KEY RESEARCH INSTITUTE IN UNIVERSITY

教育部人文社会科学重点研究基地重大项目成果丛书

Publication Series: MOE Supported Projects of Key Research Institutes of Humanities and Social Sciences in Universities

经济学、统计学类 Economics and Statistics

金融时间序列建模和风险度量

——基于广义双曲线分布的方法

林清泉　张建龙　著

中国人民大学出版社

KEY RESEARCH INSTITUTE IN UNIVERSITY

教育部人文社会科学重点研究基地重大项目成果丛书
Publication Series: MOE Supported Projects of Key Research Institutes of Humanities and Social Sciences in Universities
经济学、统计学类 Economics and Statistics

金融时间序列建模和风险度量

——基于广义双曲线分布的方法

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

金融时间序列建模和风险度量：基于广义双曲线分布的方法/林清泉、张建龙著.
北京：中国人民大学出版社，2010
（教育部人文社会科学重点研究基地重大项目成果丛书）
ISBN 978-7-300-12562-6

Ⅰ. ①金…
Ⅱ. ①林…②张…
Ⅲ. ①金融-时间序列分析
Ⅳ. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 147093 号

教育部人文社会科学重点研究基地重大项目成果丛书
经济学、统计学类
金融时间序列建模和风险度量
——基于广义双曲线分布的方法
林清泉　张建龙　著
Jinrong Shijian Xulie Jianmo he Fengxian Duliang

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京七色印务有限公司		
规　　格	170 mm×228 mm　16 开本	**版　　次**	2011 年 1 月第 1 版
印　　张	11.5 插页 2	**印　　次**	2011 年 1 月第 1 次印刷
字　　数	164 000	**定　　价**	25.00 元

前　言

探寻变幻莫测的资产价格变动规律，过去和现在都被认为是通往财富大门的“密钥”。站在当前时点上，未来资产价格是向上还是向下？无数人在寻找着答案。在一个不完备的金融市场，如果用特定的概率分布来描述资产价格未来的状态，以布朗运动来刻画资产价格未来的运动过程，研究初级资本市场，确实作用不大，而技术分析、基本面分析具有更强的指导意义。

但在较为成熟的资本市场中，金融衍生品在市场中占有很大的份额，对冲和套利是主要的交易方式。对与现实市场更接近的资产收益率分布、资产价格运动过程的研究，具有重要的现实意义，其准确与否对金融时间建模、或有权定价、对冲、风险度量和组合资产优化结果有着重要影响。

就资产收益率分布而言，经典的正态分布假设及其相应金融时间序列模型不能解释资产收益率所呈现出的异象——“程式化现象”，因此出现多种代替正态分布的改进假设，包括 t 分布、稳定分布等，同时也伴随着大量支持或反对的实证研究。迄今为止，广义双曲线分布是表现最为优异的资产收益率拟合。它作为子类丰富、形状灵活的分布族，是 Barndorff-Nielsen（1977）在研究沙丘运动建模时引入的，之后 Eberlein & Keller（1995）把它引入金融领域，现在它已经渗透到多项金融工程研究领域。在实践中最为常用的是它的四个子分布：双曲线分布、正态逆高斯分布、

方差伽玛分布和偏 t 分布。本书旨在进一步深入研究这四个子分布，通过实证分析，用这四个子分布拟合中国主要股指的收益率分布。结果表明：它们都很好地拟合了中国主要股指的收益率分布，其中以正态逆高斯分布拟合效果最佳。

全书结构安排如下：

首先，分析广义双曲线分布性质及其参数估计方法，并对中国主要股指收益率分布拟合作了比较研究。其次，讨论广义双曲线分布在金融时间建模中的应用；用广义双曲线分布改进 GARCH 类模型和构造新的扩散过程。最后，通过研究导出一致性风险度量指标 CVaR 的鞍点解析式，并加以详细论证，还用该近似技术对广义双曲线分布进行风险度量。

在分析广义双曲线分布性质及其参数估计方法时，首先讨论了第三类修正贝塞尔函数和广义逆高斯分布的性质，总结了广义双曲线分布的主要参数表示方法和主要子分布、极限分布。在研究广义双曲线分布的参数估计方法时，对 EM 算法作出了改进：在 McNeil，Frey & Embrechts（2005）EM 算法和 WenBo Hu（2005）修正 EM 算法框架下，我们用两个重要参数的线性关系代替 WenBo Hu（2005）包含第三类修正贝塞尔函数的方程，避免了对该方程数值求解，提高了运算效率。在实证部分选择国内三个主要指数，使用双曲线分布、正态逆高斯分布、方差伽玛分布和偏 t 分布对过滤后资产收益率数据进行拟合，以 K-S 统计量对四类分布的拟合效果进行了比较。

研究广义双曲线分布在 GARCH 类模型的应用时，从介绍金融时间序列“程式化现象”和 GARCH 类模型入手，然后基于广义双曲线新的分布假设下构建了新模型。通过把广义双曲线分布应用于误差项分布假设，构建出 GARCH-GH 模型替代 GARCH-Normal，GARCH-t 和 GARCH-GED 等模型，以提高 GARCH 模型对金融时间序列的刻画能力。为解决 GARCH-GH 模型的参数估计问题，我们研究了准极大似然估计法及其渐近性质；为检验 GARCH-GH 模型是否提高了原模型对金融时间序列的刻画能力，我们分析了 Duan（2004）的模型设定检验方法。以中国沪深 300 指

数为例进行实证分析，基于 Duan（2004）提供的方法检验了分布假设对模型设定的影响，并在不同分布假设下对比了模拟序列和真实序列的偏度、峰度统计量。结果表明：误差项的方差伽玛分布和正态逆高斯分布假设显著改善了模型的统计指标；基于标准正态逆高斯分布假设的 GARCH 模型模拟收益率序列很好刻画了真实收益率序列的偏度和峰度特征，其刻画能力显著优于正态分布假设和 t 分布假设。

扩散过程是常用的金融时间建模工具。鉴于广义双曲线分布在资产收益率拟合中的良好表现，我们构建了边际分布服从特定广义双曲线的扩散过程。特定边际密度函数扩散过程的构造方式不止一种：Rydberg（1999）的构建方法是假设扩散系数为零，基于该方法可以构建边际密度函数不变且等于广义双曲线密度函数的扩散过程；Bibby，Skovgaard & Sorensen（2005）假设随机微分方程服从均值回复过程，不仅构造出服从特定边际密度函数的扩散过程，还能构造出特定自相关函数。我们以规模测度和速度测度为工具，将 Rydberg（1999）和 Bibby，Skovgaard & Sorensen（2005）两种构造方法纳入统一框架，以规模测度和速度测度为工具，构造出零漂移广义双曲线扩散过程和均值回复广义双曲线扩散过程。

最后，我们讨论了广义双曲线分布在风险度量方面的应用。VaR 是最常用的风险度量指标，但它在数学性质上存在缺陷：当资产收益率为非椭圆分布时，VaR 不满足次可加性。根据 Artzner 等（1999）对“一致性”的定义，一致性度量指标满足次可加性，而最简单的一致性风险度量就是 CVaR，它测度了超出 VaR 部分的条件期望。我们在 Daniels（1987）基础上，导出 CVaR 的鞍点解析式。基于伽玛分布和贝塔分布的检验结果表明：CVaR 鞍点解析式是 CVaR 的稳健近似。因为广义双曲线分布的概率密度函数形式复杂，所以不具备显式累积分布函数。但广义双曲线分布却存在显式矩母函数，因此具备基于以鞍点解析式计算其 CVaR 的条件。然后我们以正态逆高斯分布为例，基于鞍点法和模拟法分别计算它的 VaR 和 CVaR。结果表明：鞍点法能够精确、稳健地计算正态逆高斯分布的风险度量指标。

本项目受“教育部人文社会科学重点研究基地基金资助”（项目批准号2009JJD790049）。

林清泉　张建龙

中国人民大学中国财政金融政策研究中心

中国人民大学财政金融学院

目　　录

第一章

广义双曲线分布

Barndorff-Nielsen（1977）发现子类丰富、形状灵活的分布族——广义双曲线（generalized hyperbolic，GH）分布，它对实际收益率数据表现出良好的拟合性能。自 Eberlein & Keller（1995）将其引入金融研究领域以来，已广泛应用于金融时间序列建模、风险管理、或有要求权定价等多个研究领域。由于资产收益率分布、资产价格运动过程的假设在金融工程研究中处于基础性地位，在理论上对它们进一步深入研究，将对其“应用层面”——风险管理、期权定价、对冲等产生显著影响。本书将对该分布进一步深入分析和探讨，并研究它在中国资本市场的金融时间序列建模和风险度量领域的应用。

众所周知，资产收益率分布和资产价格运动过程之间存在密切联系，两者在假设上的演进一直是相伴而行。资产收益率的广义双曲线分布假设也是如此。刻画资产价格运动过程的模型可归入两大类：GARCH 类模型和随机波动模型，两者都有 20 年以上研究历史。GARCH 类模型的一类改进

方向是新息项（innovation）假设，以广义双曲线分布代替传统的正态分布、t分布、GED分布后，模型设定的检验结果显示：新息项的新假设显著改善了GARCH模型对金融时间序列的刻画能力。

基于扩散过程构造出特定的广义双曲线边际分布是近年来新兴的研究领域，主要研究文献有Bibby & Sorensen（1997），Rydberg（1999）和Bibby，Skovgaard & Sorensen（2005）。他们使用不同的方法证明，把扩散过程和边际分布完美地对应在了一起。本书在深入分析他们的研究成果基础上，把两种不同的证明方式纳入同一个框架中——统一了广义双曲线扩散过程的构造方法。在实际中应用连续时间序列模型需要离散化技术，我们把广义双曲线扩散过程和Kloeden & Platen（1992）的离散化技术结合在一起，研究广义双曲线扩散过程的参数估计问题，并把广义双曲线分布应用到风险管理领域。在导出CVaR鞍点近似公式后，广义双曲线分布可应用于风险度量。

在资产收益率分布假设为广义双曲线分布基础上，把它应用于金融时间序列建模，并最终把它应用于衍生品的定价、对冲和风险管理。但无论如何，研究它在金融时间序列中的应用，探讨它的参数估计方法，都是其应用于各金融领域的前提。下面我们对资产收益率分布假设、ARCH/GARCH模型、随机波动模型和风险管理四个领域的研究情况进行分析。

1.1　资产收益率分布的研究

从法国数学家Bachelier（1900）的博士论文《投机理论》开始，数学家和经济学家对资产收益率分布假设的探索已经延续100多年。无论是期权定价、对冲，还是风险度量、组合资产优化，都需要事先假设标的资产收益率服从一定分布、标的资产价格服从一定运动过程，这些假设对期权定价、对冲、风险度量和资产优化的效果有着重要影响。《投机理论》开创性地把布朗运动应用于股票价格运动过程研究，并作出“股票价格变化服从

布朗运动，股票价格变化独立同分布”假设。该假设可推导出以下重要结论（Edward & Timothy，1991）：第一，依据该假设和中心极限定理，可推导出股票价格服从正态分布；第二，股票价格变化独立同分布是有效市场理论的基础；第三，以布朗运动刻画股票价格变化，实质是假设股票任何未来价格变化仅依赖于当前价格水平，而与历史价格无关，从而股票价格具有“马尔可夫性”，这与有效市场理论相一致。

Bachelier 的工作长期受到忽视，直至 1959 年 Osborne（1959）独立推导出与 Bachelier 类似结论，重新利用布朗运动描述股票价格运动过程。不同之处在于：Osborne（1959）假设股票价格变化比例服从布朗运动（设价格为 P，dP/P 即价格变化比例）。正如 Barrett & Wright（1974）指出：由于股票价格与布朗运动增量不相关，Osborne 使用普通微积分变换得出股票对数价格变化 $d(\ln P)$ 服从布朗运动的结论并不合适（应利用伊藤公式求解）。1964 年，Sprenkle（1964）和 Boness（1964）提出股票价格服从对数正态分布的假设，并允许股价有正向漂移；Samuelson（1965）则引入常系数几何布朗运动刻画股票价格过程（相当于假设股价服从对数正态分布，资产收益率服从正态分布假设），该过程假设是 Black & Scholes（1973）及 Merton（1973）期权定价公式中的重要内容。自此之后，几何布朗运动成为描述资产价格运动过程的经典假设，正态分布成为资产收益率分布的经典假设。

尽管资产价格过程几何布朗运动假设（即资产收益率正态分布假设）在实际中得到广泛应用，但大量文献指出该假设与实际金融数据的运动特征不吻合。Mandelbrot（1963），Fama（1965，1976），Blume（1968），Officer（1971），Clark（1973），Harris（1986），Bookstaber & McDonald（1987），Affleck-Graves & McDonald（1989）等文章对股票收益率是否服从正态分布进行了检验，都得到相同结论：股票收益率不服从正态分布假设，实际股票收益率具有比正态分布更高的峰度、更厚的尾部，且越是高频数据，这一特征越明显。Fama（1965）和 Taylor（1986）还发现股票对数收益率的增量虽具有弱自相关性，但并非独立（如收益率平方项或绝对值显著自相关）；Richardson & Smith（1993）则给出了股票收益率多元正

态分布假设的检验方法。

Cont（2001）对资产收益率的经验特征作了总结，把它们统称为资产收益率的“程式化性质”（stylized properties）①，并列出十一条性质，其中六条是常用的性质。

第一，弱自相关性。除高频金融数据（小于等于 20 分钟）外，资产收益率不存在显著的（线性）自相关性。

第二，厚尾性。正态分布尾部指数为 2，而收益率非条件分布尾部指数一般大于 2 小于 5（尾部指数越大，尾部越厚）。

第三，加总的高斯性（aggregational Gaussianity）。随着时间单位的放大，收益率分布逐渐趋向于正态。特别的，时间单位不同，收益率分布的形状也不相同。

第四，波动集聚性。波动性的不同测度都显示出正自相关性，这意味着高波动性在时间上趋于集聚。

第五，条件厚尾（conditional heavy tails）。波动集聚性经修正（如通过 GARCH 模型）后的收益率，残差时间序列仍呈现出厚尾特征。

第六，资产收益率的长期记忆性。绝对收益率的自相关函数，作为滞后时间项的函数，缓慢衰减。

为了让分布假设满足实际金融数据呈现出的“程式化性质”，需要对资产收益率分布假设作出改进。Mandelbrot（1963）提出用稳定分布（stable distribution）代替正态分布假设，虽然 Fama（1965），Samuelson（1967）等支持这一假设，但 Officer（1972），Blattberg & Gonedes（1974），Hsu，Akgiray & Booth（1988）等提供了反对该假设的证据。Lau，Lau & Wingender（1990）利用稳定分布样本四阶矩和六阶矩随样本规模扩大其数量急剧增长的性质，令人信服地显示了股票收益率（无论是个股还是指数）都能在 95%以上置信度下拒绝服从稳定分布的原假设。何建敏等（2003）对中国证券市场收益率分布的研究也证实了稳定分布的尾部通常比实际分布

① 也有文献称之为“程式化现象”（stylized facts）。

更厚；Romanovsky（2000）提出“截尾的稳定分布”假设（中间部分用稳定分布拟合，尾部用指数分布代替），但应当在何处“截尾”是一个问题。

目前来看，广义双曲线较好解决了资产收益率分布的刻画问题，因为它是一个非常庞大的分布族。与很多分布一样，广义双曲线的诞生与金融无关，它是 Barndorff-Nielsen（1977）在给沙丘运动建模时引入的。引入金融领域，那是 1995 年的事情了。

广义双曲线分布有两个重要子类：双曲线（hyperbolic，HYP）分布和正态逆高斯（normal inverse Gaussian，NIG）分布；两个重要极限分布：方差伽玛分布（variance Gamma distribution）和偏 t 分布（skewed t distribution）。Eberlein & Keller（1995）率先将“双曲线分布”应用于金融领域研究；Barndorff-Nielsen（1997）研究了正态逆高斯分布的性质，Andersson（2001），Forsberg & Bollerslev（2002），Jensen & Lunde（2001），Venter & De Jongh（2002）把 NIG 分布作为 GARCH 模型的条件分布，Prause（1997），Rydberg（1997），Bolviken & Benth（2000）和 Lillestol（2000）则把该分布用作资产收益率的非条件分布。

对于“偏 t 分布”，Prause（1997），Barndorff-Nielsen & Shepard（2001），Jones & Faddy（2003），Mencia & Sentana（2004），Demarta & McNeil（2004）均对它作了简要介绍；正态逆高斯分布和偏 t 分布应用的详细文献见 Aas & Haff（2005）；曹志广，王兴安，杨军敏（2005）利用 GH 分布拟合 1997 年 1 月 1 日—2003 年 9 月 19 日的上证综合指数日收益率数据也取得良好效果。在应用方面，Prause（1999）把广义双曲线模型用于期权定价、风险度量，WenBo Hu（2005）进一步把它应用于风险管理、组合优化和信用组合管理。

1.2 ARCH/GARCH 模型研究

离散金融时间序列建模包括条件均值模型和条件异方差模型两部分，常用于刻画条件均值的 ARMA 模型在计量经济学教科书中都有详细介绍，

在此不再赘述。下面主要介绍条件异方差模型的发展，同时也涉及条件均值模型的最新研究。

早在20世纪60年代，Mandelbrot（1963）和Fama（1965）就发现资产收益率的波动存在“集聚性”现象，表现为：资产价格的大变动接着大变动，小变动连着小变动。但无论是B-S期权定价公式、ARMA模型还是CAPM都假设资产波动率是常数。为刻画实际资产收益率存在的时变波动现象，自20世纪80年代开始，并行开展着两个方向的研究。第一，是由Engle（1982）和Bollerslev（1986）引入的ARCH模型和GARCH模型；第二，是具有随机波动的扩散模型，如Hull & White（1987），Wiggins（1987），Chesney & Scott（1989），Heston（1993）等。关于两类模型之间的关系，也有很多研究成果：Nelson（1990）把随机波动和ARCH/GARCH两类模型连接在了一起，证明某些GARCH模型可以解释为随机波动扩散模型在离散时间上的近似。

在多元情况下，GARCH模型和随机波动模型都将面临参数估计上的困难，即所谓的“维数灾难”。20世纪末，Andersen & Bollerslev（1998）引入一种叫“已实现波动率”（realized volatility，RV）的随机波动建模方法，用“已实现协方差”来弥补“维数灾难”。Andersen，Bollerslev，Diebold & Labys（2000，2001a，2001b，2003）对“已实现波动率”和“已实现协方差”给出了理论解释。由于该方法对波动率的建模简单、准确，短时间内得到了快速发展。对随机波动模型、随机波动模型与GARCH类模型之间关系的研究不在本书内容之列，下面着重介绍ARCH/GARCH拓展模型和最新的RV方法。

自从Engle（1982）和Bollerslev（1986）的开创性论文诞生以来，为了使模型能够刻画更为丰富的“程式化现象”，出现了一批ARCH/GARCH拓展模型。Black（1976）最早注意到股票当前收益率变动与未来波动率的负相关性，发现正负收益率“冲击”对波动率影响的不对称现象。Christie（1982），French，Schwert & Stambaugh（1987），Pangan & Schwert（1990），Schwert（1990），Nelson（1991），Engle & Ng（1993）， Campbell & Hentschel（1992）等也证实了股票价格变动与波动率的负相关关系。不同之处在于：Black（1976），Christie（1982），Pangan & Schwert（1990）和Engle & Ng（1993）把该现象常归因于“杠杆效应”（leverage effect），而 French，Schwert & Stambaugh（1987），Campbell & Hentschel（1992）则把该现象归因于“波动率反馈效应”（volatility feedback effect）。

由于 Engle（1982）和 Bollerslev（1986）的 ARCH/GARCH 模型假设收益率“等幅升降”对波动率的影响是“对称”的，为刻画“波动不对称”现象，产生了大量非线性 GARCH 模型①，如 Nelson（1991）的 EGARCH 模型、Glosten 等（1993）的 GJR-GARCH 模型等。Duan（1997）提出的增广 GARCH 模型（augmented GARCH），囊括了八类常用模型：（1）Bollerslev（1986）和 Taylor（1986）的线性 GARCH（LGARCH）模型（最早的 ARCH/GARCH 模型称为 LARCH/LGARCH 模型）；（2）Geweke（1986），Pantula（1986）和 Mihoj（1987）的 MGARCH（对数 GARCH）模型；（3）Nelson（1991）的 EGARCH 模型；（4）Glosten 等（1993）的 GJR-GARCH 模型；（5）Engle 和 Ng（1993）的 NGARCH 模型；（6）Engle 和 Ng（1993）的 VGARCH 模型；（7）Taylor（1986）和 Schwert（1989）的 TS-GARCH 模型；（8）Zakoian（1994）的 TGARCH 模型。

在 ARCH/GARCH 模型的研究过程中，发现残差项的自相关函数呈现按双曲率缓慢衰减的特征，即所谓的“波动率持续性”（volatility persistence）。最初 Engle & Bollerslev（1986）认为是模型参数具有单位根，引入了 IGARCH（integrated GARCH）模型刻画金融时间序列，但 Dicker-Fuller 检验拒绝了波动率时间序列存在单位根的假设。受自回归分整移动平均（ARFIMA）模型启发②，引发了把 GARCH 模型和长记忆性相联系的研究热潮。为刻画实际金融序列波动率呈现出的“长记忆性”，Baillie，

---

① 标准 ARCH/GARCH 称为线性 ARCH/GARCH 模型，以条件方差是滞后条件方差项和滞后误差项的线性函数得名。

② ARFIMA 模型显示：没有单位根的长记忆性模型也能呈现出自相关函数缓慢衰减的特征。

Bollerslev & Mikkelsen（1996）提出分整 GARCH 模型（fractional integrated GARCH），Ding & Granger（1996）提出长记忆 GARCH 模型（long memory GARCH），Bollerslev & Mikkelsen（1996）提出了分整指数 GARCH 模型（fractional integrated exponential GARCH），柯珂和张世英（2003）综合 Duan（1997）的增广 GARCH 模型和 Bollerslev & Mikkelsen（1996）的分整 GARCH 模型提出分整增广 GARCH 模型，Giraitis，Robinson & Surgailis（2004）则考虑用杠杆 ARCH（leverage ARCH，LARCH）模型来同时刻画波动率的杠杆效应和长期记忆性。

GARCH 模型通常把资产价格的大幅震荡（shock）对资产收益率的持续性影响归因于对波动率的影响，Lamoureux & Lastrapes（1990）却指出“如此高的波动率持续性可能只是波动率过程发生状态转移（regime shift）后的假象”。Hamilton（1988）把马尔可夫转换（Markov-switching）模型用于刻画金融时间序列出现的巨幅波动，受此启发，Hamilton & Susmel（1994），Cai（1994）提出了状态变换 ARCH（regime-switching ARCH）模型；Dueker（1997）提出了状态变换 GARCH（regime-switching GARCH）模型，用于刻画不同波动率水平表现出的持续性；Fornari & Mele（1997）拓展了 GJR-GARCH 模型，允许模型参数随着历史收益率的符号变化而变化。

但是状态转移模型假设只有有限的离散状态，并由于概率转移矩阵参数估计的困难，往往只选择很少几个状态。作为对状态变换 ARCH/GARCH 模型的扩展，同时受 STAR 模型启发，Hagerud（1997），Gloria（1998），Lundbergh & Teräsvirta（1998）建立的 STGARCH（smooth transition GARCH）模型，利用连续且可以控制平滑程度的转移函数，以调整转移函数的平滑程度来控制状态数量。不同在于 Gloria（1998）仅考虑了 Logistic 型转移函数，而 Hagerud（1997）则考虑了 Logistic 函数和指数函数两种情况。

Anderson，Nam & Vahid（1999）把 Fornari & Mele（1997），Hagerud（1997）和 Gloria（1998）的思想结合起来，提出了非对称非线性平滑转