

王后雄学案

教材完全学案

数 学

九年级（上）

配浙教版

丛书主编：王后雄
本册主编：张光军



全国优秀出版社
All China Excellent Publishing House

王后雄学案

全国著名《学案全案》

教材完全学案

数 学

九年级（上）
配浙教版



接力出版社
Publishing House

全国优秀出版社
SHANGHAI PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

教材完全学案. 数学. 九年级. 上 / 张光军主编.
—3版. —南宁: 接力出版社, 2010.4
配浙教版
ISBN 978-7-80732-769-1

I. ①教… II. ①张… III. ①数学课—初中—教学参
考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第070774号

丛书策划: 熊 辉

责任编辑: 吴惠娟

责任校对: 陈 娟

封面设计: 王 亮

JIAOCAI WANQUAN XUE AN
SHUXUE

教材完全学案

数学 九年级(上) 配浙教版

丛书主编: 王后雄 本册主编: 张光军

*

社 长: 黄 俭 总编辑: 白 冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号 邮编: 530022

E-mail: jielipub@public.nn.gx.cn

咸宁市鄂南新华印务有限公司印刷 全国新华书店经销

*

开本: 889毫米×1194毫米 1/16 印张: 11.25 字数: 294千

2010年5月第3版 2010年5月第4次印刷

ISBN 978-7-80732-769-1

定价: 22.70元

如有印装质量问题,可直接与本社调换。如发现
画面模糊,字迹不清,断笔缺画,严重重影等疑似盗
版图书,请拨打举报电话。

盗版举报电话: 0771-5849336 5849378

读者服务热线: 027-61883306

《教材完全学案》导读图示

● 完备的学习方案

● 详尽的问题剖析

● 深入的学习引导

● 精辟的课堂讲解

● 新典的母题迁移

● 分层的优化测训

让我们一起去揭开《教材完全学案》神奇高效的学习秘密!

课标考纲解读

全真展示每课(节)内容的课标要求及考纲指向,权威锁定学习目标和考点能级,伴您在学习中把握方向,在考试中稳操胜券。

状元学习方案

权威名师指点学习方法,点拨解题疑点,理清基本思路,制定学习方案,搭建智力平台,助您倍速学习,提升学习成绩。

考点知识清单

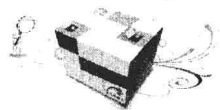
全息式呈现学科基本知识点和能力点,菜单式的科学梳理将考点习题化设计,便于您在练习中实现对学科考点的理解和记忆。

要点核心解读

同步、完备的学习方案,总结、提炼知识、规律和方法,系统形成知识结构,凸现解题的答题要点和思路规律。

典例分类剖析

例题新颖、科学,具有母题的特征和功能。以案例剖析方式进行示范,展示解题思路和方法,让您的解题能力和技巧全面提升。



第1章 反比例函数

1.1 反比例函数

课标考纲解读

1. 掌握反比例函数的定义,会判断一个函数是不是反比例函数。

状元学习方案

学习时要从现实生活的具体例子入手,理解反比例函数的概念。

教材知识检索

考点知识清单

1. 一般地,若变量 y 与 x 成反比例,则有 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$),也就是说, $xy = k$ 。

要点核心解读

1. 反比例函数的概念:
定义:一般地,形如函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数称为反比例函数,其中 x 是自变量,自变量 x 的取值范围是不等于零的一切实数。

典例分类剖析

考点1 反比例函数的意义

命题规律

1. 从实际生活中抽象出反比例函数的表达式。
2. 熟练运用物理、化学等学科中的公式列出变量之间的关系式,并判断是否为反比例函数。

【例1】写出下列函数的关系式,并判断是否为反比例函数关系。

(1) 面积是常数 S ($S \neq 0$) 的三角形的底 y 与高 x 的函数关系:

【解析】(1) 运用三角形面积计算公式

【答案】(1) $S = \frac{1}{2}xy$, 即 $y = \frac{2S}{x}$, y 与 x 成反比例函数关系。

【提示】(1) 识别两个变量是不是构成反比例函数关系,看这两个变量的积是不是等于一个常数,即 $xy = k$ ($k \neq 0$),不能认为两个字母代数式积为一常数,这两个量就是反比例函数关系,如 $(x_1)^2 = 1$,它就不是反比例函数关系。

【变式训练】1. 下列说法正确的是()。

- A. 汽车沿一条公路从A地驶往B地,所需的时间与平均速度成正比例
B. 圆的面积 S 与圆的半径 R 成反比例
C. 当矩形的周长为定值时,矩形的长与宽成反比例
D. 当电路两端的电压 U 为220V时,电路的功率 P (W) 与电阻 R (Ω) 成反比例(功率 = 电压的平方 / 电阻)

自主评价反馈

考点知识清单

①定义 ②反比例函数 ③自变量 ④函数

⑤比例系数 ⑥零 ⑦无

母题迁移

1. D

2. (1) B (2) A

优化分层测训

学业水平测试

1. 下列属于反比例函数的是()。

- A. $y = \frac{x}{3}$ B. $y = -\frac{3}{x}$ C. $y = \frac{3}{4x}$ D. $\frac{y}{x} = -2$

中考能力测试

(测试时间:45分钟 测试满分:100分)

一、填空题(本大题包括5小题,每小题6分,共30分)

1. 已知公式 $P = P_0 + r$, 当一汽车功率 P (W) 是常数时,牵引力 F 与此时汽车的速度 v 之间的函数解析式是 $F =$ _____。

优化分层测训

精心设计“基础巩固题”“能力提高题”“综合拓展题”三层递进测试,分别适用于巩固、提高、迁移和运用训练,使课堂知识得到延伸与拓展,试题新颖,训练效果显著。

教辅大师、特级教师王后雄教授科学超前的体例设置，帮您赢在学习起点，成就人生夙愿。

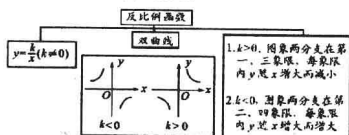
题记

单元知识整合

整理单元知识，构建结构体系，让您对本单元的知识、规律和方法一目了然，强化知识记忆，是在单元测试中取得高分的必经阶梯。

单元知识整合

一、反比例函数图象及其性质



【解题规律】

1. 满足解析式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的实数对一定在双曲线上，在双曲线上的点一定满足其函数解析式，由此可求待定系数 k ，只需一个已知点即可求解。
 2. 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 无限接近坐标轴，但永远不与坐标轴相交。
- 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 关于 x 轴、 y 轴对称及坐标原点对称，当 $k > 0$ 时，双曲线关于 $y = -x$ 对称；当 $k < 0$ 时，双曲线关于 $y = x$ 对称。

新典考题分析

【例1】已知 $k > 0$ ，则函数 $y = kx$ 、 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象大致是图1-1中的()。

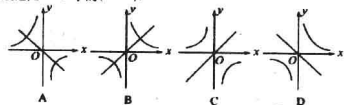


图1-1

【解析】已知 k 为正值，所以正比例函数 $y = kx$ 的图象为经过第一、三象限的直线，反比例函数 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象为位于第二、四象限内的双曲线。

【答案】C

【提示】 $y = \frac{k}{x}$ 的图象是双曲线，当 $k > 0$ 时，图象在第一、三象限；当 $k < 0$ 时，图象在第二、四象限。

新典考题分析

展示高考真题，探究出题规律。权威的命题分析、精透的解题分析、明晰的错解误区思辨，使您对高考内容及题型了如指掌。

答案与解析

第1章 反比例函数

1.1 反比例函数

第1课时

【基础题】1. C 【提示】 $y = \frac{1}{x}$ 、 $y = -\frac{1}{x}$ 都是正比例函数，D 中 y 与 x 之间的关系为 $y = -2x$ ($x \neq 0$)，也是正比例函数。

2. C 【提示】对于 C， $y = \frac{6}{x}$ 。

3. D 【提示】 $y = -kx$ 、 $y = \frac{1}{x}$ 是正比例函数，C 中 y 与 $\sqrt{x}$ 是反比例关系，但 y 与 x 并不是反比例函数。

4. B 【提示】对于 B， $U = \frac{P}{I}$ ， P 是非零常数，则 U 与 I 成反比例。

【中考能力题】

1. $\frac{P}{k}$ 反比例 【提示】 P 是常数。

2. $y = \frac{500}{x}$ 【提示】平均每天加油 y 吨 x 可加天数 x 天 = 总存油的吨数。

3. $y = \frac{2}{x}$ $x > 0$ 【提示】由矩形面积公式：长 $\times$ 宽 = 面积，得 $xy = 2$ 。

4. 小 【提示】利用反比例函数的性质解题。

答案与提示

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。让您不但知其然，且知其所以然。能使您养成良好规范的答题习惯。



目录

CONTENTS

第1章 反比例函数

1.1 反比例函数	1
1.2 反比例函数的图象和性质	7
1.3 反比例函数的应用	13
单元知识整合	19
新典考题分析	20

第2章 二次函数

2.1 二次函数	21
2.2 二次函数的图象	24
2.3 二次函数的性质	34
2.4 二次函数的应用	39
单元知识整合	49
新典考题分析	50

第3章 圆的基本性质

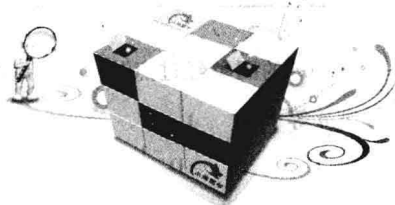
3.1 圆	52
-------------	----

3.2 圆的轴对称性	58
3.3 圆心角	63
3.4 圆周角	68
3.5 弧长及扇形的面积	73
3.6 圆锥的侧面积和全面积	79
单元知识整合	82
新典考题分析	82

第4章 相似三角形

4.1 比例线段	84
4.2 相似三角形	90
4.3 两个三角形相似的判定	93
4.4 相似三角形的性质及其应用	98
4.5 相似多边形	103
4.6 图形的位似	107
单元知识整合	110
新典考题分析	110

答案与提示	112
-------------	-----



第1章 反比例函数



1.1 反比例函数

课标考纲解读

1. 掌握反比例函数的定义,会判断一个函数是不是反比例函数.
2. 经历反比例函数概念的形成过程,领会反比例函数的意义,理解反比例函数的概念.
3. 能用待定系数法求反比例函数的解析式.
4. 会求反比例函数的解析式以及自变量 x 的取值范围.

状元学习方案

学习时要从现实生活的具体例子入手,理解反比例函数的概念. 本节重点之一是会判断一个函数是不是反比例函数,能够利用反比例函数的概念解决一些问题,另一个重点是能够根据实际问题中的条件确定反比例函数的解析式,会用待定系数法求反比例函数的解析式.



教材知识检索



考点知识清单

1. 一般地,若变量 y 与 x 成反比例,则有 ① $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$),也就是说, $y = \frac{k}{x}$.
2. 把函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 叫做 ② (reciprocal function),这里 x 是 ③, y 是 x 的 ④, k 叫做 ⑤.
3. 反比例函数的自变量 x 的值不能为 ⑥.
4. 要确定一个反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式,只需求出比例系数 ⑦.



要点核心解读

1. 反比例函数的概念:

定义:一般地,形如函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数称为反比例函数,其中 x 是自变量,自变量 x 的取值范围是不等于零的一切实数.

反比例函数的一般形式: $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 也可以写成 $y = kx^{-1}$ (k 为常数, $k \neq 0$).

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$), y 与 x 成反比例关系.

注意:反比例函数中两个变量的乘积是一个定值,与小学所学的反比例关系相似,但又不完全相同,成反比例的关系式,不一定是反比例函数,如 y 与 x^2 成反比例 $y = \frac{k}{x^2}$,但此函数不是反比例函数,而反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中两个变量必成反比例关系.

反比例函数关系式中,自变量 x 在分母位置上,且它的指数为 1.

2. 反比例函数的关系式的确定

确定反比例函数的关系式一般用待定系数法. 所谓待定系数法就是先设出式子中的未知系数,再根据条件求出未知系数,从而导出式子的方法.

注意:反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 中,只有一个待定系数 k ,确定了 k 的值,也就确定了反比例函数,因而一般只需给出一组 x, y 的对应值即图象上一点的坐标,代入 $y = \frac{k}{x}$ 中,即可求出 k 的值,从而确定了反比例函数的解析式.



典例分类剖析

考点1 反比例函数的意义

命题规律

1. 从实际生活中抽象出反比例函数的表达式.
2. 熟练运用物理、化学等学科中的公式列出变量之间的关系式,并判断是否为反比例函数.

[例1] 写出下列函数的关系式,并判断是否为反比例函数关系.

(1) 面积是常数 S ($S \neq 0$) 的三角形的底 y 与高 x 的函数关系;

(2) 物体在力的方向上通过的距离 s ($s \neq 0$) 是常数时,做的功 W 与力 F 的函数关系;

(3) 一个游泳池体积为 $V \text{ m}^3$,注满游泳池所用的时间 x (h) 随注水速度 y (m^3/h) 的变化而变化的函数关系.

[解析] (1) 运用三角形面积计算公式;(2) 运用物理学的定理;(3) 容积 = 注水速度 $\times$ 时间.

[答案] (1) $S = \frac{1}{2}xy$, 即 $y = \frac{2S}{x}$, y 与 x 成反比例函数关系;





(2) $W = F \cdot s$, 这里 F 是常数, W 与 s 成正比例函数关系;

(3) $V = xy$, V 一定, 则 $y = \frac{V}{x}$ 或 $x = \frac{V}{y}$, y 与 x 成反比例函数关系.

[启示] (1) 识别两个变量是不是构成反比例函数关系, 看这两个变量的积是不是等于一个常量, 即 $xy = k (k \neq 0)$, 不能认为两个字母代数式积为一常数, 这两个量就是反比例函数关系, 如 $(xy)^2 = 1$, 它就不是反比例函数关系; (2) 由反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 定义知 k 一定不为 0, x 的指数是 1, 可用定义求有关待定系数的值等问题.

母题迁移 1. 下列说法正确的是().

- A. 汽车沿一条公路从 A 地驶往 B 地, 所需的时间 t 与平均速度 v 成正比例
 B. 圆的面积 S 与圆的半径 R 成反比例
 C. 当矩形的周长为定值时, 矩形的长与宽成反比例
 D. 当电器两端的电压 U 为 220V 时, 电器的功率 $P(W)$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例 (功率 = $\frac{\text{电压的平方}}{\text{电阻}}$)

考点2 反比例函数的概念

命题规律

- 根据反比例函数的定义确定所给的函数解析式是否为反比例函数.
- 理解反比例函数与反比例关系的区别与联系.

[例2] (1) 下列函数中, y 与 x 是反比例函数关系的是().

- A. $xy = 10$ B. $\frac{y}{x} = 5$
 C. $y = -3x + 1$ D. $y = -2x$

(2) 已知函数 $y = \frac{k+1}{x^{k^2+k+1}}$, 当 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, y 与 x 是反比例函数关系.

[解析] (1) A 中, 两变量之积为 10, y 与 x 是反比例函数关系; B 中, $y = 5x$; D 中, $y = -2x$, y 与 x 是正比例函数关系; C 中, $y = -3x + 1$, y 与 x 是一次函数关系. (2) 依据反比例函数定义知, $k+1 \neq 0$, $k^2+k+1=1$, 求出 k 的值.

[答案] (1) A (2) 0

[启示] (1) 中易将 $\frac{y}{x} = 5$ 错认为是反比例函数; (2) 中求出 $k_1 = 0, k_2 = -1$, 注意要将 $k_2 = -1$ 舍去.

母题迁移 2. (1) 在函数: $y = \frac{x}{2}, y = \frac{-3}{x}, y = \frac{2}{3x}, y = \frac{2}{x-3}, y = \frac{4}{x^2}$ 中, y 是 x 的反比例函数有() 个.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(2) 若函数 $y = x^{m^2-5} + m - 2$ 是关于 x 的反比例函数, 则 $m = (\quad)$.

- A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 以上均不对

考点3 求反比例函数的解析式

命题规律

- 知道反比例函数图象上一个点的坐标 (x_0, y_0) , 利用 $k = x_0 \cdot y_0$ 求解.
- 在考题中, 经常将反比例函数解析式的求解与几何知识联系起来.

[例3] (1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(2, -1)$, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(2, 5)$, 若点 $(1, n)$ 在反比例函数图象上, 则 n 等于().

- A. 10 B. 5 C. 2 D. $\frac{1}{10}$

[解析] (1) 将 $(2, -1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 求出 k 的值; (2) 先将点 $(2, 5)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中, 求出 k 的值, 再将 $x = 1$ 代入反比例函数解析式中, 求出 y 的值, y 的值即为 n 的值.

[答案] (1) -2 (2) A

[启示] 用待定系数法求反比例函数解析式的步骤是:

- 设出函数解析式的一般形式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$; (2) 把对应的 x 与 y 的值代入, 得到一个关于 k 的方程; (3) 解方程, 求出待定系数的值; (4) 代入解析式即可得到要求的解析式.

母题迁移 3. 在面积为 $60(\text{cm}^2)$ 的一组菱形中, 设两条对角线的长分别是 $x(\text{cm}), y(\text{cm})$.

- 求 y 关于 x 的函数解析式并求自变量 x 的取值范围.
- 若其中一条对角线长为 8cm, 求这个菱形的边长.

考点4 反比例函数自变量的取值范围

命题规律

- 在 $y = \frac{k}{x}$ 中, 自变量 x 是分式 $\frac{k}{x}$ 的分母, 当 $x = 0$ 时, 分式 $\frac{k}{x}$ 无意义, 所以 x 的取值范围是 $x \neq 0$, 故函数图象与 x 轴和 y 轴都无交点.
- 对 $y = kx^{-1}$ 来说, 解决有关自变量问题时, 应特别注意系数 $k \neq 0$ 这一限制条件.

[例4] (1) $y = \frac{-2}{x}$ 中 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $y = \frac{1}{x-2}$ 中自变量的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

[解析] 根据反比例函数定义知, 在 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中, 自变量 x 是分式 $\frac{k}{x}$ 的分母, 当 $x = 0$ 时, 分式 $\frac{k}{x}$ 无意义, y 也无对应的值.

[答案] (1) $x \neq 0$ (2) $x \neq 2$

[启示] 反比例函数中的两个变量之积为一常量, 即 $xy = k, \therefore k \neq 0, \therefore x$ 和 y 都不可能为 0.

母题迁移 4. $y = \frac{-3}{x - \frac{1}{2}}$ 中 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

考点5 复合关系的反比例关系

命题规律

- 复合关系的反比例关系先要理清变量之间的关系, 然后用待定系数法解题.
- 在设复合关系的反比例关系问题的待定系数时, 要用不同的字母来表示系数.

[例5] 已知 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 并且当 $x = 1$ 时, $y = 4$; 当 $x = 2$ 时, $y = 5$, 求当 $x = 3$ 时, 函数 y 的值.

[解析] 分别设 y_1 与 x, y_2 与 x 构成的函数关系式, 再将两组 x, y 值代入所设关系式中, 求出待定系数 k_1, k_2 .

[答案] 可设 $y_1 = k_1 x, y_2 = \frac{k_2}{x}$, 则 $y = y_1 + y_2 = k_1 x + \frac{k_2}{x}$, 把 $x = 1, y = 4; x = 2, y = 5$ 代入上式, 得

$$\begin{cases} 4 = k_1 + k_2, \\ 5 = 2k_1 + \frac{k_2}{2}. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_1 = 2, \\ k_2 = 2. \end{cases} \text{所以 } y = 2x + \frac{2}{x}.$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } y = 2x + \frac{2}{x} = 2 \times 3 + \frac{2}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

[启示] 若 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 可设 $y_1 = k_1x$, $y_2 = \frac{k_2}{x}$, 则 $y = k_1x + \frac{k_2}{x}$, 这里 k_1, k_2 是不同的比例系数, 将已知的 x, y 值代入 $y = k_1x + \frac{k_2}{x}$ 中, 构建方程组, 求出 k_1, k_2 , 可得 y 与 x 之间的函数关系.

母题迁移 5. 已知 $y = y_1 - y_2$, y_1 与 x 成反比例, y_2 与 x^2 成正比例, 且当 $x = -1$ 时 $y = -5$, $x = 1$ 时 $y = 1$, 求 y 与 x 之间的函数关系式.

自主评价反馈

考点知识清单

- ① xy ② 反比例函数 ③ 自变量 ④ 函数
⑤ 比例系数 ⑥ 零 ⑦ k

母题迁移

1. D
2. (1) B (2) A
3. (1) $x > 0$. (2) 菱形的边长为 $\frac{17}{2}$ cm.
4. $x \neq \frac{1}{2}$
5. y 与 x 之间的函数关系式是 $y = \frac{3}{x} - 2x^2$.



优化分层测试

第1课时



学业水平测试

1. 下列属于反比例函数的是().
A. $y = \frac{x}{3}$ B. $y = -\frac{x}{3}$
C. $y = \frac{3}{4x}$ D. $\frac{y}{x} = -2$
2. 下列函数中, 属于反比例函数关系的是().
A. 两个变量的和等于6 B. 两个变量的差等于6
C. 两个变量的积等于6 D. 两个变量的商等于6
3. 下列函数是反比例函数的是().
A. $y = -kx$ B. $y = \frac{x}{k} (k \neq 0)$
C. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ D. $y = \frac{-2\sqrt{3}}{x}$
4. 下列说法正确的是().
A. 平行四边形面积公式 $S = ab$ (a, b 分别是一条边长和这条边上的高), S 与 a 成反比例
B. 功率 $P = UI$ 中, 当 P 是非零常数时, U 与 I 成反比例
C. $y = \frac{1}{x-1}$ 中, y 与 x 成反比例
D. $y = \frac{x-1}{2}$ 中, y 与 x 成正比例
5. 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, 当 $x = -2$ 时, $y = 1$, 则 k 的值为_____.
6. 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 中, 当 $x = 2m - 3$ 时, $y = 1$, 则 $m =$ _____.
7. 现有一批救灾物资要从 A 市运往 B 市, 若两城市的路程为 400 千米, 车的平均速度为 x 千米/时, 从 A 市到 B 市所需时间为 y 小时, 那么 y 与 x 的函数解析式是_____, 若平均车速为 50 千米/时, 则从 A 市到 B 市所需时间为_____小时.
8. 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (m) 成反比例, 已知 400

度近视眼镜片的焦距为 0.25m, 则眼镜度数 y 与镜片焦距 x 之间的函数关系式是_____.

9. 已知函数 $y = x^{m^2-2} + m - 1$ 是关于 x 的反比例函数, 则 $m =$ _____.
10. 我们学习了反比例函数, 例如: 当矩形面积 S 一定时, 长 a 是宽 b 的反比例函数, 其解析式写成 $a = \frac{S}{b}$ (S 为常数, $S \neq 0$). 请你仿照上例另举一个日常生活、生产和学习中具有反比例函数关系的例子, 并写出其函数关系.
11. 下列各题中, 哪些变量之间的关系是正比例函数关系? 哪些是反比例函数关系? 哪些既不是正比例函数关系又不是反比例函数关系?
(1) 当速度 v 一定时, 路程 s 与时间 t 之间的关系;
(2) 当路程 s 一定时, 速度 v 与时间 t 之间的关系;
(3) 当被减数 a 一定时, 减数 b 与差 c 之间的关系;
(4) 圆面积 S 与半径 r 之间的关系.



中考能力测试

(测试时间: 45 分钟 测试满分: 100 分)

一、填空题(本题包括 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分.)

1. 已知公式 $P = F \cdot v$, 当一汽车功率 P (W) 是常数时, 牵引力 F 与此时汽车的速度 v 之间的函数解析式是 $F =$ _____, 属于_____函数.
2. 一加油站贮存油 500 吨, 平均每天加油 y 吨与可加天数 x 天之间的函数解析式是_____.
3. 设矩形的一组邻边长分别为 x, y , 面积是 S , 已知 $S = 2$, 则 y 关于 x 的函数解析式是_____. 自变量 x 的取值范围是_____.
4. 收音机刻度盘的波长 l 和频率 f 分别是用米(m) 和千赫兹(kHz) 为单位标刻的, 波长 l 和频率 f 的关系式为 $f = \frac{300\,000}{l}$, 这说明波长 l 越大, 频率 f 就越_____.
5. (1) $y = 3x$; (2) $y = \frac{2}{x}$; (3) $\frac{y}{x} = 8$; (4) $y = 2x - 3$; (5) $xy = 36$,

在这五个等式中, y 与 x 成反比例函数关系的是_____.

二、选择题(本题包括4小题,每小题5分,共20分.每小题只有一个选项符合题意.)

6. 在下列选项中,是反比例函数关系的有().
- A. 多边形的内角和与边数的关系
- B. 直角三角形中两锐角间的关系
- C. 正三角形的面积与边长之间的关系
- D. 三角形面积 S 一定时,它的底 a 与这个底边上的高 h 之间的关系
7. 下列函数中反比例函数的个数为().

① $xy = \frac{1}{2}$; ② $y = 3x$; ③ $y = \frac{2}{-5x}$; ④ $y = \frac{2k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$).

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 某长方体的体积为 100cm^3 ,长方体的高 h (单位:cm)与底面积 S 的函数关系式为().

A. $h = \frac{S}{100}$ B. $h = \frac{100}{S}$

C. $h = 100S$ D. $\frac{h}{S} = 100$

9. 下列各变量之间的关系属于反比例函数关系的有().
- (1) 当路程一定时,汽车行驶的平均速度 v 与行驶时间 t 之间的函数关系.
- (2) 当电压一定时,电路中的电阻 R 与通过的电流强度 I 之间的函数关系.
- (3) 当矩形面积一定时,矩形的两边 a, b 之间的函数关系.
- (4) 当钱数一定时,所买苹果的数量 x 与苹果单价 y 之间的函数关系.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

三、解答题(本题包括5小题,共50分.)

10. (10分)先列出下列问题中的函数关系式,再指出它们各属于什么函数:

- (1) 电压为 16V 时,电阻 R 与电流强度 I 的函数关系;
- (2) 食堂每天用煤 1.5 吨,用煤总量 W (吨)与用煤天数 t (天)的函数关系;
- (3) 积为非零常数 m 的两个因数 y 与 x 的函数关系;
- (4) 杠杆平衡时,阻力为 800N ,阻力臂长为 5cm ,动力 y (N)与动力臂 x (cm)的函数关系(杠杆本身所受重力不计).

11. (10分)我们知道,如果一个三角形的一边长为 $x\text{cm}$,这边上的高为 $y\text{cm}$,那么它的面积为 $S = \frac{1}{2}xy\text{cm}^2$,现已知 $S = 10\text{cm}^2$.

(1) 试填写下表:

x	...	1	2	4	5	...					...
y	...					...	20	40	100	1 000	10 000

- (2) 从表中可以看出:当 x 越来越大时, y 越来越____;当 y 越来越大时, x 越来越____;但无论 x, y 如何变化,它们都必须满足等式_____.

- (3) 如果把 x 看成自变量,则 y 是 x 的_____函数.

- (4) 如果把 y 看成自变量,则 x 是 y 的_____函数.

12. (10分)某货轮以每小时 10km 的速度从 A 港驶到 B 港,共用 6h .
- (1) 写出时间 t (h)与速度 v (km/h)的函数关系式;
- (2) 如果返航时速度增至每小时 12km ,则从 B 港返回 A 港(沿原水路)需几小时?

13. (10分)某工程队中标修建某段公路,若每天应修建 0.5 千米,则需要 48 天才能完成任务.
- (1) 求该工程队修建时间 t (天)与每天修建路程 a (千米/天)之间的函数解析式;
- (2) 若要求 40 天完成任务,每天应修建多少千米?

14. (10分)(2007年湖北)一杠杆装置如图1-1-1,杆的一端拉起一物体,所受重力为 300N ,物体对杆拉力的作用点到支点的长为 1m .杆与水平线的倾斜角为 45° ,设在杆的另一端施加的压力为 F (N),压力作用点到支点的长为 d (m)(杠杆自身重量忽略不计).

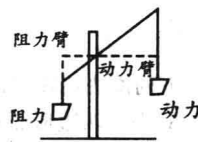


图 1-1-1

- (1) 求 F 关于 d 的函数解析式;
- (2) 若 $d = 2.5\text{m}$,问杆的另一端所施加的压力 F 为多大?

第2课时



学业水平测试

1. 已知 y 与 x 成反比例, 且当 $x = -2$ 时, $y = 4$, 则 y 与 x 的函数关系式为_____. 当 $x = -16$ 时, $y =$ _____; 当 $y = \sqrt{2}$ 时, $x =$ _____.

2. (1) 若函数 $y = (m^2 - 3m + 2)x^{m^2 - 5m + 5}$ 是正比例函数, 则这个正比例函数的解析式是_____.

(2) 若函数 $y = (m^2 - 3m + 2)x^{m^2 - 5m + 5}$ 是反比例函数, 则这个反比例函数的解析式是_____.

3. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当自变量 x 的值从 2 增加到 3 时, 函数值减少了 $\frac{1}{2}$, 则函数的解析式为().

A. $y = \frac{4}{x}$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = \frac{3}{x}$ D. $y = 4x$

4. 已知 y 是 x 的反比例函数, 下表给出了 y 与 x 的一些值:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y			2			

(1) 求出这个反比例函数的表达式;

(2) 根据函数表达式完成上表.

5. 已知变量 x, y 满足 $(2x + y)^2 = 4x^2 + y^2 - 3$, 问 x, y 是否成反比例? 请说明理由.

6. 已知 y 与 x^2 成正比, x^2 与 z 成反比, 求 y 与 z 之间的函数关系.

7. 已知两个变量 x, y 之间的关系如图 1-1-2 所示.

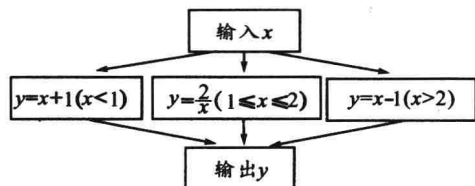


图 1-1-2

(1) 求当 x 分别取 $0, \frac{3}{2}, 3$ 时, 函数 y 的值;

(2) 求当 y 分别取 $0, \frac{3}{2}, 3$ 时, 自变量 x 的值.



中考能力测试

(测试时间: 45 分钟 测试满分: 100 分)

一、填空题(本题包括 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.)

1. 若 y 与 x^2 成反比例, 且当 $x = 2$ 时, $y = 8$, 则当 $y = 16$ 时, $x =$ _____.

2. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当自变量 x 的值从 1 增加到 3 时, 函数值减少了 4, 则函数的解析式为_____.

3. 若正比例函数 $y = mx (m \neq 0)$ 和反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象都经过点 $(2, 3)$, 则 $m =$ _____, $k =$ _____.

4. 已知 $(-1, y_1), (1, y_2), (\frac{1}{2}, y_3)$ 是反比例函数 $y = \frac{-2}{x}$ 的三组对应值, 用“<”号连结 y_1, y_2, y_3 为_____.

5. 已知 $y = \frac{k^2 + k}{x^{k^2 - k - 1}} (k \text{ 为常数})$ 是反比例函数, 则 k 的值为_____.

6. 一水池内有污水 80 m^3 , 设排尽全池污水所用的时间为 t (分钟), 每分钟的排水量为 $x (\text{m}^3)$. 规定排水时间在 8 ~ 15 分钟之间, 则 t 与 x 的函数关系式为_____, t 是 x 的_____函数, 其中自变量的取值范围是_____.

二、选择题(本题包括 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 每小题只有一个选项符合题意.)

7. 下列关系中说法不正确的是().

A. 在 $y = \frac{-1}{x} - 1$ 中, $y + 1$ 与 x 成反比例

B. 在 $xy = -2$ 中, y 与 $\frac{1}{x}$ 成正比例

C. 在 $y = \frac{1}{2x^2}$ 中, y 与 x 成反比例

D. 在 $xy = -3$ 中, y 与 x 成反比例

8. 已知函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $x = 1$ 时, $y = -3$, 那么这个函数的解析式是().

A. $y = \frac{3}{x}$

B. $y = -\frac{3}{x}$

C. $y = 3x$

D. $y = -3x$

9. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-2, 3)$, 那么 k 的值是().

- A. -6 B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. 6

10. 一个圆柱的侧面展开图是一个面积为 4 平方单位的矩形, 那么这个圆柱的母线长 l 和底面半径 r 之间的函数关系是().

- A. 正比例函数 B. 反比例函数
C. 一次函数 D. 二次函数

三、解答题(本题包括 5 小题, 共 50 分.)

11. (10 分) 在建设社会主义新农村的活动中, 某村计划要硬化长 6km 的路面.

(1) 求硬化路面天数 y 与每日硬化路面 x (km) 的函数关系式;

(2) 若每日能硬化路面 0.2km, 则共需多少天能完成施工任务?

12. (10 分) 小王家距他的爷爷家 400km, 爸爸和他从家里开车去爷爷家.

(1) 写出车的平均速度 v (km/h) 与行驶时间 t (h) 之间的函数关系式;

(2) 若小王和爸爸早晨 9 点从家里出发, 要在下午 1 点之前到达爷爷家, 车速应满足什么条件?

(3) 若小王和爸爸早晨 9 点从家里出发, 为了保证安全, 保证车速在 80km/h 之内, 最早几点可到达爷爷家?

13. (10 分) 已知 $y = y_1 + y_2$, 其中 y_1 与 x 成反比例, y_2 与 x^2 成正比例, 当 $x = 1$ 和 $x = 2$ 时, y 都等于 7, 求当 $x = -1$ 时 y 的值.

14. (10 分) 照明电路中电器的功率 $P = \frac{U^2}{R}$ (U 为电压, R 为电阻).

一盏日光灯上标记着“220V 40W”, 则这盏日光灯的电阻是多少? 当这盏日光灯正常工作时(电压不变), 通过日光灯的电流是多少?(保留 4 位有效数字)

15. (10 分) 如图 1-1-3, P 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 上的一个动点, 且 P 不与 A, D 重合, $CQ \perp BP$ 于点 Q , 已知 $AB = 5$ cm, $BC = 8$ cm, 设 $BP = x$ (cm), $CQ = y$ (cm).

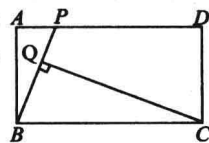
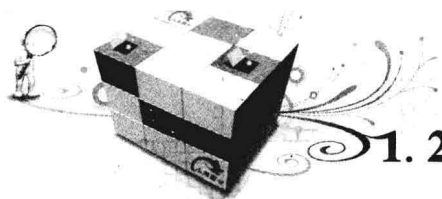


图 1-1-3

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式并求自变量 x 的取值范围;

(2) 当 $BP = CQ$ 时, 求 BP 的长.



1.2 反比例函数的图象和性质



课标考纲解读

1. 掌握反比例函数的图象为双曲线.
2. 理解反比例函数的性质的符号语言、图象语言和文字语言之间的联系.
3. 会用描点法画反比例函数的图象,理解反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象关于直角坐标系的原点成中心对称.

状元学习方案

本节的重点是掌握反比例函数的图象和性质,难点是反比例函数图象的画法.要在具体问题中理解反比例函数的图象和性质,学会从实际问题中建立数学模型,在学习时要注意数形结合思想、分类讨论思想以及转化的思想.

教材知识检索



考点知识清单

1. 一般地,反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象有下面的性质:
反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象是由 ① 分支组成的曲线,当 $k > 0$ 时,图象在 ② 象限;当 $k < 0$ 时,图象在 ③ 象限.
2. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象关于直角坐标系的 ④ 成中心对称.
3. 对于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$,当 $k > 0$ 时,在 ⑤ 内,函数值 y 随自变量 x 的增大而 ⑥;当 $k < 0$ 时,在 ⑦ 内,函数值 y 随自变量 x 的增大而 ⑧.
4. 在利用反比例函数解决有关问题时,可结合它的图象解答,这体现了 ⑨ 的思想.



要点核心解读

1. 反比例函数的图象及画法

反比例函数的图象是双曲线,它有两个分支,这两个分支分别位于第一、三象限或第二、四象限,它们关于原点对称,由于反比例函数中自变量 $x \neq 0$,函数 $y \neq 0$,所以它的图象与 x 轴、 y 轴都没有交点,即双曲线的两个分支无限接近坐标轴,但永远达不到坐标轴.

归纳:反比例函数图象的画法用描点法有下列步骤:

(1)列表:自变量的取值,应以 O 为中心,沿 O 的两边取三对(或三对以上)互为相反的数,如 1 和 -1 , 2 和 -2 , 3 和 -3 等,填 y 的值时,只需计算右侧的函数值,如分别计算出 $x = 1, 2, 3$ 的值,那么 $x = -1, -2, -3$ 时的函数值应是与之对应的相

反数;

(2)描点:先描出一侧,另一侧可根据中心对称点的性质去找;

(3)连线:按照从左到右的顺序连结各点并延伸,注意双曲线的两个分支是断开的,延伸部分有逐渐靠近坐标轴的趋势,但永远不与坐标轴相交.

2. 反比例函数的性质

关于反比例函数的性质主要研究它的图象的位置和函数值的增减情况,这里列表归纳如下:

反比例函数	$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象		
性质	① x 的取值范围 $x \neq 0$, y 的取值范围 $y \neq 0$ ② 当 $k > 0$ 时,函数图象的两个分支分别在第一、三象限,在每个象限内, y 随 x 的增大而减小	① x 的取值范围 $x \neq 0$, y 的取值范围 $y \neq 0$ ② 当 $k < 0$ 时,函数图象的两个分支分别在第二、四象限,在每个象限内, y 随 x 的增大而增大

注意:(1)反比例函数的图象是双曲线,所以只能用描点法,由于两条曲线关于原点对称,所以可以先画一个分支,再对称画另一个分支.两条曲线是平滑的、断开的,不要只画一个分支,而忘了画另一个分支;两条曲线无限靠近坐标轴,但与坐标轴无交点;在图象上要注明函数的关系式.

(2)描述函数值的增减情况时,必须指出“在函数图象所在

的哪个象限内……”否则,笼统地说,“当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小”,就会出现与事实不符的矛盾.

(3)反比例函数图象的位置和函数的增减性,都是由反比例函数系数 k 的符号决定的,反过来,由双曲线所在位置和函数的增减性,也可以推断出 k 的符号.如:已知双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第二、四象限,则可知 $k < 0$.

3. 反比例函数图象的特征

反比例函数的图象是双曲线,当 x 取值有限制时,图象可能只有一个分支,如 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$,其图象只有一个分支,在第一象限.双曲线上的点满足关系式 $y = \frac{k}{x}$,所以满足关系式 $y = \frac{k}{x}$ 的数对为坐标的点一定在双曲线上,利用这一特征可画其反比例函数图象或求其解析式.

规律:(1)反比例函数图象位置取决于 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的正负性,凸凹程度取决于 $|k|$ 的大小.

(2)反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中的比例系数 k 的几何意义.

①如图1-2-1,过双曲线上任一点 P 作 x 轴、 y 轴的垂线 PM 、 PN ,所得的矩形 $PMON$ 的面积 $S = PM \cdot PN = |y| \cdot |x| = |xy|$.

$$\because y = \frac{k}{x}, \therefore xy = k.$$

$\therefore S = |k|$,即过双曲线上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线,所得的矩形面积为 $|k|$.

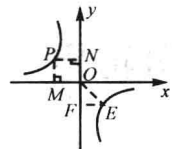


图 1-2-1

②如图1-2-1,过双曲线上任一点 E 作 EF 垂直其中一坐标轴,连结 EO ,则 $S_{\triangle EOF} = \frac{|k|}{2}$,即过双曲线上任意一点作一坐标轴的垂线,连结原点,所得三角形面积为 $\frac{|k|}{2}$.

4. 反比例函数与正比例函数图象的交点

当正比例函数 $y = kx$ 中的 k 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中的 k 的符号相同,两图象必有交点,并且有两个交点,这两个交点关于原点成中心对称.

双曲线既是中心对称图形,又是轴对称图形,并且它有两条对称轴,分别是一、三象限和二、四象限的角平分线.



典例分类剖析

考点1 画出反比例函数的图象

命题规律

1. 画出反比例函数的图象一般用描点法.

2. 画反比例函数图象自变量的取值应以 O 为中心,沿 O 的两边取三对(或三对以上)互为相反数的点,在描点时先描出一侧,另一侧根据中心对称点的性质去找,连线时注意双曲线的两个分支是断开的.

[例1] 画出反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象.

[解析] 反比例函数的图象是双曲线,它有两个分支,这两个分支分别位于第一、三象限,或第二、四象限,它们关于原点对称.

[答案] 列表:

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6
$y = \frac{6}{x}$	-1	-1.2	-1.5	-2	-3	-6	6	3	2	1.5	1.2	1
$y = -\frac{6}{x}$	1	1.2	1.5	2	3	6	-6	-3	-2	-1.5	-1.2	-1

描点与连线,如图1-2-2(1)、(2)所示.

[启示] 反比例函数中自变量 $x \neq 0$,函数 $y \neq 0$,所以它的图象与 x

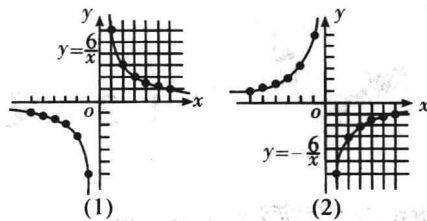


图 1-2-2

轴、 y 轴都没有交点,因此它的图象的两个分支无限接近坐标轴,但永远达不到坐标轴.

母题迁移 1. 作反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象.

考点2 反比例函数的性质

命题规律

1. 反比例函数的性质在实际生活中的应用是中考的热点.

2. 由于双曲线的两个分支在两个不同的象限内,因此函数 y 随 x 的增减性就不能连续地看,一定要强调“在每一象限内”.

[例2] 已知反比例函数 $y = \frac{4-k}{x}$,分别根据下列条件求出字母 k 的取值范围.

(1) 函数图象位于第一、三象限;

(2) 在第二象限内, y 随 x 的增大而增大.

[解析] 此反比例函数的比例系数是 $4-k$,先根据反比例函数的性质列出不等式,再解不等式即可求出 k 的取值.

[答案] (1) 因为双曲线在第一、三象限,所以 $4-k > 0$,即 $k < 4$; (2) 因为在第二象限内, y 随 x 的增大而增大,所以 $4-k < 0$,即 $k > 4$.

[启示] 解决这类题目首先要熟记反比例函数的性质,然后再根据题目要求去灵活运用.

母题迁移 2. 已知正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 的图象与反

比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象都经过点 $A(4, 2)$.

(1) 求这两个函数的解析式;

(2) 这两个函数的图象还有其他交点吗? 若有,求出交点坐标;若没有,说明理由.

考点3 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中的比例系数 k 的几何意义

命题规律

1. 比例系数 k 将反比例函数图象和几何图形的面积联系起来.

2. 在坐标系中,只要告诉我们点的坐标,我们就应知道该点到 x 轴和 y 轴的距离分别是纵坐标的绝对值和横坐标的绝对值.利用函数图象求三角形、平行四边形、矩形等几何图形的面积是近几年中考的一个热点.

[例3] 如图1-2-3, P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上一点,若图中阴影部分的面积是2,求此反比例函数的关系式.

[解析] 要求函数关系式,必须先求出 k 的值, P 点既在函数的图象上又是矩形的顶点,也就是说, P 点的横、纵坐标的绝对值是矩形的边长.

[答案] 设 P 点的坐标为 (x, y) ,由图可知, P 点在第二象限,所以 $x < 0, y > 0$.

所以图中阴影部分矩形的长、宽分别为 $-x, y$.

因为矩形的面积为2,所以 $-xy = 2$,即 $xy = -2$.

因为 $xy = k$,所以 $k = -2$.

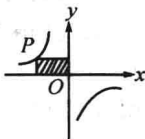


图 1-2-3

所以此反比例函数的关系式是 $y = \frac{-2}{x}$.

[启示] 解决这类题目,要充分利用过双曲线上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线所得矩形面积为 $|k|$ 这一条件.

母题迁移 3. 如图 1-2-4, 一次

函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$

的图象交于 $A(-2, 1)$ 、 $B(1, n)$ 两点.

(1) 试确定上述反比例函数和一次函数的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

图 1-2-4

考点4 运用待定系数法求反比例函数及一次函数解析式

命题规律

1. 反比例函数与一次函数的联系非常密切, 函数问题大多是一次函数和反比例函数的综合问题.

2. 正比例函数 $y = k_1x$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$, 当 $k_1 \cdot k_2 < 0$ 时, 两图象没有交点; 当 $k_1 \cdot k_2 > 0$ 时, 两图象必有两个交点, 且这两个交点关于原点成中心对称.

[例4] 已知一次函数 $y = x + m$ 与反比例函数 $y = \frac{m+1}{x}$

($m \neq -1$) 的图象在第一象限内的交点为 $P(n, 2)$.

(1) 求 n 的值;

(2) 求一次函数、反比例函数的解析式.

[解析] (1) 把 $P(n, 2)$ 分别代入一次函数、反比例函数的解析式中, 解方程组, 求出 m 、 n 的值; (2) 把 (1) 中求出的值分别代入 $y = x + m$ 及 $y = \frac{m+1}{x}$ 中.

[答案] (1) 把 $P(n, 2)$ 分别代入 $y = x + m$ 及 $y = \frac{m+1}{x}$ 中, 得

$$\begin{cases} 2 = n + m, \\ 2 = \frac{m+1}{n}. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} n = 1, \\ m = 1. \end{cases}$$

(2) 把 $m = 1$ 分别代入 $y = x + m$ 与 $y = \frac{m+1}{x}$ 中, 得 $y = x + 1$, $y = \frac{2}{x}$.

[启示] 将点的坐标代入函数关系式中, 构建方程组求解. 再把待定系数代入原解析式中, 得到所求函数.

母题迁移 4. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点

$(4, \frac{1}{2})$, 一次函数 $y = x + 1$ 的图象平移后经过该反比例函数图象上的点 $B(2, m)$, 求平移后的一次函数图象与 x 轴的交点坐标.

考点5 运用函数增减性比较函数值大小

命题规律

1. 描述反比例函数的性质时, 必须明确“在哪个象限内”, 否则, 笼统地说“当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小”, 就会出现与事实不符的矛盾.

2. 反比例函数图象的位置和函数的增减性由比例系数 k 的符号决定, 反过来, 由双曲线所在的位置和函数的增减性, 也可推断 k 的符号.

[例5] 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(0, 1)$ 和点 $B(a, -3a)$, $a < 0$, 且点 B 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上.

(1) 求 a 的值;

(2) 求这个一次函数 y 的值在 $-1 \leq y \leq 3$ 时对应的 x 的取值范围;

(3) 如果 $P(m, y_1)$, $Q(m+1, y_2)$ 是一次函数图象上的两点, 试比较 y_1 与 y_2 的大小.

[解析] (1) 把 $B(a, -3a)$ 代入 $y = -\frac{3}{x}$ 可求得 a 的值;

(2) 把 A 、 B 两点代入 $y = kx + b$, 求出 k 、 b 的值; (3) 由一次函数增减性确定 y_1 与 y_2 的大小.

[答案] (1) 把 $B(a, -3a)$ 代入 $y = -\frac{3}{x}$ 中, 得 $-3a = -\frac{3}{a}$, 解得 $a = \pm 1$. $\because a < 0, \therefore a = -1, B(-1, 3)$.

(2) 把 $A(0, 1)$, $B(-1, 3)$ 代入 $y = kx + b$ 中, 得

$$\begin{cases} 1 = 0 \cdot k + b, \\ 3 = -1 \cdot k + b, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = 1, \\ k = -2. \end{cases}$$

$\therefore$ 一次函数 $y = -2x + 1$.

当 $-1 \leq y \leq 3$ 时, 即 $-1 \leq -2x + 1 \leq 3, \therefore -1 \leq x \leq 1$.

(3) 函数 $y = -2x + 1$ 中, $k = -2 < 0$, y 随 x 的增大而减小, $\therefore m + 1 > m, \therefore y_1 > y_2$.

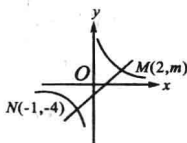
[启示] 比较函数图象上两个点的纵坐标大小, 首先要确定函数的增减性, 即先要求出 k 的值或确定出 k 的正负.

母题迁移 5. 一次函数 $y = ax + b$ 的

图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 M 、 N 两点, 如图 1-2-5.

(1) 求反比例函数与一次函数的解析式; 图 1-2-5

(2) 由图象直接写出使反比例函数值大于一次函数值的 x 的取值范围.



自主评价反馈

考点知识清单

- ①两个 ②第一、三 ③第二、四 ④原点 ⑤每个象限
⑥减小 ⑦每个象限 ⑧增大 ⑨数形结合

母题迁移

1. 答案如图 1-2-6.

2. (1) $y = \frac{1}{2}x$; $y = \frac{8}{x}$.

(2) 有交点, 坐标为 $(-4, -2)$.

3. (1) $y = -\frac{2}{x}$; $y = -x - 1$.

(2) $S_{\triangle AOB} = \frac{3}{2}$.

4. $(1, 0)$.

5. (1) 一次函数 $y = 2x - 2$. 反

比例函数 $y = \frac{4}{x}$. (2) 由图象

可知, 当 $x < -1$ 或 $0 < x < 2$ 时, 反比例函数值大于一次函数的值.

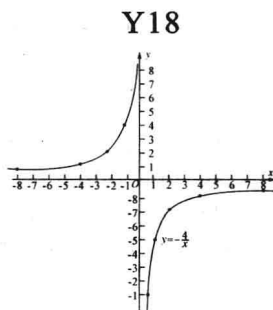


图 1-2-6

优化分层测试

第1课时



学业水平测试

1. (1) 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象是_____, 图象的两个分支在第_____、_____象限.

(2) 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象是_____, 图象的两个分支在第_____、_____象限.

2. 如果反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 的图象位于第二、四象限内, 那么满足条件的正整数 k 的值是_____.

3. 如图 1-2-7, l_1 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象, 且过点 $A(2, 1)$, l_2 与 l_1 关于 x 轴对称, 那么 l_2 的函数解析式为_____ ($x > 0$).

4. 函数 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 的图象不经过第_____象限.

5. 反比例函数 $y = \frac{3k-4}{2x}$ 经过第一、三象限, k 的取值范围是_____.

6. 当 m 为_____时, 反比例函数 $y = \frac{m-4}{x^{3-|m|}}$ 经过第二、四象限.

7. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与直线 $y = -2x$ 相交于点 A , A 点的横坐标为 -1 , 则反比例函数的解析式为().

A. $y = \frac{2}{x}$ B. $y = \frac{1}{2x}$ C. $y = -\frac{2}{x}$ D. $y = -\frac{1}{2x}$

8. 已知矩形的面积为 10, 则它的长 y 与宽 x 之间的关系用如图 1-2-8 所示的图象表示大致为().

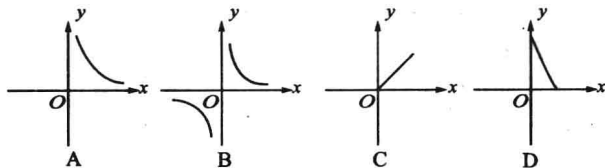


图 1-2-8

9. 已知一个一次函数和一个反比例函数, 当 $x=2$ 时, 这两个函数值分别等于 2 和 1; 当 $x=4$ 时, 这两个函数的图象有一个交点. 求这两个函数的解析式.



中考能力测试

(测试时间: 45 分钟 测试满分: 100 分)

一、选择题(本题包括 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分. 每小题只有一个选项符合题意.)

1. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 过点 $(-1, 2)$, 那么一次函数 $y = -kx + 2$ 的图象一定不经过().

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 如果双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 过点 $A(-2, -3)$, 那么下列各点在双曲线上的是().

A. $(2, 3)$ B. $(6, -1)$ C. $(1, -6)$ D. $(-3, 2)$

3. 已知 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(3, 3)$, 那么函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在().

A. 第二、四象限 B. 第一、三象限
C. 第二、三象限 D. 第一、四象限

4. 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象大致是图 1-2-9 中的().

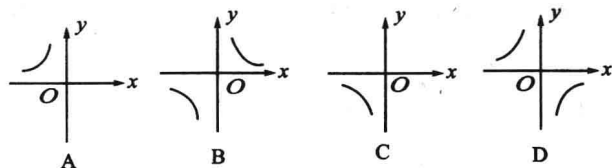


图 1-2-9

5. 在同一坐标系中, 正比例函数 $y = -2x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象交点个数是().

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

二、填空题(本题包括 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分.)

6. 如果从反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上一点 P 向 x 、 y 轴分别作垂线段, 垂足为 A 、 B , 若 $S_{\text{四边形} PAOB} = 10$, 则 $k =$ _____.

7. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象在第一、三象限内, 则直线 $y = kx + 2$ 不经过第_____象限.

8. 若点 $A(2, a)$, $B(3, b)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 则 a 与 b 的大小关系是_____.

9. 若反比例函数的图象经过 $(-1, -2)$ 这个点, 则该函数的关系式是_____.

10. 如图 1-2-10, 点 P 是反比例函数

$y = -\frac{2}{x}$ 上一点, $PD \perp x$ 轴, 垂足为 D , 则

$S_{\triangle POD} =$ _____.

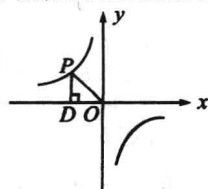


图 1-2-10

三、解答题(本题包括3小题,共40分.)

11. (10分) 已知 y 与 $\sqrt{x}$ 成反比例函数关系,且点 $(4, -\frac{1}{4})$ 在它的图象上,求 y 与 x 之间的函数关系式.

12. (15分) 如图 1-2-11, D 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 图象上一点,过 D 作 $DC \perp y$ 轴于 C , $DE \perp x$ 轴于 E , 一次函数 $y = -x + m$ 与 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 的图象都过 C 点,与 x 轴分别交于 A, B 两点,若梯形 $DCAE$ 的面积为 4,求 k 的值.

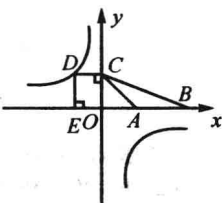


图 1-2-11

13. (15分) 类比二次函数图象的平移,我们对反比例函数作类似的变换.

(1) 将 $y = \frac{1}{x}$ 的图象向右平移 1 个单位,所得图象的函数表达式为_____,再向上平移 1 个单位,所得图象的函数表达式为_____;

(2) 函数 $y = \frac{x+1}{x}$ 的图象可由 $y = \frac{1}{x}$ 的图象向_____平移_____个单位得到, $y = \frac{x-1}{x-2}$ 的图象可由哪个反比例函数的图象经过怎样的变换得到?

(3) 一般地,函数 $y = \frac{x+b}{x+a}$ ($ab \neq 0$ 且 $a \neq b$) 的图象可由哪个反比例函数的图象经过怎样的变换得到?

第2课时



学业水平测试

1. 函数 $y = \frac{1}{x}$, 当 $x > 0$ 时, 图象的分支在_____象限, y 随 x 的增大而_____; 函数 $y = -\frac{1}{x}$, 当 x _____ 0 时, 图象的分支在第二象限, y 随 x 的_____而减小.

2. 已知双曲线的图象过点 $(-1, 2)$, 则其解析式为_____.

3. 已知反比例函数 $y = \frac{2k+4}{x}$ 的图象在第一、三象限, 反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$, 在 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 k 的取值范围是_____.

4. 下列各点中, 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上的点是().

- A. $(-\frac{4}{3}, -\frac{3}{2})$ B. $(-\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$
C. $(\frac{3}{4}, -\frac{4}{3})$ D. $(\frac{3}{4}, \frac{8}{3})$

5. 已知 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 经过点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, 如果 $y_1 < y_2 < 0$, 那么().

- A. $x_2 < x_1 < 0$ B. $x_1 < x_2 < 0$
C. $x_2 > x_1 > 0$ D. $x_1 > x_2 > 0$

6. 如图 1-2-12, 三个反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$

($k_1 \neq 0$), $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$), $y = \frac{k_3}{x}$ ($k_3 \neq 0$) 在 x 轴上方的图象, 由此观察得出 k_1, k_2, k_3 大小关系为().

- A. $k_1 > k_2 > k_3$ B. $k_3 > k_2 > k_1$
C. $k_2 > k_3 > k_1$ D. $k_3 > k_1 > k_2$

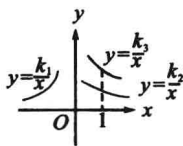


图 1-2-12

7. 如图 1-2-13, 各图均表示反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与一次函数 $y = -kx + k$ 的图象, 其中正确的是().

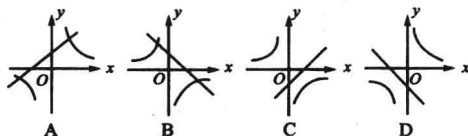


图 1-2-13

8. 已知反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 与一次函数 $y = kx + b$ 的图象都经过 $(-2, -1)$ 点, 且当 $x = 3$ 时这两个函数值相等, 求这两个函数的关系式.



中考能力测试

(测试时间: 45 分钟 测试满分: 100 分)

- 一、选择题(本题包括 6 小题, 每小题 6 分, 共 36 分. 每小题只有一个选项符合题意.)

1. 一定质量的干木材, 它的体积 $V = 2\text{m}^3$, 它的密度 $\rho = 0.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 则 ρ 与 V 的函数关系式为().

- A. $\rho = 1\ 000V$ B. $\rho = V + 1\ 000$
C. $\rho = \frac{500}{V}$ D. $\rho = \frac{1\ 000}{V}$

2. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = kx - k$ 在同一坐标系中的大致图象为().