JIYUGEZHILUOJIDE
BUQUEDINGXINGTUILI

基于格值逻辑的不确定性推理

陈树伟 著

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

图书在版编目（CIP）数据

基于格值逻辑的不确定性推理 / 陈树伟著. —成都：西南交通大学出版社，2009.10
ISBN 978-7-5643-0459-1

Ⅰ. 基… Ⅱ. 陈… Ⅲ. 逻辑推理－研究 Ⅳ. 0141

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 178260 号

基于格值逻辑的不确定性推理

陈树伟　著

责任编辑	张宝华
封面设计	本格设计
出版发行	西南交通大学出版社 （成都二环路北一段 111 号）
发行部电话	028-87600564　87600533
邮　　编	610031
网　　址	http: //press.swjtu.edu.cn
印　　刷	成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸	146 mm×208 mm
印　　张	3.937 5
字　　数	108 千字
版　　次	2009 年 10 月第 1 版
印　　次	2009 年 10 月第 1 次
书　　号	ISBN 978-7-5643-0459-1
定　　价	12.00 元

前　言

人工智能(机器智能)的一个基本目标是建立基于计算机的人工系统，以模拟、扩充、扩展人类的智能，并增强计算机帮助人类处理工作的能力．因为人类的智能活动总是涉及不确定性信息的处理，而人工智能的一个重要任务就是研究计算机如何模拟人类处理不确定性信息，因此不确定性推理便成为人类处理不确定性信息方法中最基本的机制．从符号主义的观点来看，不确定性推理的合理性应该基于某种逻辑的科学性．经典逻辑是确定性信息推理的基础，那么不确定性推理的逻辑基础就应该是经典逻辑的扩充和发展，这种逻辑通常被称为“非经典逻辑”．

为了在非经典逻辑的框架中建立一种能同时处理“两个层次”(对象本身与对其处理的过程)和“两种类型”(模糊性与不可比较性)的不确定性，特别是不确定性推理的逻辑系统，徐扬及其领导的团队自1989年以来，一直在开展相关方面的研究，并建立了一种基于格蕴涵代数的格值逻辑，而且在基于格蕴涵代数的格值逻辑中的不确定性推理与自动推理方面做了较多的探索．

本书较详细地介绍了不确定性推理的基本思想、概念和方法，着重介绍了作者在基于格值逻辑的不确定性推理方面的近期研究成果，主要包括基于格值一阶逻辑系统L_{vfl}的不确定性推理理论和方法，以及在使用此方法过程中推理参量的选取．

书中部分内容引用了国内外许多专家和学者在不确定性推理方面的研究成果，在此谨向他们表示感谢．

由于作者水平所限，书中可能会有缺点甚至错误，恳请读者批评指正．

作　者

2009年7月

目　录

1 不确定性推理概述

1.1 推　理

推理是人的智能的核心体现．在人的智能活动中，人们要对接收到的各种各样的信息，根据一定的规则，从一个或几个已知的判断，推出一个新的判断，这样的信息处理过程称之为**推理**．人类认识世界的过程，就是一个持续不断地从简单到复杂、从具体到抽象、从已知到未知的推理判断过程．在客观世界中，外界客观事物向人脑反映的过程实际上是人脑处理的各种各样的不精确的、不完全的、不完全可靠的、随机的、模糊的信息，即不确定性信息．人们日常的推理活动，也是基于不确定性信息的不确定性推理的过程．在科学研究中，人们把不确定信息进行确定化处理的推理称之为理想的**确定性推理**．随着计算机技术的发展，人们希望计算机能模拟人来处理各种各样的不确定性信息，其推理的研究成为人工智能研究的重要内容之一．可以说没有不确定性推理，也就谈不上真正的人工智能．推理分为确定性推理和不确定性推理．

1.1.1 确定性推理

在推理过程中，推理所依据的判断称作前提，由前提所推出的判断称作结论．在确定性推理中，前提和结论都是确定的，前提和结论之间有确定的因果关系．自然科学中，数学、物理的定理和定

律等的推导属于确定性推理．确定性推理的最直观的模型之一是一元函数和多元函数，其中自变量为前提，而根据函数关系，即推理规则得到的因变量也就是推理结论．在确定性推理中，前提的真实性和推理规则的正确性是两个不可缺少的条件．前提的真实性是对客观世界的真实反映，推理规则的正确性是对客观世界中事物之间联系的正确刻画，两者的客观性决定了结论的正确性．

确定性推理包括很多内容，它有各种划分的方法，如可粗略地划分为(见图 1.1)：

- 确定性推理
  - 直接推理
  - 间接推理
    - 演绎推理
      - 直言推理
      - 假言推理
      - 选言推理
      - 联言推理
      - 关系推理
    - 归纳推理
      - 完全归纳推理
      - 不完全归纳推理
        - 简单枚举归纳推理
        - 科学归纳推理
        - 综合归纳推理
    - 类比推理

图　1.1

确定性推理也可划分为纯形式的确定性推理与基于知识的确定性推理：纯形式的确定性推理是在公理、规则及前提条件的基础上进行的推理，如经典数理逻辑中的推理和数学定理的证明；基于知识的确定性推理强调知识的选择与应用，如形式逻辑推理和基于知识的推理判断．

1.1.2　不确定性推理

在现实生活中，人们接触到的大量信息和知识是不精确的、不完全的，或不完全可靠的，基于这样的信息和知识的推理称之为**不确定性推理**．在不确定性推理中，或前提或结论是不确定的，或前

提与结论之间存在某种不确定的因果关系，即规则的不确定性.

研究不确定性推理，大致包含两个方面的内容：一是根据前提条件如何推出结论，二是根据前提条件和规则的不确定性如何推出结论的不确定性．不确定性推理的基本模型有以下几类：

(1) 不确定性推理的基本模型 I：

$$\begin{array}{l} \text{规则：若 } x \text{ 为 } A\text{，则 } y \text{ 为 } B \\ \underline{\text{已知：} x \text{ 为 } A^* \qquad\qquad\qquad} \\ \text{求：} \qquad\qquad\qquad y \text{ 为 } B^* \end{array} \tag{1.1}$$

其中 x，y 是事物的名称，它们的论域分别为 X，Y，记 X，Y 的所有模糊集的集合分别为 $\mathscr{F}(X)$，$\mathscr{F}(Y)$. A，$A^* \in \mathscr{F}(X)$，B，$B^* \in \mathscr{F}(Y)$. 称模型(1.1)为模糊假言推理或模糊肯定前件式，简记为 FMP(Fuzzy Modus Ponens). 此模型可简写为：

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \underline{A^* \qquad} \\ \qquad B^* \end{array} \tag{1.2}$$

当 $A^* = A$，$B^* = B$ 时，此模型即变为

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \underline{A \qquad} \\ \qquad B \end{array} \tag{1.3}$$

这就是数理逻辑中的假言推理或肯定前件式，简称 MP 规则.

(2)不确定性推理的基本模型 II：

$$\begin{array}{l} \text{规则：若 } x \text{ 为 } A\text{，则 } y \text{ 为 } B \\ \underline{\text{已知：} \qquad\qquad\qquad y \text{ 为 } B^*} \\ \text{求：} x \text{ 为 } A^* \end{array} \tag{1.4}$$

称模型(1.4)为模糊拒取式，简记为 FMT(Fuzzy Modus Tollens). 此模型可简写为：

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \underline{\qquad B^*} \\ A^* \end{array} \tag{1.5}$$

当 $A^*=\neg A$(A 的否定)，$B^*=\neg B$ 时，此模型即变为

$$\begin{array}{r} A\to B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array} \tag{1.6}$$

这就是数理逻辑中的否定后件式，简称 MT 规则．

(3) 不确定性推理的一般模型 III：

$$\begin{array}{ll} & A_{11},\ A_{12},\ \cdots,\ A_{1m}\to B_1 \\ & A_{21},\ A_{22},\ \cdots,\ A_{2m}\to B_2 \\ \text{规则：} & \cdots \\ & A_{n1},\ A_{n2},\ \cdots,\ A_{nm}\to B_n \\ \text{已知：} & A_1^*,\ A_2^*,\ \cdots,\ A_m^* \\ \hline \text{求：} & \qquad\qquad\qquad\qquad B^* \end{array} \tag{1.7}$$

模型 I 可视为模型 III 的特例．

如果将不确定性信息用模糊集表示，推理规则和过程用映射表示，那么从理论上可对不确定性推理作如下解释：

设 A_{ij}，A_j^* ($i=1, 2, \cdots, n, j=1, 2, \cdots, m$)是 X_j 上的模糊集，B_i^* 是 Y 上的模糊集，即

$$A_{ij},\ A_j^*\in\mathscr{F}(X_j),\ B_i\in\mathscr{F}(Y)$$

再令

$$\mathscr{D}=\{(A_{11},\cdots,A_{1m}),\cdots,(A_{n1},\cdots,A_{nm})\}\subseteq\prod_{j=1}^{m}\mathscr{F}(X_j)$$

模型(1.7)中的规则实际上给出了定义在 $\mathscr{D}$ 上的映射

$$f_0:\ \mathscr{D}\to\mathscr{F}(Y)$$

这里 $f_0((A_{i1},\cdots,A_{im}))=B_i$. 对于不确定性推理，任意给定的($A_1^*$，$\cdots,A_m^*$)一般不在 $\mathscr{D}$ 中，但$(A_1^*\cdots,A_m^*)\in\prod_{j=1}^{m}\mathscr{F}(X_j)$. 在模型(1.7)中就是要在已知 f_0 的情况下，对 $\prod_{j=1}^{m}\mathscr{F}(X_j)$ 中的序对$(A_1^*,\cdots,A_m^*)$

确定与其对应的 B^*. 实际上就是要寻找一个映射

$$f: \prod_{j=1}^{m} \mathscr{F}(X_j) \to \mathscr{F}(Y)$$

可见模型(1.7)所反映的不确定性推理的数学实质是：

已知定义在 $\prod_{j=1}^{m} \mathscr{F}(X_j)$ 的某子集 $\mathscr{D}$ 上的映射

$$f_0: \mathscr{D} \to \mathscr{F}(Y),$$

要求一个定义在整个 $\prod_{j=1}^{m} \mathscr{F}(X_j)$ 上的映射

$$f: \prod_{j=1}^{m} \mathscr{F}(X_j) \to \mathscr{F}(Y)$$

使

$$f((A_1^*, \cdots, A_m^*)) = B^*$$

且

$$f((A_{i1}, \cdots, A_{im})) = f_0((A_{i1}, \cdots, A_{im}))$$

即 f 是 f_0 的一个延拓.

由于不同的控制模型对延拓提出了不同的要求，由此产生了各种各样的不确定性推理方法. 这些不确定性推理的方法，都处于发展阶段，且有大量的问题亟待解决. 本书着重介绍的不确定性推理的理论和方法大致为：

$$\text{不确定性推理}\begin{cases}\text{关于随机性的不确定性推理}\\ \text{关于模糊性的不确定性推理}\\ \text{关于不完全性的不确定性推理}\end{cases}$$

其中，

$$\text{关于随机性的不确定性推理}\begin{cases}\text{带确定因子的不确定性推理}\\ \text{主观 Bayes 不确定性推理}\\ \text{基于证据理论的不确定性推理}\end{cases}$$

关于模糊性的不确定性推理：
- CRI 模糊推理
- TVR 模糊推理
- 三 I 模糊推理
- 格值逻辑推理

关于不完全性的不确定性推理：
- 非单调逻辑推理
- 默认逻辑推理
- 量化命题近似推理

1.2　关于随机性的不确定性推理

概率论处理的是精确描述的、可重复试验观察的不确定性的结果，这种不确定性也称为随机性．本节的不确定性推理中对知识和证据的不确定性的描写以及推理规则的不确定性的刻画均基于概率公理或弱概率公理．

1.2.1　带确定因子的不确定性推理

带确定因子的不确定性推理是由 Short 和 Buchanan 于 1973 年在著名的 MYCIN 系统中提出的．

在不确定性推理模型中，尽管处理问题的基本思想和方法不同，但其基本结构是类似的．其一般形式为

$$\text{If } E \text{ Then } H(CF(H,\ E))$$

其中 E 表示规则的前提，即证据(可以是单独命题，也可以是复合命题)；H 表示规则的结论(也可以是命题)；$CF(H,\ E)$表示规则的可信度或可信度因子(表示 E 对 H 的支持程度)．不确定性表现为：① 前提的不确定性；② 结论的不确定性；③ 规则的不确定性．不确定性推理模型要给出前提(证据)的不确定性描述，即证据为真或为假的值以及证据的单位元(对命题一无所知)的情况，和知识的不确定性描述，即规则的静态强度(可信度)和规则的单位元(证据对结论没有影响)；最后要给出结论的不确定性算法，使不确

定性在推理网络中能够传播，最终求得问题的解.

在 MYCIN 确定因子模型中，定义**信任增加度**为

$$MB(H,E)=\begin{cases}1, & P(H)=1\\ \dfrac{\max(P(H\mid E),P(H))-P(H)}{1-P(H)}, & \text{否则}\end{cases}$$

定义**不信任增加度**为

$$MD(H,E)=\begin{cases}1, & P(H)=0\\ \dfrac{\min(P(H\mid E),P(H))-P(H)}{-P(H)}, & \text{否则}\end{cases}$$

其中 $P(H)$表示 H 的先验概率，$P(H\mid E)$表示 E 为真时 H 的条件概率.

定义**确定因子**为

$$\begin{aligned}CF(H,E)&=MB(H,E)-MD(H,E)\\&=\begin{cases}\dfrac{P(H\mid E)-P(H)}{1-P(H)}, & P(H\mid E)\geqslant P(H)\\ \dfrac{P(H\mid E)-P(H)}{P(H)}, & P(H\mid E)<P(H)\end{cases}\end{aligned}\tag{1.8}$$

当 $CF>0$ 时，即证据 E 增加了 H 的信任程度；当 $CF<0$ 时，证据 E 减少了 H 的信任程度.

由以上定义可得以下性质：

(1) $0\leqslant MB(H,E)\leqslant 1$，$0\leqslant MD(H,E)\leqslant 1$.

(2) $MB(H,E)>0$，即 $P(H\mid E)>P(H)$，表示由于证据 E 的出现，结论 H 为真的信任度增加.

(3) $MD(H,E)>0$，即 $P(H\mid E)<P(H)$，表示由于证据 E 的出现，结论 H 为真的信任度减少，即不信任度增加.

(4) 同一证据 E 不可能既增加 H 的信任度，又增加对 H 的不信任度，即 $P(H\mid E)>P(H)$与 $P(H\mid E)<P(H)$不可能同时成立. 所以当 $MB(H,E)>0$ 时，必有 $MD(H,E)=0$；当 $MD(H,

$E)>0$ 时，必有 $MB(H, E)=0$.

(5) $P(H \mid E)=P(H)$，表示证据 E 与结论 H 无关.

(6) $MB(H, E)=0$，即$(P(H \mid E)\leqslant P(H)$，表示证据 E 的存在，证实不了结论 H.

$MD(H, E)=0$，即 $P(H \mid E)\geqslant P(H)$，表示证据 E 的存在不能否认结论 H.

确定因子模型的推理方法如下：

假设有一个知识系统，已知初始证据 $E_i(i=1, 2, \cdots, n)$的确定因子为 $CF(E_i)$，以及各规则的确定因子 CF，下面我们给出该系统的不确定性传播算法，并最终求得结论 H_0 的确定因子 $CF(H_0)$.

在推理中，证据和规则的确定因子可按如下公式进行传播：

(1) 顺序组合.

S 为有关 E 的一切观察，那么证据 E 的确定因子 $CF(E, S)$是按式(1.8)求得的，则 $CF(H, S)$按下面公式计算：

$$CF(H, S)=CF(H, E)\cdot\max(0, CF(E, S)) \tag{1.9}$$

当证据 E 肯定为真时，$CF(E, S)=1$，则

$$CF(H)=CF(H, E)$$

当证据 E 为假时，

$$CF(E, S)<0,\ CF(H)=0$$

(2) 平行组合.

当两条规则 $E_1\rightarrow H$，$E_2\rightarrow H$ 具有同一假设时，由式(1.9)可分别求出 $CF(H, S_1)$和 $CF(H, S_2)$，则 E_1 和 E_2 对 H 的综合影响程度 $CF(H, S)$可按下面公式计算

$$CF(H, S)=\begin{cases} CF(H, S_1)+CF(H, S_2)-CF(H, S_1)CF(H, S_2), & CF(H, S_1)\geqslant 0 \\ CF(H, S_1)+CF(H, S_2)+CF(H, S_1)CF(H, S_2), & CF(H, S_1)<0 \\ \dfrac{CF(H, S_1)+CF(H, S_2)}{1-\min(|CF(H, S_1)|, |CF(H, S_2)|)}, & \text{否则} \end{cases}$$

用归纳法可得，当 E_1，…，E_n 支持同一结论 H 时，我们有

$$CF(H, S_i)=CF(H, E_i)\cdot\max(0, CF(E_i, S_i)) \tag{1.10}$$

证据 E_1，…，E_n 对 H 的综合影响程度 $CF(H, S)$ 为

$$CF(H,S)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}CF(H,S_i)-\sum_{i\leqslant j\leqslant n}^{n}CF(H,S_i)\cdot CF(H,S_j)+\\ \sum_{i\leqslant j\leqslant k\leqslant n}^{n}CF(H,S_i)\cdot CF(H,S_j)\cdot CF(H,S_k)+\\ (-1)^{n-1}\prod_{i=1}^{n}CF(H,S_i)\end{cases}$$

(3) 布尔组合．

当证据 E 为证据 E_1 和 E_2 的"逻辑与"时，

$$CF(E_1\wedge E_2, S)=\min\{CF(E_1, S), CF(E_2, S)\} \tag{1.11}$$

当证据 E 为证据 E_1 和 E_2 的"逻辑或"时，

$$CF(E_1\vee E_2, S)=\max\{CF(E_1, S), CF(E_2, S)\} \tag{1.12}$$

当证据 E 为 $\sim E$ 时，

$$CF(\sim E, S)=-CF(E, S) \tag{1.13}$$

1.2.2 主观 Bayes 不确定推理

1976 年 Duda，Hart 和 Nileson 提出了主观 Bayes 不确定性推理方法，并将其应用于著名的专家系统 PROSPECTOR 中．其基本思想是：对断定的信任程度应该随获得的新信息而改变，即利用新的信息更新先验概率 $P(H)$ 为后验概率 $P(H\mid E)$ 和 $P(H\mid \sim E)$.

主观 Bayes 方法下的每条知识可以用规则表示成如下形式：

IF E THEN $H(LS, LN)$

其中 E 表示规则的前提条件，即证据(可以是单独命题，也可以是复合命题)；H 表示规则的结论部分，即假设，也是命题．LS 和

LN 分别称为**充分性度量**和**必要性度量**，相当于知识的规则强度．

LS 和 LN 分别定义如下：

$$\begin{cases} LS=\dfrac{P(E \mid H)}{P(E \mid \sim H)} \\ LN=\dfrac{P(\sim E \mid H)}{P(\sim E \mid \sim H)} \end{cases} \tag{1.14}$$

LS 度量的是 E 对 H 的支持程度，LN 度量的是 E 对 H 的支持程度．利用 Bayes 公式：

$$P(H \mid E)=\frac{P(E \mid H)\cdot P(H)}{P(E)}$$

$$P(\sim H \mid E)=\frac{P(E \mid \sim H)\cdot P(\sim H)}{P(E)}$$

整理可得

$$P(H \mid E)=\frac{LS\cdot P(\sim H)}{(LS-1)P(H)+1} \tag{1.15}$$

$$P(H \mid \sim E)=\frac{LN\cdot P(H)}{(LN-1)P(H)+1} \tag{1.16}$$

1.2.3　基于证据理论的不确定性推理

证据理论是由 Dempster 在 1960 年代首先提出来的，后来由 Shafer 加以扩充和发展，形成 D-S 证据理论．在 D-S 证据理论中，引入了信任函数，它满足比概率较弱的公理．因为一般来说先验概率很难获得，有时又不得不给出，这时候概率论就显得无能为力了．由于证据理论可以区分不确定性和不知道的差别，因此用证据理论能处理各种由不知道引起的不确定性，所以它比概率论方法的适用性更广．当先验概率已知时，证据理论就成了概率论，因此理论也被称为广义概率论．

在 D-S 证据理论中，规则的强度可以用实数 **R** 中的一个数来描述．

定义 1.1　设 m：$P(U)\to[0,1]$，U 为一个集合，满足：

(1) $m(\emptyset)=0$,

(2) $\sum\limits_{A\subseteq U} m(A) = 1$,

则 m 称为基本概率指派.

利用基本概率指派，可以定义信任函数和似乎可能函数：

定义 1.2

(1) 信任函数

$$Bel(A)=\sum_{B\subseteq A} m(B), \quad \forall A\subseteq U \tag{1.17}$$

(2) 似乎可能函数

$$Pl(A)=1-Bel(\sim A) \tag{1.18}$$

对于同一个证据，由于来源不同，得到两个基本概率指派函数 m_1，m_2，这时，m_1，m_2 可以组合成一个新的基本概率指派函数 $m_1\oplus m_2$：

$$m_1 \oplus m_2(A) = \begin{cases} 0, & A=\emptyset \\ \dfrac{1}{1-k}\sum\limits_{C\cap D=A} m_1(C)m_2(D), & A\neq\emptyset \end{cases} \tag{1.19}$$

其中 $k=\sum\limits_{C\cap D\neq\emptyset} m_1(C)m_2(D)$.

当 $1-k\neq 0$ 时，$m_1\oplus m_2$ 是一个基本概率指派，称为 m_1，m_2 的正交和，即为 m_1，m_2 的组合指派. 当 $1-k=0$ 时，称 m_1，m_2 矛盾.

类似可以定义多个 m_i 的组合指派.

在证据理论中，由于缺少关于总概率的分配知识，所以不能确切地知道概率是如何分配给每个元素的，因而就无法计算 $P(A)$的值，故采用 $Bel(A)$和 $Pl(A)$来描述 A 的不确定性，即用二元组 $(Bel(A), Pl(A))$表示 A 的不确定性的值，一般记为 $A[Bel(A), Pl(A)]$. $Pl(A)-Bel(A)$的值反映了对 A 不知道的程度，由此可以看出证据理论不像概率论那样要求先给出先验概率，而且证据理论也把不知道和不确定性区分开来.

· 不确定性推理算法：

根据基本概率指派函数的不同的具体定义可产生各种各样的推理模型．以下通过一个具体例子来说明推理算法．

设 $U=\{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$ 是某领域的样本空间，定义基本概率指派函数 m 满足：

(1) $m(u_i)\geqslant 0$，$\forall u_i\in U$.

(2) $\sum_{i=1}^{n} m(u_i)\leqslant 1$.

(3) $m(U)=1-\sum_{i=1}^{n} m(u_i)$.

(4) $m(A)=0$，$A\subseteq U$ 且 $|A|>1$ 或 $|A|=0$. 其中 $|A|$ 表示 A 中元素的个数．

m_1，m_2 是两个基本概率指派函数，m_1，m_2 的正交和 $m_1\oplus m_2$ 定义为：

$$m(u_i)=\frac{1}{k}[m_1(u_i)m_2(u_i)+m_1(u_i)m_2(U)+m_1(U)m_2(u_i)] \tag{1.20}$$

其中

$$k=m_1(U)m_2(U)+\sum_{i=1}^{n}[m_1(u_i)m_2(u_i)+m_1(u_i)m_2(U)+m_1(U)m_2(u_i)]$$

当 $k=0$ 时，称 m_1，m_2 矛盾．当 $k\neq 0$ 时，定义：

$$Bel(A)=\sum_{B\subseteq A} m(B)=\sum_{a\in A} m(a),\quad \forall A\subseteq U \tag{1.21}$$

$$Bel(U)=\sum_{B\subseteq U} m(B)=\sum_{a\in U} m(a)+m(U)=1 \tag{1.22}$$

$$Pl(A)=1-Bel(\sim A)=1-\sum_{a\in\sim A} m(a)=m(U)+Bel(A) \tag{1.23}$$

在此模型中，利用 $Bel(A)$ 和 $Pl(A)$ 可如下定义类概率函

数$f(A)$：

$$f(A)=Bel(A)+\frac{|A|}{|U|}(Pl(A)-Bel(A)) \tag{1.24}$$

证据理论中的一条知识可以表示为

$$\text{If } E \text{ Then } H(CF)$$

其中E，H都是某些命题的逻辑组合，CF是可信度因子.

假设$H=\{h_1, h_2, \cdots, h_k\}$，$CF=\{C_1, C_2, \cdots, C_k\}$，$C_i(i=1, 2, \cdots, k)$表示$h_i$的可信度. 对于规则$E \rightarrow H$，证据$E$的不确定性定义为：

$$CF(E, S)=MD(E, S)\cdot f(E) \tag{1.25}$$

其中，$MD(E, S)$表示证据E与S的匹配程度，S是有关E的一切观察，$MD(E, S)$定义为：

$$MD(E, S)=\begin{cases}1, & E\subseteq S \\ 0, & \text{否则}\end{cases} \tag{1.26}$$

(1) 若$E=E_1\wedge E_2\wedge\cdots\wedge E_k$，则

$$CF(E, S)=\min\{CF(E_1, S_1), \cdots, CF(E_k, S_k)\}$$

(2) 若$E=E_1\vee E_2\vee\cdots\vee E_k$，则

$$CF(E, S)=\max\{CF(E_1, S_1), \cdots, CF(E_k, S_k)\}$$

结论部分的可信度由以下方法求出：

(1) 证据是单个条件

$$\text{If } E \text{ Then } H(CF)$$

那么，H的基本概率指派函数为

$$m(h_i) = CF(E, S)\cdot C_i, \quad (i=1, 2, \cdots, k) \tag{1.27}$$

$$m(U) = 1-\sum_{i=1}^{k} CF(E,S)\cdot C_i \tag{1.28}$$