



21世纪普通高等院校规划教材

主编 王边疆 郑继刚

中学数学教育

zhongxue
shuxue jiaoyu
gailun

概论



YZLI 0890092974



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

21 世纪普通高等院校规划教材

图 书 在 册 号 (C I P) 目 录 编 制 图

中 学 数 学 教 育 概 论 王 边 疆 郑 继 刚 主 编 南 西 交 通 大 学 出 版 社 2010.9

21 世纪普通高等院校规划教材

ISBN 978-7-264-3-0903-3

中 学 数 学 教 育 概 论 王 边 疆 郑 继 刚 主 编 南 西 交 通 大 学 出 版 社 2010.9

中 国 版 本 图 书 在 册 号 C I P 目 录 编 制 图 (2010) 第 187534 号

主 编 王边疆 郑继刚

参 编 郭秀清 何冬梅

21 世纪普通高等院校规划教材

中 学 数 学 教 育 概 论

王边疆 郑继刚

本 校 藏 书

藏 书

YZLI

(邮 政 特 准 挂 号 出 版 物 出 版 证 号 : 渝 出 版 证 第 010031 号 电 话 : 028-87600264)

http://press.swjtu.edu.cn

四川经纬印务有限公司印刷

印 张 : 10.2

开 本 : 787mm×1092mm

印 数 : 3000 册

第 1 次 印 刷



YZLI 0890092974

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

中学数学教育概论 / 王边疆, 郑继刚主编. — 成都: 西南
交通大学出版社, 2010.9
21 世纪普通高等院校规划教材
ISBN 978-7-5643-0902-2

I. ①中… II. ①王…②郑… III. ①数学教学—教学研
究—中学—高等学校—教材 IV. ①G633.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 187224 号

王边疆 郑继刚 主编
王边疆 郑继刚 参编

21 世纪普通高等院校规划教材

中学数学教育概论

主编 王边疆 郑继刚

*

责任编辑 张宝华

封面设计 本格设计

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川经纬印务有限公司印刷

*

成品尺寸: 170 mm × 230 mm 印张: 16.5

字数: 295 千字

2010 年 9 月第 1 版 2010 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5643-0902-2

定价: 28.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

序

欣闻保山学院王边疆、郑继刚等老师主编的教材《中学数学教育概论》即将出版，不禁为之叫好。这本教材于2002年9月起以讲义的形式在保山学院（前身为保山师范高等专科学校）数学系使用，历经八年的教学实践检验和不断修订，使教材得以逐步完善。它的出版反映了云南省高师院校教师教育专业在“数学学科教学论”课程和教学建设方面所取得的新成果。

这本教材写成于基础教育第八次课程改革之际，教材编写的宗旨是力图体现“双基+创新=数学优质教育”这一新时代的数学教育培养目标，力图反映基础教育第八次课程改革的新理念，力图总结和归纳新中国成立后我国在基础教育方面的综合成果。因此，这部教材具有理念新、理论框架比较全面的特点，它既保留了以往数学学科教学论教材方面的特色，也反映出新课程实施后数学教育的一些新的研究成果。此外，教材的编者们长期在我国西部地区从事数学教育研究和数学学科教学论的教学，具有丰富的研究经历和教学经验，教材的内容贴近边疆少数民族地区高校数学教育的现状，有较强的地域特点和针对性。同时，教材的编写风格简明，各章节之间的逻辑关系明确、文字流畅，为教师“再创造”教学提供了平台和便利。我相信此书的出版对推动西部数学教育的发展有积极的作用。

“中学数学教育概论”是高等教育中教师教育专业的一门重要的基础课。通过对这门课程的学习，可以使学习者了解中学数学课程标准，理解基础教育的教学目的和任务以及基本要求，掌握数学教学的基本原理、原则和基本教学方法，树立与新课程相适应的教学理念。这本教材除绪论外，共有九章和一个附录，比较全面地涵盖了数学教学理论及方法，同时兼顾了对讲习和实习的指导。通过本课程的学习，可使学生获得一定的分析和处理中学数学知识的能力，进而提升其教学的艺术性。

出于教材编者们的细致地考虑，这本书既可作为本科高等院校教师教育专业的教材或教学参考书，也可删去部分内容后作为师范高等专科学校教师教育专业的教材或教学参考书。2009年12月在丽江市举行的“云南省数学教育研究会第二届年会”上，研究会理事呼吁云南省各高等院校，结合自身的特点，联合其他高校共建教师教育专业的课程群。保山学院数学系

率先走出了第一步，可喜可贺！

我衷心地祝愿保山学院数学系在今后的课程建设和教学改革方面取得新的成果，有更多的教材出版！

朱维宗

2010年4月于云南师范大学

前 言

鉴于中学数学新课改之际,高等师范数学教育“中学数学教育概论”的教材处于新旧交替、青黄不接的状况.针对西部边沿少数民族地区高师数学教育“中学数学教育概论”的教学实际,编者根据自己近三十年的教学经历,特别是数学教育本专科十五年的“教学法”授课经验,结合普九后新课改的一些理念,逐步完成了本书的编写。

本书是为高等院校数学教育本(专)科专业“中学数学教育概论”课程编写的教材,对部分案例及相关章节删减后可作为师范专科学校数学教育专业的教材。教材内容主要根据中小学新课程《数学课程标准》的要求作了一些理念、方法上的改进,同时也历史地、辩证地吸收了传统数学教学法的知识框架,力图体现“双基+创新=数学优质教育”这一新时代的数学教育培养目标。此书可供数学教育本(专)科教学使用,也可供中学教师自修参考。

“中学数学教育概论”是高等教育数学专业一门重要的专业基础课,它是在学生学习数学分析、解析几何、高等代数以及教育学、心理学等课程的基础上开设的。通过本课程的学习,可使学习者熟悉中学数学课程标准,数学教学目的、任务与基本要求,掌握数学原理、原则和基本教学方法,树立与新课改相适应的教学理念,通过教学可使学生获得一定的分析和处理中学数学知识的能力,进而提高学习能力。

为了达到本课程的教学目的,本书除绪论外共设置了九章,其中一、二章主要介绍中学数学课程标准和教材特点;三至八章主要讲解教学目的、任务、基本原则、逻辑基础、基本方法、教学设计、教学评价;九章为拓展性的教学观念介绍。

教材内容都是数学专业本、专科学生应该掌握的基本知识。但是鉴于专科阶段安排的课时较少,故在使用教材时第二章的第三节,第三章的第一节,第六章的第二、三节,第七章的第四、五节,可以略讲或不讲,其余各章与高中教材联系的地方可少讲或不讲,第九章可作为教学参考。

本书参考了一些教师教学经验和研究成果,谨向其编著者致谢。在本书编写过程中,得到了学院、系领导及教师的帮助和支持,在此深表感谢。

由于编者水平所限,不当之处,恳请批评指正。

编者

2010年3月

目 录

绪 论	1
第一章 数学课程目标与教学内容标准	4
第一节 数学课程的总体目标	4
第二节 初中数学课程的各部分目标及其相互关系	8
第三节 数学课程内容标准	15
思考题	26
第二章 中学数学教学目的和内容	27
第一节 中学数学教学目标	27
第二节 中学数学教学的基本内容	30
第三节 中学数学教学改革简介	32
思考题	40
第三章 中学数学教学的基本原则	41
第一节 中学生学习数学的特点	41
第二节 中学数学教学的基本原则	47
思考题	50
第四章 中学数学逻辑基础（选讲）	51
第一节 概念及其定义	51
第二节 数学命题	63
第三节 数学推理、证明及其教学	78
思考题	93
第五章 中学数学“三维目标”的培养与达成	94
第一节 数学概念的教学	94
第二节 数学命题的教学	98
第三节 解题的教学	102

第四节 数学基本能力的培养	106
第五节 数学过程目标的达成	109
第六节 数学情感目标的达成	112
第七节 分析和实际问题能力的培养	114
思考题	131
第六章 中学数学教学方法	132
第一节 中学数学教学的一般方法	132
第二节 中学数学教学法的改革方向	137
第三节 现代化教学手段简介	142
思考题	143
第七章 中学教学工作	144
第一节 课前工作	144
第二节 课堂教学	153
第三节 课外工作	157
第四节 数学教研	159
第五节 教与学的评估、标准化考试	163
第六节 教育实习	168
第七节 见习及试讲指导	170
思考题	171
第八章 数学教学评价	172
第一节 数学教学评价概述	172
第二节 课程标准对数学学习评价的要求	177
第三节 数学课堂教学的即时评价	182
思考题	189
第九章 新课程观念的确立	190
第一节 新课程的教学观	190
第二节 新课程的教师观	196
第三节 新课程的学生观	204
第四节 新课程的教材观	208

附录：中学数学说课稿及教案	225
勾股定理说课稿	225
一元一次方程说课稿	227
有理数的减法教案	228
平行四边形的判别（一）教案	232
等差数列的前 n 项和教案	234
指数函数教案	238
平面的基本性质之一教案	247
参考文献	254

绪 论

中学数学教学方法是一门独立的学科(后面简称教学法)。自中学数学新课程改革以来,对教学法的内涵和外延也有了更深更广的要求,特别是多媒体教学方式的诞生,更加丰富了数学教学法的形式,使教材形式也彰显了图文并茂、生动化和人性化的特点,这就要求中学数学教学法这门课也要做一些必要的调整,以满足教学方法适应新形势的需要。

(1) 中学数学教学法的研究对象是中学数学教学过程。

(2) 中学数学教学过程是教师依据课标、运用教材和手段对学生进行数学教育的一种复杂的控制过程,它包含信息的接受、加工、存储和传输。

教师 $\longleftrightarrow$ 学生 (双向信息传送)

(3) 数学是一种关于数量关系和空间形式的思维活动,中学数学教学需要从数与形之间的关系来揭示其规律和本质,使用学生容易掌握的方式方法,让其更快更好地掌握数学知识和技能。

(4) 数学教学有两种理解:一是为数学活动的教学,二是为数学理论的教学,而中学数学教学法强调的是数学活动。

(5) 数学活动就是把人们生活中的实际问题变成数学问题,模式化后变成数学理论。

通过数学活动来形成数学能力和数学观念,进而获得数学修养,再与人文素质相结合,可提升为目前发达国家标志之一的数学素养。

一、中学数学教学法要回答的问题

中学数学教学法要回答四个方面的问题:

(1) 教学目的(为什么教?)。

(2) 教学对象(教什么人?)。

(3) 教学内容(教什么?)。

(4) 教学评价(教得如何?)。

以上四个问题要求从教者认真研究数学课程标准和教材,了解学生以及

制定较好的评价机制。

中学数学教学法为了使从教者更好地把握四个方面的问题，我们设置了以下教学基本内容：

- (1) 中学数学的目的及任务（课程目标）。
- (2) 中学数学课的教学内容。
- (3) 中学数学教学的基本原则。
- (4) 中学数学的逻辑基础。
- (5) 三维目标的达成和培养。
- (6) 中学数学教学的基本方法。
- (7) 中学数学教学工作。
- (8) 中学数学教学评价。

以上内容的安排是从教学总目标出发，也就是首先依据数学特点及实践中的地位、作用确定中学数学教学的目的及任务；依据少儿年龄及心理特点确定每一个阶段数学教学的目的及任务（定目的、定任务）。其次是确定教学内容，并确定与之相适应的教学方法（定内容、定方法）。最后是研究中学数学的逻辑基础，研究符合教学和学习规律的教学基本原则（逻辑基础、基本原则）。

二、从综合性、实践性出发，充分研究其方法

1. 历史的研究方法

这种方法要求我们从数学发展史来看数学概念、理论、思想、方法、语言以及学生掌握的途径和方法，并从中得到数学发展的启迪，从历史的角度来把握本质。

2. 理论的研究方法

这种方法要求我们从数学的实践性来看理论体系：① 思辨性的研究是作理论分析，分析出研究问题的构成因素，形成假说；② 研究各种性质和相互关系；③ 从众多资料中作理论概括，得出规律并形成理论体系。

3. 实践的研究方法

这种方法要求我们要收集、调查和统计、分析比较并剖析典型事例，进而研究问题的基本因素，把握问题的实质和规律。

4. 实验的研究方法

实验的研究方法较多，但要注意实验假说应简明，课题应明确，并具有必要性、可验证性、充分性和无矛盾性。

这种方法要求分类型抽样，控制实验条件，采用实验、谈话、问卷测试、观察、个案研究、收集资料等方式，最后再综合得出结论，写成实验报告或论文。

总之，中学数学教学方法的研究要以辩证唯物主义为指导，把数学、教育学、心理学、逻辑学等学科的概念移植过来。也只有这样，才能克服研究中的片面性、派别性。

三、学习数学教学法的意义

(1) 中学数学教学法可以指导数学教学实践。

(2) 中学数学教学法可以指导数学研究。

应该说研究的方法是很多的，特别是在教与学、生与师、知识教学与能力培养、集体与个别、结果与过程、课内与课外等诸多教研课题等都有很多值得我们潜心研究的领域。

综上所述，这一门学科应该受到人们，特别是从事数学教育同行的重视，作为师范生更要系统地学习。因此高等院校将其作为一门必修课显得非常必要。

第一章 数学课程目标与教学内容标准

目标意味着方向、准则和指南。课程目标是按照国家的教育方针，根据学生的身心发展规律，通过完成规定的教育任务和学科内容，达到培养学生的目的。它受国家为基础教育规定的教育目的的制约，是总的人才培养目标的具体表现。课程目标是课程编制、课程实施和课程评价的准则和指南，在课程标准中属于主体部分。

数学课程目标是数学课程标准的核心，它既反映了数学课程标准对未来国家合格公民在与数学相关的基本素养、知识与技能方面的要求，也反映了数学课程对学生可持续发展的教育价值。数学课程目标明确了义务教育阶段数学课程的三个基本要素：

- (1) 学生为什么学数学；
- (2) 学生应学哪些数学内容；
- (3) 数学学习将给学生带来什么。

因此，正确认识、解读与把握好数学课程目标，是学习数学课程标准、做好数学课程实施、搞好数学教学的前提与保障。

第一节 数学课程的总体目标

数学课程标准提出了学生通过义务教育阶段与普通高中的数学学习能够达到的总体目标。这个总体目标体现了国家义务教育阶段与普通高中学生数学学习的总体要求与期望，是数学教材编写、数学教学活动和数学教育评价与管理的总依据，是数学课程的核心。

教师通过案例教学，可以培养学生解决问题的能力。教师在教学设计时，要考虑对学生元认知能力和共同任务能力的培养。比如在不等式的教学中，其教学目标是使学生掌握不等式的性质，能熟练应用分析法证明不等式，突出“双基”训练，培养学生的数学变换能力和逻辑思维能力。另外，还可以采用一题多解的设计思路，加强不同知识之间的联系，这对完善学生的认识

结构起到了积极的促进作用。其教学目标除了更加突出“双基”（要求学生理解复数、三角函数及解析几何的相关知识和性质）之外，培养能力的着眼点也更加广泛。这是因为一题多解要求解题者不断激活相关的知识结构，灵活选用头脑中储存的信息，并与外部信息进行交换。当涉及元认知解释、逻辑思维、空间想象、直接及合理表征问题、正确地识别模式时，能更加体现教学目标的多维性。还有，更深层次的教学中心是探究，提高学生探究问题的能力是能力培养的主要目标。探究主要涉及发散思维、直觉思维、批判性思维和反思等能力的培养，同时它又兼顾共同任务能力和元认知能力的渗透程度。以现实问题为起点去探究结论，既注意到了数学发现能力的相关因素，又涉及数学应用能力的相关因素。这能使学生会体验数学与现实生活的联系，感受数学的内在魅力，因此教学目标的设置更显多向性。

一、高中数学课程的总目标

高中数学课程的总目标是：使学生在九年义务教育数学课程的基础上，进一步提高作为未来公民所必要的数学素养，以满足个人发展与社会进步的需要。具体目标如下：

- (1) 获得必要的数学基础知识和基本技能，理解基本的数学概念、数学结论的本质，了解概念、结论等产生的背景及其应用，体会其中所蕴涵的数学思想和方法以及它们在后继学习中的作用。通过不同形式的自主学习、探究活动，体验数学发现和创造的历程。
 - (2) 提高空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理等基本能力。
 - (3) 提高在数学中提出、分析和解决问题（包括简单的实际问题）的能力以及数学表达和交流的能力，发展独立获取数学知识的能力。
 - (4) 培养数学应用意识和创新意识，力求对现实世界中蕴涵的一些数学模式进行思考和作出判断。
 - (5) 提高数学学习的兴趣，树立学好数学的信心，养成锲而不舍的钻研精神和科学的学习态度。
 - (6) 具有一定的数学视野，逐步认识数学的科学价值、应用价值和文化价值，形成批判性的思维习惯，崇尚数学的理性精神，体会数学的美学意义，从而进一步树立辩证唯物主义和历史唯物主义世界观。
- 在高中课程标准中，六条目标可以分为三个层次：知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观。相对于原教学大纲，标准对数学目标的要求更加

具体、细化。首先,在知识与技能领域,学生应当获得必要的基础知识、基本技能,同时要了解它们的来龙去脉,体会其中的思想方法。其次,突出在数学思维、解决问题的能力以及数学意识培养等方面的五项基本能力(空间想象、推理论证、运算求解、抽象概括、数据处理)。最后,强调科学的提出、分析和解决问题的能力,数学表达与交流的能力,独立获取数学知识的能力,发展数学应用意识和创新意识上升为数学意识。标准还突出了教学的过程性和数学的美学意义,即通过不同形式的自主学习、探究活动,体验数学发现和创造的历程,以获得知识与技能,同时,还强调了知识与技能的形成过程,强调了对结论本质的认识,强调了学生的“体验”和“体会”,体现了学习者现实的学习过程、人的认识过程,即突出了过程性目标。发展独立获取数学知识的能力,是标准对能力的一个新要求。它意在培养学生学会学习,学会独立思考,学会自己寻找并选择解决问题需要的参考资料,学会通过交流获得信息等,这使标准中“提倡积极主动、勇于探索的学习方式”更加具体化。体会数学美的目标是一个全新的目标。这对学生来说,开阔数学视野,认识数学的科学价值、应用价值和文化价值,体会数学的美学意义,是提高其自身素质的重要方面。数学的美不仅有生活中的美,更有思维领域的美,只有通过数学学习才能体会和感受到。

二、初中数学课程的总体目标

初中数学的课程总体目标是根据《基础教育课程改革纲要(试行)》中有关义务教育阶段的培养目标和课程结构的要求,并结合数学科学的特点而确定的。它包含通过义务教育阶段的数学学习,学生能够达到的四个方面的目标:

- (1) 获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识(包括数学事实、数学活动经验)以及基本的数学思想方法和必要的应用技能。这个目标表述的数学知识不仅包括“客观性知识”,即那些不因地域、学习对象而改变的数学事实,如乘法运算法则、乘法公式、勾股定理、三角形面积公式、一元二次方程求根公式等,还包括那些从属于学生自己的数学活动经验,即学生自己的“主观性知识”并具有鲜明个体认知特征的数学活动经验。
- (2) 初步学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会,去解决日常生活和其他学科学习中的问题,增强应用数学的意识。这个目标反映出数学新课程将是培养学生“用数学的眼光去认识自己所生活的环境与社会”,学会“数学地思考”,即运用数学的知识、方法去分析事物、思考问题;在向学生提供系统的数学知识的同时,也提供具有现实背景的数学,也包括他们生活

中的数学,即他们感兴趣的数学和有利于他们成长的数学.

(3) 体会数学与自然及人类社会的密切联系,了解数学的价值,增进对数学的理解和学好数学的信心.这个目标表明,好的数学学习应当使学生体会到:“数学是人类社会的一种文明,它在人类发展的昨天、今天和明天都起着巨大的作用.”“我们学习的数学绝不仅仅存在于课堂上、考场中,它就在我们的身边.”作为教育的数学不应当被单纯视为抽象的符号运算、图形分解与证明,它应当被看做是反映现实情况中所存在的各种数量关系、空间形式和变化规律的一种模型.在整个义务教育阶段的课程结构中,数学不应当再被作为一个“筛子”,将“不聪明”的学生淘汰出局,将“聪明”的学生留下.数学课程是为每一个学生所设立的,每一个身心发育正常的学生都能够学好数学,即达到课程标准所设立的目标.

(4) 具有初步的创新精神和实践能力,在情感态度和一般能力方面都能得到充分发展.这个目标表明,从现实情境出发,通过一个充满探索、思考和合作的过程学习数学,获取知识,收获的将是自信心、责任感、求实态度、科学精神、创新意识、实践能力等这些远比升学重要的公民素质.我们都知道,素质教育的实施并不是需要开设一门“素质教育课”,素质教育也不是艺术、体育或社会活动的专利.事实上,实施素质教育的主渠道还是学科教育的教学活动,而数学课堂不仅应当而且能够实现目标所提出的素质教育.

从这四个层面的目标要求来认识与理解总体目标,可以看出,相对于原数学教学大纲中规定的数学目的,课程标准所设立的数学课程总体目标具有更丰富的内涵、合理的结构,也更加具有素质教育的鲜明特色.它不仅强调基础知识与基本技能的获得,更强调让学生经历数学知识的形成过程,是对“双基”内涵更为丰富、更为深刻的认识和要求,进而让学生了解数学的价值,增强应用数学的意识,充分发展他们的情感和一般能力.

三、国际上的数学课程目标

目前,国际上对中小学数学课程目标的探讨表现出以下一些倾向:

重视问题解决是各国课程标准的一个显著特点.

增强事件环节是各国课程标准的共同点,即在数学中增加具有广泛应用性的数学内容,从学生的现实中发展数学.

强调数学交流是各国课程发展的新趋势.数学交流是数学教育的重要内容之一.作为一种语言,数学为人们提供了一种有力的、简洁的、准确的交流信息的手段,也是人际交流和数学交流的一种工具.因此,作为教育工作

者,不仅要培养学生能够进行各种数学语言的转化,还应培养学生学会用数学语言来准确、简洁的表达观点和思想.

强调数学对发展人的一般能力的价值,淡化纯数学意义上的能力结构,重在可持续发展.

着重数学应用和思想方法.大多数国家倾向于通过解决实际问题,使学生在掌握所要求的数学内容的同时,形成那些对人的素质有作用的基本的思想方法,如实验、猜测、模型化、合情推理、系统分析等.

增强数学的感受和体验.让学生体验学习数学的成功乐趣,培养学生的自信心是数学教育的重要目标之一.

加强计算机的应用,将计算机作为一项人人需要掌握的技术手段.

要设计弹性更大的数学课程,使学生能根据自己的课程、兴趣和未来职业有所选择,这是课程改革向现代化发展的一个重要趋势.1986年3月,国际数学教育委员会在科威特召开了“20世纪90年代中学数学”专题讨论会,对数学课程的发展做了预测,把“人人都要学的数学”列在了首位.

第二节 初中数学课程的各部分目标及其相互关系

初中数学课程的总体目标被具体化为四个方面:知识与技能、数学思考,解决问题、情感与态度.这是《基础教育课程改革纲要(试行)》中“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标在数学课程中的具体体现,是对总体目标的进一步认识,我们的教学需要围绕这四个具体目标的内涵及其相互关系来进行.

◆ 案例一 探索三角形全等条件的教学目标

(1) 积极主动地探索三角形全等条件的过程,体会利用操作、归纳获得数学结论的过程.

(2) 掌握三角形全等的“边边边”、“边角边”、“角边角”、“角角边”的判定方法,了解三角形的稳定性,能用三角形的全等解决一些实际问题.

(3) 培养学生的空间观念、推理能力,发展有条理地表达能力,积累数学活动经验.

◆ 案例二 有理数加法(第一课时)的教学目标

(1) 知识与技能:经历生活中将一类问题转化为有理数加法的全过程;