



普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

大学文科高等数学 (第2版)

学习指导与习题解答

◎ 姚孟臣 张清允 编著



高等教育出版社
Higher Education Press

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

大学文科高等数学(第2版) 学习指导与习题解答

Daxue Wenke Gaodeng Shuxue(Di 2 Ban)
Xuexi Zhidao yu Xiti Jieda

姚孟臣 张清允 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《大学文科高等数学(第2版)》的配套辅导书。全书内容分为Ⅰ学习指导和Ⅱ习题解答两部分。在学习指导部分,每章内容包括知识点、基本要求、复习要点、典型例题分析、练习题和练习题解答与分析等,有利于学生在较短时间内对本课程的重点、难点问题复习,全面、系统地掌握有关知识,并迅速提高学生的综合解题能力;习题解答部分给出了主教材每章后面全部习题的解答。

本书可供使用主教材的学生和教师使用,也可作为文科各专业数学课程的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学文科高等数学(第2版)学习指导与习题解答/姚孟臣,张清允编著. —北京:高等教育出版社,2010.5

ISBN 978-7-04-029563-4

I. ①大… II. ①姚… ②张… III. ①高等数学-高等学校-教学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第060671号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	北京联兴盛业印刷股份有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	850×1168 1/32	版 次	2010年5月第1版
印 张	16.25	印 次	2010年5月第1次印刷
字 数	420 000	定 价	26.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 29563-00

前 言

文科类高等数学是为适应现代科学文理渗透的趋势而设置的一门基础数学理论与应用数学方法相结合的课程,其教学内容和教学方法都应该具有明显的文科特色。针对目前文科学生的实际需要、知识结构和思维特点,我们编写了本书,它是《大学文科高等数学(第2版)》配套的辅导教材,也是一本针对文科各专业通用性较强的教学参考书。

我们认为,文科高等数学(包括微积分、线性代数和概率统计)作为文科类各专业的一门基础课,其教学目标是:介绍最有用的基本数学概念与方法,在一定程度上提高学生的数学素养,主要指抽象思维与逻辑推理能力、运算能力以及分析问题与解决问题的综合能力。由于目前全国各高校文科的不同专业方向对基础数学要求有一定差异,在总学时不多的情况下,实现上述教学目标确实存在不少问题。特别是在教学实践中,不少学生和初学者对这门课程的基本概念、基本方法及应用理解不透彻,解题的方法与技巧掌握不好,在学习中遇到了种种困难,甚至产生了厌学情绪。为了满足目前教学工作需要,本书的编写分为Ⅰ学习指导和Ⅱ习题解答两部分,在第一部分学习指导中,每一章内容由以下六方面组成:

- 一、知识点——简明扼要地指出每一章所包括的全部知识点。
- 二、基本要求——明确每一章的基本内容是什么,要求掌握到什么程度。
- 三、复习要点——根据教学大纲的要求将概念、定理和公式、方法进行了简明扼要的叙述、归纳和总结,使得学生能够在较短的时间内对重点、难点问题进行了复习,全面、系统地掌握所需要的知识。

四、典型例题分析——根据有关教学大纲的要求精心选择和编排的典型例题,其内容涵盖了教学要求的全部知识点,并且突出了重点要求,强调了基本内容和基本运算,总结了各种典型题型解题的规律、方法及技巧,开阔了学生的解题思路,使学生所学的知识能够融会贯通,并迅速提高学生的综合解题能力。

五、练习题——在每一章里都从不同角度选择了具有多种风格的练习题目,基本上涵盖了全部教学基本要求。

六、练习题解答与分析——对练习题中各种类型题目先给出分析,再给出简明的提示或解答,可使学生通过这里的解题过程的分析,提高他们的运算能力以及分析问题与解决问题的综合能力。

在第二部分习题解答中,应广大读者的要求,我们给出了教材全部习题的详细解答。

本书的出版得到了高等教育出版社编辑的热诚帮助,他们提出了许多建设性的修改意见,在此表示衷心的感谢!

本书定有许多不妥之处,敬请批评指正!

编 者

2009 年 12 月于世纪城

目 录

I 学习指导

上篇 基础篇

第一部分 初等微积分	2
第一章 初等函数	2
一、知识点	2
二、基本要求	2
三、复习要点	3
四、典型例题分析	13
五、练习题	16
六、练习题解答与分析	20
第二章 极限的计算	27
一、知识点	27
二、基本要求	27
三、复习要点	27
四、典型例题分析	38
五、练习题	44
六、练习题解答与分析	48
第三章 导数与微分	58
一、知识点	58
二、基本要求	58
三、复习要点	58
四、典型例题分析	65
五、练习题	68
六、练习题解答与分析	71
第四章 积分	83

一、知识点	83
二、基本要求	83
三、复习要点	83
四、典型例题分析	92
五、练习题	96
六、练习题解答与分析	99
第二部分 线性代数简介	108
第一章 矩阵	108
一、知识点	108
二、基本要求	108
三、复习要点	108
四、典型例题分析	112
五、练习题	114
六、练习题解答与分析	115
第二章 行列式简介	117
一、知识点	117
二、基本要求	117
三、复习要点	117
四、典型例题分析	122
五、练习题	126
六、练习题解答与分析	129
第三章 线性方程组的消元解法	137
一、知识点	137
二、基本要求	137
三、复习要点	137
四、典型例题分析	139
五、练习题	141
六、练习题解答与分析	142
第三部分 概率统计初步	143

第一章 随机事件的概率	143
一、知识点	143
二、基本要求	143
三、复习要点	144
四、典型例题分析	148
五、练习题	156
六、练习题解答与分析	160
第二章 一元正态分布	170
一、知识点	170
二、基本要求	170
三、复习要点	170
四、典型例题分析	172
五、练习题	173
六、例题解答与分析	174
第三章 数理统计基础	176
一、知识点	176
二、基本要求	176
三、复习要点	176
四、典型例题分析	179
五、练习题	182
六、练习题解答与分析	184
<u>下篇 提 高 篇</u>	
第四部分 一元微积分	188
第一章 一元微分学	188
一、知识点	188
二、基本要求	188
三、复习要点	189
四、典型例题分析	196
五、练习题	199

六、练习题解答与分析	201
第二章 一元积分学	213
一、知识点	213
二、基本要求	213
三、复习要点	213
四、典型例题分析	221
五、练习题	227
六、练习题解答与分析	229
第五部分 线性代数	241
第一章 n 阶行列式	241
一、知识点	241
二、基本要求	241
三、复习要点	241
四、典型例题分析	245
五、练习题	247
六、练习题解答与分析	248
第二章 矩阵及其运算	252
一、知识点	252
二、基本要求	252
三、复习要点	252
四、典型例题分析	258
五、练习题	262
六、练习题解答与分析	265
第三章 线性方程组	274
一、知识点	274
二、基本要求	274
三、复习要点	274
四、典型例题分析	282
五、练习题	290

六、练习题解答与分析	292
第六部分 初等概率论	297
第一章 随机变量及其分布	297
一、知识点	297
二、基本要求	297
三、复习要点	297
四、典型例题分析	305
五、练习题	313
六、练习题解答与分析	316
第七部分 一元统计分析初步	321
第一章 参数估计与假设检验	321
一、知识点	321
二、基本要求	321
三、复习要点	321
四、典型例题分析	329
五、练习题	335
六、练习题解答与分析	338

II 习题解答

上篇 基础篇

第一部分 初等微积分	346
习题 1.1	346
习题 1.2	355
习题 1.3	368
习题 1.4	378
第二部分 线性代数简介	390
习题 2.1	390
习题 2.2	398
习题 2.3	410

第三部分 概率统计初步	415
习题 3.1	415
习题 3.2	422
习题 3.3	425
<u>下 篇 提 高 篇</u>	
第四部分 一元微积分	428
习题 4.1	428
习题 4.2	441
第五部分 线性代数	457
习题 5.1	457
习题 5.2	464
习题 5.3	482
第六部分 初等概率论	493
习题 6.1	493
习题 6.2	497
第七部分 一元统计分析初步	502
习题 7.1	502
习题 7.2	506

学习指导



上篇 基础篇

- 第一部分 初等微积分
- 第二部分 线性代数简介
- 第三部分 概率统计初步

第一部分 初等微积分

第一章 初等函数

一、知识点

1. 一元函数的定义及其图形；
2. 函数的表示法(包括分段函数)；
3. 函数的有界性、单调性、奇偶性、周期性；
4. 反函数及其图形；
5. 复合函数；
6. 初等函数.

二、基本要求

1. 理解一元函数的定义及函数与图形之间的关系,会求函数的定义域、值域,能够判断函数是否相同；
2. 了解函数的几种常用表示法,理解分段函数的概念；
3. 理解函数的四个基本性质:单调性、有界性、奇偶性和周期性；
4. 理解反函数的概念,会求直接函数的反函数及其定义域、值域等；
5. 理解复合函数的概念,能够正确分析复合函数的复合过程,会求复合函数的定义域；
6. 熟练掌握基本初等函数及其图形的性态,知道什么是初等函数.

三、复习要点

(一) 重要概念及性质

1. 函数

(1) 函数的概念

定义 1.1 设 X 是一个给定的数集, f 是一个确定的对应关系. 如果对于 X 中的每一个元素 x , 通过 f 都有 $\mathbf{R}$ 内的唯一确定的一个元素 y 与之对应, 那么这个关系 f 就叫做从 X 到 $\mathbf{R}$ 的函数关系, 简称为函数, 记为

$$f: X \rightarrow \mathbf{R} \quad \text{或} \quad f(x) = y.$$

我们把按照函数 f 与 $x \in X$ 所对应的 $y \in \mathbf{R}$ 叫做 f 在 x 处的函数值, 记作 $y = f(x)$. 并把 X 叫做函数 f 的定义域, 记为 D_f ; 而 f 的全体函数值的集合

$$Y = \{f(x) \mid x \in X\}$$

叫做函数 f 的值域, 记为 R_f .

今后我们把函数用

$$y = f(x), \quad x \in X$$

来表示. 并说 y 是 x 的函数, 其中 x 叫做自变量, y 叫做因变量. 由于在我们讨论的范围内, 函数 f 和函数值 $f(x)$ (即 y) 没有区分的必要, 因此通常把 y 叫做 x 的函数.

一般地, 当 $f(x)$ 是用 x 的表达式给出时, 如果不特别声明, 那么函数的定义域就是使 $f(x)$ 有意义的全体 x 的集合, 通常称它为自然定义域.

除了用字母“ f ”表示函数以外, 当然也可以用其他的字母, 例如, 用“ F ”, “ φ ”等来表示函数, 甚至可以用 $y = y(x)$ 来表示一个函数. 但在同一个问题中不同的函数一定要用不同的符号来表示.

在定义中, 我们用“唯一确定”来表明所讨论的函数都是单值的. 所谓单值函数就是对于 X 中的每一个值 x , 都有一个而且只有一个 y 的值与之对应的函数. 对于 X 中的某个 x 值有多于一个 y

的值与之对应的函数,叫做多值函数. 本书我们只讨论单值函数.

(2) 函数的图形

研究函数,借助于图形的直观形象是很重要的,为此必须明确什么是函数的图形,函数和它的图形的关系是什么.

如果已知函数 $y=f(x)$, 则以 x 为横坐标, 以 x 所对应的函数值 $y (=f(x))$ 为纵坐标, 就确定了平面上一个点 (x, y) . 当 x 变化时, y 随之变化, 点 (x, y) 在平面上相应地变动, 动点 (x, y) 的轨迹一般是一条曲线(图 1-1), 这条曲线称为函数 $y=f(x)$ 的图形. 以后我们常常把函数 $y=f(x)$ 的图形称为“曲线 $y=f(x)$ ”.

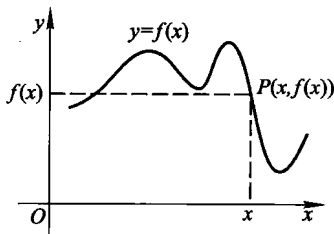


图 1-1

函数和它的图形的关系是: 图形上任一点 $P(x, y)$ 的纵坐标 y 正好等于该点的横坐标 x 所对应的函数值, 即同一点的两个坐标 x 与 y 一定满足关系式

$$y = f(x),$$

也就是点 P 的坐标是 $(x, f(x))$.

2. 函数的表示法

(1) 解析法

由自变量和常数经过四则、乘幂、取指数、取对数、取三角函数等数学运算所得到的式子称为解析表达式. 用解析表达式表示一个函数就称为函数的解析法, 解析法也叫公式法. 高等数学中讨论的函数, 一般都是用解析法给出, 这是由于对解析式子可以进行各

种运算,便于研究函数的性质.需要指出的是:用解析法表示函数,不一定总是用一个式子表示,也可以分段用几个式子来表示一个函数.

定义 1.2 由两个或两个以上的分析表达式表示的函数,称为分段定义的函数,简称为分段函数.

需要注意的是,在一般情况下,对于同一个自变量,函数不能同时有两个不同的分析表达式.

例如绝对值函数

$$y = |x| \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

和符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} -1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

就是两个常见的分段函数.

(2) 表格法

在实际应用中,常把自变量所取的值和对应的函数值列成表,用以表示函数关系,函数的这种表示法称为表格法.

(3) 图示法

我们把两个变量之间的对应关系用某个坐标系中的一条曲线来表示,称之为函数的图示法.

3. 函数的四个基本性质

(1) 奇偶性

定义 1.3 设函数 $y = f(x)$ 的定义域 X 为一个对称数集,即 $x \in X$ 时,有 $-x \in X$. 若对于任意的 $x \in X$, 函数 $f(x)$ 满足

$$f(-x) = -f(x),$$

则称 $f(x)$ 为奇函数;若对于任意的 $x \in X$, 函数 $f(x)$ 满足

$$f(-x) = f(x),$$

则称 $f(x)$ 为偶函数.

在几何上,对于偶函数,由于在 x 和 $-x$ 处函数值相等,故其图形关于 y 轴对称(图 1-2). 对于奇函数,由于 x 和 $-x$ 处的函数值仅差一个符号,其图形关于原点中心对称,即当把右半平面的图形绕原点旋转 180° 后恰与左半平面的图形重合(图 1-3).

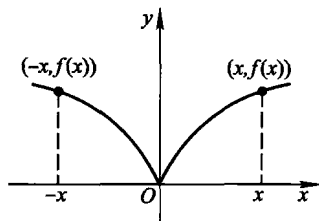


图 1-2

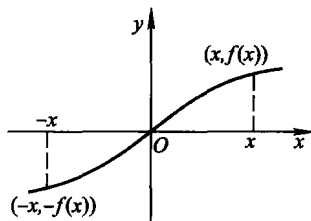


图 1-3

(2) 单调性

定义 1.4 设函数 $y=f(x)$, $x \in X$, 对于任意的 $x_1, x_2 \in (a, b)$ 且 $(a, b) \subset X$. 若 $x_1 < x_2$ 时, 有

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (f(x_1) > f(x_2)),$$

则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内是递增(递减)的; 又若 $x_1 < x_2$ 时, 有

$$f(x_1) \leq f(x_2) \quad (f(x_1) \geq f(x_2)),$$

则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内是不减(不增)的.

递增函数或递减函数统称为单调函数. 同样我们可以定义在无限区间上的单调函数.

在几何上, 严格单调增加的函数, 它的图形是随着 x 的增加而上升的曲线; 严格单调减少的函数, 它的图形是随着 x 增加而下降的曲线.

(3) 有界性

定义 1.5 设函数 $y=f(x)$ 在 X 上有定义, 若存在着一个正数 M_0 , 对于任意的 $x \in X$ 使得 $|f(x)| \leq M_0$, 则称 $f(x)$ 在 X 上是有界的; 否则称 $f(x)$ 在 X 上是无界的.

在几何上, 有界函数的图形总是位于平行于 x 轴的直线