

2.2.1.2 系统误差的发现

系统误差与实验方法及测量条件有关,要发现系统误差,就必须全面仔细地研究实验方法与测量条件的各个方面,包括测量原理、测量方法、仪器构造及调节方法、环境条件等,注意分析每一种因素对实验结果的影响。常用的方法有:

1. 理论分析法 根据所掌握的有关某个实验的物理理论、实验方法和实验经验等,对该实验所依据的理论公式的近似性、所采用的实验方法的完善性进行研究与分析,考察测量原理与测量条件之间的差别等,从而发现系统误差。例如,在伏安法测电阻实验中,经理论分析可知:由于电压表和电流表内阻的影响,无论是采用电流表内接法还是电流表外接法,都会引入系统误差。

2. 实验对比法 在对同一物理量进行测量时改变实验条件,比较改变前后测量结果的差异,从中分析有无系统误差产生以及系统误差的来源等。对比的方法主要有:不同实验方法和不同测量方法的对比;使用不同测量仪器的对比;改变测量条件的对比;采用不同人员测量的对比等。例如,分别采用单摆法和落球法测重力加速度,分析测量结果,找出系统误差产生的原因。

3. 数据分析法 在最简单的情况下,数据分析法是指对等精度测量所得的多个测量值 x_i 依测量顺序计算其误差 Δx_i ,然后审查这一列 Δx_i (包括大小与正负),若呈现非统计性规律就说明有系统误差。

系统误差的发现具有相当的难度,不仅要求实验者具备较宽广的物理实验理论知识,并且还应有较丰富的实际测量经验。我们应当通过每一次实验认真进行分析,逐步积累经验,不断提高处理系统误差的能力。

2.2.1.3 系统误差的消除

为消除或减小系统误差,改进测量方法和实验装置、校准仪器、减小环境影响等是较原则的方法。但由于产生系统误差的原因很多,因此消除系统误差没有通用的方法,应针对其产生的原因采取相应的措施。以下是常见的几种消除系统误差的方法。

1. 交换法 将待测量与标准量的位置互换进行两次测量,并取两次测量的平均值做为测量结果,以达到消除系统误差的目的。例如,用物理天平称衡质量时采用复称法,即将待测量与砝码位置互换进行两次测量并求平均值,可消除天平不等臂造成的误差。同样,在用惠斯登电桥测电阻时,交换待测电阻与标准电阻的位置进行测量,可消除接触电阻造成的误差。

2. 替代法 在测量仪器上测得待测量后,即刻用标准量替代待测量进行同样测量,并使仪器指示不变,从而得出待测量等于标准量。例如,我们已知在天平上称衡物体质量时,如果采用通常的“左物右码”方法,则会把天平的不等臂误差带入测量值。而采用替代法,则可消除这一系统误差。其方法是:设待测物质量为 M ,先利用中介物 N (通常为片状物或粉状物)与之平衡,设天平两臂长分别为 L_1 和 L_2 ,则平衡时有 $M = (\frac{L_2}{L_1})N$ 。移去待测物,代之以砝码 S 再与中介物 N 达到平衡,则有 $S = (\frac{L_2}{L_1})N$,于是有 $M = S$ 。

3. 异号法 对被测量进行两次测量,并使两次测量产生的系统误差大小基本相等,符号相反,取两次测量值的平均值作为最后测量结果,以达到消除系统误差的目的。例如,用霍尔元件测磁感应强度时,改变电流方向,进行两次测量,则可消除霍尔元件电压引线焊点位置不对称引起的系统误差。

4. 对称观测法 测量时若有随时间线性变化的系统误差,可将观测程序对某时刻对称地再做一次。例如,某灵敏电流计零点随时间有线性漂移,则可在测量前记一次零点值,测量读数后再记一次零点值,取两次零点值的平均值来修正测量值。由于很多随时间变化的误差在短时间内均可视为线性变化,因此采用对称观测法可简便地消除随时间变化的系统误差。

5. 半周期偶数观测法 对周期性规律变化的系统误差,可以间隔半个周期进行偶数次测量,然后取平均值做为测量结果。例如,使用分光计测角度时,若转轴与刻度盘不同心,将会以 360° 为周期引入系统误差(称为偏心差)。因此测量时可采用相距 180° 的一对游标,在两相应角位置处测两次值,则两个角位置之间的夹角可由两个游标各两次读数计算,得出夹角的平均值,从而消除偏心差。

以上仅列举了几种消除或减小系统误差的方法。实际上,许多系统误差的出现,常常是由于相关实验方法及仪器不完善,或者还有某些规律未被发现。因此,分析和处理系统误差,可以促使实验者深入研究,积极探索,发现新的实验规律和方法。

2.2.2 随机误差

在相同条件下对同一物理量进行多次测量,测量值总有差异,测量误差的大小和正负变化不定且无法预知,这种误差称为随机误差(或称偶然误差)。

随机误差是实验过程中一些不可避免的随机因素对实验结果产生的影响,如实验过程中环境温度、湿度、气压、电源电压、电场、磁场、气流等的微小变化以及一些不可知因素的影响等,因此各次测量误差的大小和正负很难预计且无规律。随机误差的特点使得我们原则上可以减小它,但不可能完全消除。在相同条件下对同一物理量进行大量重复测量时,可以发现随机误差的分布显示出一定的统计规律。理论和实践证明,在大多数的物理实验中,随机误差遵从正态分布。

2.2.2.1 随机误差的正态分布规律

正态分布(1795年由高斯提出,也称高斯分布)是描述随机误差的最主要的一种分布。

它具有以下性质：

- 1)单峰性:绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小。
- 2)对称性:绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等。
- 3)有界性:绝对值很大的误差出现的概率趋于零。
- 4)抵偿性:由于绝对值相等的正、负误差出现的概率相等,因此随着测量次数的增加,随机误差的算术平均值趋于零。

图 2-1 所示的正态分布曲线可清楚地反映出以上性质。该曲线横坐标为误差 Δ ,纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\Delta)$,它的意义是单位误差范围内出现的误差概率。曲线下阴影包含的面积元 $f(\Delta)d\Delta$,就是误差出现在 Δ 至 $\Delta + d\Delta$ 区间内的概率。

根据统计理论可以证明：

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-3)$$

式中 σ 称为标准误差(或称方均根误差)。由式(2-3)可以证明,标准误差 σ 处在正态分布曲线拐点的横坐标上。

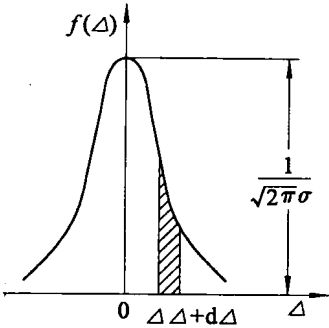


图 2-1

按照概率理论,误差 Δ 出现在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的事件是必然事件,所以 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta)d\Delta = 1$,即曲线与横轴所包围的面积恒等于 1。当 $\Delta=0$ 时,由式(2-3)得

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (2-4)$$

由式(2-4)可见,若测量的标准误差 σ 较小,则必有 $f(0)$ 较大。由于曲线与横轴围成的面积恒等于 1,所以曲线中间凸起较大,两侧下降较快,相应的测量必然是绝对值小的随机误差出现较多,即测得值的离散性小,重复测量所得的结果相互接近。相反,如果 σ 较大,则 $f(0)$ 就较小,误差分布的范围就较宽,说明测得值的离散性大。这两种情况的正态分布曲线如图 2-2 所示。

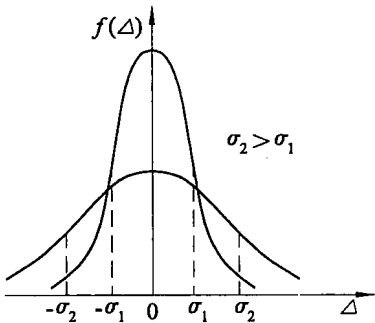


图 2-2

应该注意,标准误差 σ 不同于测量的实际误差,它反映的是一组等精度测量数据的离散程度,因此常称为测量列的标准误差。其数学表达式为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2-5)$$

可以证明, $\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\Delta)d\Delta \doteq 0.683 = 68.3\%$,即由 $-\sigma$ 至 $+\sigma$ 之间正态分布曲线下的面积占总面积的 68.3%。这就是说,如果测量次数 n 很大,则在所测得的数据中,将有占总数 68.3% 的数据的误差落在区间 $\pm \sigma$ 之内;也可以这样讲,在所测得的数据中,任一个数据 x_i 的误差 Δ_i 落在区间 $\pm \sigma$ 之内的概率为 68.3%。区间 $\pm \sigma$ 称为置信区间,其对应的概率($P = 68.3\%$)称为置信概率。扩大置信区间,置信概率就会提高。例如,在区间 $\pm 2\sigma$ 内,置信概率为 95.5%;在区间 $\pm 3\sigma$ 内,置信概率为 99.7%。 $\pm 3\sigma$ 这个置信区间表明,随机误差超过这个范围的测得值大约在 1000 次测量中

只出现 3 次左右。在一般的几十次测量中,几乎不可能出现,因此通常将 3σ 称为极限误差。

2.2.2.2 随机误差的估算

1. 最小二乘法原理与算术平均值 在测量条件不变的情况下,对某一物理量 x 进行 n 次测量,得到 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 称为等精度测量列。这 n 个测量值都带有随机误差。由于真值 μ 无法知道,标准误差 σ 也无法计算,因此需要确定真值 μ 的最佳估计值。

根据最小二乘法准则:一个等精度测量列的最佳值是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。设此最佳值为 z ,则上述准则写成数学表达式为

$$f(z) = \sum_{i=1}^n (z - x_i)^2 = \min \quad (2-6)$$

为求 z ,取 $f(z)$ 的导数,并令其为零,即

$$\frac{df(z)}{dz} = 2 \sum_{i=1}^n (z - x_i) = 0$$

于是有

$$nz - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

从而得到

$$z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (2-7)$$

可以看出,测量列的算术平均值就是真值的最佳估计值,称为近真值或最佳值。通常用算术平均值表示测量结果。当测量次数无限增加时,算术平均值将无限接近于真值。

2. 测量列的平均绝对误差 测量列的平均绝对误差定义为:各测量值误差绝对值之和的算术平均值,即

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \mu| \quad (2-8)$$

前已述及,由于真值 μ 一般是未知的,因此不能按此定义式求 $\overline{\Delta x}$,但考虑到近真值 $\bar{x}$ 是真值 μ 的最佳值,所以可用有限次测量的近真值去代替 μ 。为了与误差定义相区别,称测量值 x 与近真值 $\bar{x}$ 之差为偏差。可以证明,测量列的平均绝对偏差

$$\overline{\Delta x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (2-9)$$

在实际使用中,常用以下近似式进行计算:

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (2-10)$$

可以证明,测量列中任一测量值的误差落在 $\pm \overline{\Delta x}$ 区间的概率为 57.5%

3. 测量列的标准误差 测量列的标准误差定义为:各测量值误差平方和的平均值的平方根(也称方均根误差)。即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2-11)$$

同样,由于真值 μ 未知,实际上也不能按此定义式求 σ 。以近真值 $\bar{x}$ 代替真值 μ ,则测量列的标准偏差

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2-12)$$

式(2-12)也称为贝塞尔公式,表征测量列中某次测量值的随机误差落在 $-\sigma_x \sim +\sigma_x$ 区间的概率是68.3%。

4. 平均值的标准偏差 由于测量时随机误差的影响,因此若对某物理量在相同条件下先测 n 次,然后再重测 n 次,则两组测量值的平均值一般不会相同,这说明平均值也存在误差。然而测量列的平均值比起单次测量值而言更接近真值,因此其随机误差分布的离散程度要小得多。根据误差理论可以证明,平均值的标准偏差是测量列单次测量值标准偏差的

$\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍,即

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2-13)$$

式(2-13)表征测量列平均值的随机误差落在 $-\sigma_{\bar{x}} \sim +\sigma_{\bar{x}}$ 区间的概率是68.3%,或者说从 $\bar{x} - \sigma_{\bar{x}} \sim \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}$ 范围内包含真值的概率是68.3%。

由式(2-13)还可看出,当增加测量次数 n 时, $\sigma_{\bar{x}}$ 会逐渐减小,但由于减小是按 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 的比例关系,当 n 较小时,随着 n 的增加, $\sigma_{\bar{x}}$ 减小的很快,而当 $n > 10$ 时, $\sigma_{\bar{x}}$ 的减小实际上已不很明显。因此,在进行多次重复测量时, n 一般取10次左右即可。有些实验根据实验内容要求和仪器精度等,测量次数可取5次左右。

2.2.3 粗大误差

在测量过程中,有时会出现过大或过小的异常数据,这往往是由于实验者粗心大意或实验条件发生突变而引起的,由此产生的误差称为粗大误差或过失误差。含有粗大误差的测量值,对实验结果会产生较大的影响,应进行判别将其剔除以提高测量的可靠性。

判别某次测量值是否含有粗大误差的准则有许多种,常用的有以下两个判别准则。

2.2.3.1 拉依达准则

该准则规定:凡偏差大于 $3\sigma_x$ 的数据就应舍弃。其根据是,对于服从正态分布的随机误差而言,测量列中任一测量值的偏差落在 $\pm 3\sigma_x$ 区间内的概率为99.7%,落在此区间外的可能性只有0.3%。因此,在测量次数较少时,如果某一测量量的偏差大于 $3\sigma_x$,则该测量值就作为含有粗大误差的数据而予以剔除。

$3\sigma_x$ 准则较简明,但只是在测量次数 n 较大时才适用,一般应使 $n > 10$,当测量次数过少时不宜使用。

2.2.3.2 肖维涅准则

设重复测量的次数为 n ,则在一组测量数据中,凡未在 $\bar{x} \pm c\sigma_x$ 区间的测量值可认为含有粗大误差而剔除。 c 为该准则的系数,表2-1给出了各种测量次数下的 c 值。

应当指出,若按肖维涅准则判别出测量数据中有两个以上测量值含有粗大误差,则应先剔除含有最大误差的测量值,然后重新计算平均值及测量列的标准偏差,再对余下的测量值进行判别,直至所有的测量值均不含粗大误差为止。

表 2-1

<i>n</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	<i>c</i>	<i>n</i>	<i>c</i>
4	1.53	11	2.00	18	2.20
5	1.65	12	2.03	19	2.22
6	1.73	13	2.07	20	2.24
7	1.80	14	2.10	25	2.33
8	1.86	15	2.13	30	2.39
9	1.92	16	2.15	40	2.49
10	1.96	17	2.17	50	2.58

2.2.4 精密度、准确度、精确度

精密度、准确度、精确度都是评价测量结果好坏的,但这三个词的涵义不同,使用时应加以区别。

精密度反映随机误差的影响程度,它表示等精度测量条件下各测量值的相互接近程度。精密度高说明测量数据比较集中,随机误差小,但系统误差的大小不明确。

准确度反映系统误差的影响程度,它表示测量值与真值的接近程度。准确度高说明测量结果的平均值偏离真值较小,系统误差小,但随机误差的大小不明确。

精确度是随机误差和系统误差的综合反映,精确度高说明随机误差和系统误差都小,测量数据集中在真值附近。

2.3 直接测量量的误差估算

2.3.1 单次直接测量的误差及结果表示

在实际测量中,有的被测量是随时间变化的,我们无法对其进行重复测量,只能进行单次测量。还有些被测量,或因实验条件不许可,或因测量精度要求不高,只需单次测量即可。显然,进行单次直接测量时,测得值即为被测量的近真值,其误差一般用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。

仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 也称额定误差、示值误差或允许误差,是指在正确使用仪器的条件下,测得值和被测量真值之间可能产生的最大误差。通常直接标注在仪器铭牌上,有的需从仪器说明书、检定书或国家标准中查得。如果仪器误差无法查到,对连续读数(可估读)的仪表,如米尺、指针式电流表或电压表等,取分度值(仪器最小刻度所对应的示值)的一半作为单次直接测量的误差。对非连续读数(不可估读)的仪表,如游标卡尺、机械式秒表、数字式电子秒表等,可取分度值作为单次直接测量的误差。

在研究直接测量的误差时我们还会遇到仪器的灵敏阈问题,灵敏阈是指能引起仪器示值可觉察改变的最小变化量。在这个阈值以内的变化,仪器是没有反应的。例如,数字式仪表最末一位数所代表的量就是该仪表的灵敏阈,对于指针式仪表,人眼能觉察到的指针改变量约为 0.2 分度值,因此常把此值所代表的量定为指针式仪表的灵敏阈。

对单次直接测量而言,可以用仪器误差、仪器的灵敏阈或仪器的分度值作为测量的极限