



各版本适用

立足高考大纲 探究知识内涵
解读奥赛真题 揭示思维规律
点击高考难题 登上名校殿堂

↑ 第2版

高考·奥赛对接训练



高中
数学

1

主编 蔡 晔



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

高考·奥赛对接训练

高中数学 1

第2版

主
编

编
者

蔡 晔					
李丽丽	薛志虎	封 华	马金峰	王 娜	
李学镇	陈晓钟	杨鹏宇	李 强	闫树茂	
解玉红	陈 伟	郑芝萍	李道军	黄凤圣	
赵永明	张 立				



NLIC 2970700767



机械工业出版社

本系列书与“高考·奥赛对接辅导”系列配套使用。全书以新课标人教版教材知识体系为主线,兼顾其他版本教材的知识体系,将整个高中阶段的内容按知识模块进行编排。每一章节都包含 A、B、C 三组习题,分别为涉及本节重点知识的基础题、与本节内容相关的近几年各地具有代表性的高考真题或模拟题、与本节内容相关的近几年各地具有代表性的竞赛真题或模拟题。本书既可用于学生同步巩固训练,也适用于高考第一轮复习后的自评测试。

图书在版编目 (CIP) 数据

高考·奥赛对接训练. 高中数学 1/蔡晔主编.
—2 版. —北京:机械工业出版社, 2011.4
ISBN 978-7-111-33892-5

I. ①高… II. ①蔡… III. ①中学教学课—高中—习题—升学参考资料
IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 051179 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑: 马文涛 马小涵 胡明 责任编辑: 马文涛 李乐
责任印制: 李妍
北京振兴源印务有限公司印刷
2011 年 4 月第 2 版第 1 次印刷
210mm×285mm·10.25 印张·320 千字
标准书号: ISBN 978-7-111-33892-5
定价: 18.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换
电话服务 网络服务

社服务中心: (010) 88361066
销售一部: (010) 68326294
销售二部: (010) 88379649
读者购书热线: (010) 88379203

门户网: <http://www.cmpbook.com>
教材网: <http://www.cmpedu.com>

封面无防伪标均为盗版

前 言

在高考中突破高分是广大学子孜孜追求的梦想!近年来,随着教育理念的不断更新,高考命题也在改革创新,高考复习也必须寻求新的对策。俗话说“计划赶不上变化”,与其追着走不如“以不变应万变”。“深挖知识,拓展思维”就是不变的制胜法宝,胜过盲目的题海战术。

“他山之石,可以攻玉”。这“他山之石”就是目前代表学科考试最前沿的各种“学科竞赛”。这些竞赛既是对学科知识的系统深挖,也是对学科思维能力的最高要求。虽然学科竞赛属于课外赛事,而且竞赛要求中有许多远远超过考试大纲的内容,但只要巧妙、有效地借鉴其中的命题思维和解题方式,就能赢取高考高分!

查阅各地历年的高考试卷和往届的竞赛试题,不难看出,很多高考难题和一些选拔性的试题都不乏竞赛题的影子,有的甚至就是竞赛题的翻版。

“高考·奥赛对接训练”系列以新课标为指导,将高考题和竞赛题中最新、最具技巧性、最能反映考试趋势的试题按学科知识点分章节设置,用竞赛中最经典的题型和解题方法,对接高考中最疑难的内容。本系列书是“高考·奥赛对接辅导”系列的配套练习,可供不同版本教材、不同地区的学生做同步练习、高考复习或竞赛辅导使用。

本书具有以下特点:

1. 习题的组合覆盖面广,同时又突出重点,避免重复和遗漏。
2. 难度分布合理,从易到难,符合复习的思维过程,大大节约复习时间。
3. 题目具有鲜明的针对性、实战性,最大限度地接近高考试题和竞赛试题的要求。
4. 新颖性。高考试题筛选近年来全国各地高考真题,可以反映出高考命题的最新发展趋势,对以后的命题方向预测有重要的参考价值。

本书使用说明:

A组题为基础中的重点题和常考题,内容涉及本章节的所有知识点,难度高于课本的内容。在掌握课本基本知识的基础上,可以使用本组题目。

B组题为各地高考真题和模拟题,使读者可以清楚地了解高考的重点,通晓高考对各知识点的要求尺度、命题思路和考查手段。

C组题为竞赛真题和创新题等,这组题可作为突破高考压轴题训练使用,也可以供准备参加竞赛的同学训练使用。

“高考·奥赛对接训练”系列面世以来,得到了广大读者的认可和喜爱。本次修订依据最新的各类竞赛和高考的新变化,更新了相关知识点的试题,对原书中的陈旧内容和代表性不突出的题目进行了必要的替换。希望本书能帮助更多的读者突破学习和考试难关,使大家取得更好的成绩!

编者

目 录

前 言

必修 1

第 1 章 集合与函数概念	1
1.1 集合	1
1.2 函数及其表示	4
1.3 函数的基本性质	7
第 2 章 基本初函数(I)	11
2.1 指数函数	11
2.2 对数函数	13
2.3 幂函数	16
第 3 章 函数的应用	20
3.1 函数与方程	20
3.2 函数模型及其应用	23

必修 2

第 1 章 空间几何体	29
第 2 章 点、直线、平面之间的位置关系	34
第 3 章 直线与方程	40
第 4 章 圆与方程	44

必修 3

第 1 章 算法初步	48
第 2 章 统计	55
第 3 章 概率	61

必修 4

第 1 章 三角函数	65
1.1 任意角的三角函数及诱导公式	65
1.2 三角函数的图像及性质与综合运用	68
第 2 章 平面向量	73
2.1 平面向量的概念、定理与线性运算	73
2.2 平面向量的数量积与应用举例	76
第 3 章 三角恒等变换	80

参考答案	84
------------	----

必修1

第1章 集合与函数概念

1.1 集合

A组 基础对接题

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x < -3 \text{ 或 } x \geq 2\}$, $B = \{x | -1 < x < 5\}$, 则集合 $\{x | -1 < x < 2\}$ 是 ()

- A. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ B. $\complement_U (A \cup B)$
C. $(\complement_U A) \cap B$ D. $A \cap B$

2. 设全集为 U , $A \cap B = \emptyset$, 则下列结论一定正确的是 ()

- A. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \emptyset$
B. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$
C. B 是 $\complement_U A$ 的真子集
D. A 是 $\complement_U B$ 的真子集

3. 已知集合 $M = \{y | y = x^2, x > 0\}$, $N = \{y | y = x + 2, x > 0\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

- A. M B. N
C. \mathbf{R} D. $\{(2, 4)\}$

4. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5\}$, 集合 $B = \{3, 4, 5\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cap B$ 等于 ()

- A. $\{4\}$ B. $\{2, 3, 4, 5\}$
C. $\{1, 3, 4, 5\}$ D. \emptyset

5. 如图 1-1-1 所示, I 是全集, M, N, S 是 I 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合是 ()

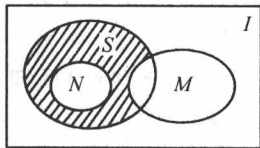


图 1-1-1

- A. $(\complement_I M \cap \complement_I N) \cap S$
B. $\complement_I (M \cap N) \cap S$
C. $(\complement_I N \cap S) \cup M$
D. $(\complement_I M \cap S) \cap N$

6. 已知集合 $A = \{x | a - 1 \leq x \leq a + 2\}$, $B = \{x | 3 < x < 5\}$, 则能使 $A \supseteq B$ 成立的实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\{a | 3 < a \leq 4\}$ B. $\{a | 3 \leq a \leq 4\}$
C. $\{a | 3 < a < 4\}$ D. \emptyset

7. 若 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则这样的 x 值有 ()

- A. 2 个 B. 3 个
C. 4 个 D. 5 个

8. 设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()

- A. $M = N$ B. M 是 N 的真子集
C. N 是 M 的真子集 D. $M \cap N = \emptyset$

9. 已知集合 $A = \{x | x = \frac{1}{9}(2k+1), k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = \frac{4}{9}k \pm \frac{1}{9}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 A, B 之间的关系为 ()

- A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$
C. $A = B$ D. $A \neq B$

10. 集合 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, A 是 S 的一个子集, 当 $x \in A$ 时, 若有 $x - 1 \notin A$, 且 $x + 1 \notin A$, 则称 x 为 A 的一个“孤立元素”, 那么 S 中无“孤立元素”的四元子集的个数是 ()

- A. 4 个 B. 5 个
C. 6 个 D. 7 个

11. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A, B \subseteq U$, 若 $A \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{2, 5\}$, 则集合 B 等于 ()

- A. $\{2, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 5\}$
C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

12. 集合 A, B 分别有 8 个和 13 个元素, 若 $A \cap B$ 有 6 个元素, 则 $A \cup B$ 所含元素的个数为 _____.
13. 若正整数的集合 S 满足命题“若 $x \in S$, 则 $(6-x) \in S$ ”, 则这样的集合 S 共有 _____ 个.
14. 设全集 $I = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, 已知
 $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = \{a, b, c, e, f, g, h\}$,
 $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \{a, e\}$, $(\complement_I A) \cap B = \{c, g\}$,
 $(\complement_I B) \cap A = \{b, f, h\}$, 求集合 A 与 B .
15. 已知 $A = \{0, a\}$, $B = \{-a^3, a^5, a^2 - 1\}$, 满足 $A \subseteq B$, 求 a 的值.

16. 已知 $A = \{x | 3 \leq x \leq 8\}$, $B = \{x | 2a + 1 \leq x \leq 3a - 2\}$, $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

17. 设 $A = \{x | x^2 - mx + m^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, 求 m 的值.

B组 高考对接题

1. (2010·广东) 若集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | 0 < x < 2\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -1 < x < 1\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
 C. $\{x | -2 < x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$
2. (2010·湖南) 已知集合 $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则 ()
 A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$
 C. $M \cap N = \{2, 3\}$ D. $M \cup N = \{1, 4\}$
3. (2010·北京) 集合 $P = \{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x < 3\}$, $M = \{x \in \mathbf{R} | x^2 \leq 9\}$, 则 $P \cap M =$ ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
 C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$
4. (2010·陕西) 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$ ()
 A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | x \geq 1\}$
 C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$
5. (2007·天津) 已知集合 $S = \{x \in \mathbf{R} | x + 1 \geq 2\}$, $T = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $S \cap T$ 等于 ()
 A. $\{2\}$ B. $\{1, 2\}$
 C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
6. (2009·全国 I) 设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 全集 $U = A \cup B$, 则集合 $\complement_U (A \cap B)$ 中的元素共有 ()

- A. 3 个 B. 4 个
 C. 5 个 D. 6 个
7. (2009·山东) 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是 ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
8. (2009·浙江) 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ ()
 A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
 C. $\{x | x < 0\}$ D. $\{x | x > 1\}$
9. (2009·辽宁) 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $\{x | -5 < x < 5\}$ B. $\{x | -3 < x < 5\}$
 C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 < x \leq 5\}$
10. (2009·江西) 已知全集 $U = A \cup B$ 中有 m 个元素, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 中有 n 个元素. 若 $A \cap B$ 非空, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
 A. mn B. $m+n$
 C. $n-m$ D. $m-n$
11. (2009·上海) 已知集合 $A = \{x | x \leq 1\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
12. (2008·重庆) 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2,$

- 4}, B = {3, 4, 5}, C = {3, 4}, 则 $(A \cup B) \cap (\bigcup C) =$ _____.
13. (2008·上海)若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$ 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.
14. (2010·江苏)设集合 $A = \{-1, 1, 3\}$, $B = \{a+2, a^2+4\}$, $A \cap B = \{3\}$, 则实数 a 的值为 _____.
15. (2009·陕西)某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组, 每名同学至多参加两个小组. 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26, 15, 13, 同时参加物理和数学小组的有 6 人, 同时参加物理和化学小组的有 4 人, 则同时参加数学和化学小组的有 _____ 人.
16. (2009·江苏通州)集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 问: 是否存在这样的实数 a , 使得 $B \subseteq A$, 且 $A \cap B = \{1, a\}$? 若存在, 求出实数 a 的值; 若不存在, 说明理由.

17. (2010·杭州市第二次高考科目教学质量检测) 已知集合 $A = \{x | 0 < ax + 1 \leq 5\}$, 集合 $B = \{x | -\frac{1}{2} < x \leq 2\}$.
- (1) 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围;
 (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围;
 (3) A, B 能否相等? 若能, 求出 a 的值; 若不能, 试说明理由.

18. (2007·北京)已知集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_k\} (k \geq 2)$, 其中 $a_i \in \mathbf{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$. 由 A 中的元素构成两个相应的集合:

$$S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a + b \in A\}; T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a - b \in A\},$$

其中 (a, b) 是有序数对. 集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n .

若对于任意的 $a \in A$, 总有 $-a \notin A$, 则称集合 A 具有性质 P .

- (1) 检验集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 与 $\{-1, 2, 3\}$ 是否具有性质 P , 并对其中具有性质 P 的集合, 写出相应的集合 S 和 T ;
 (2) 对任何具有性质 P 的集合 A , 证明: $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$;
 (3) 判断 m 和 n 的大小关系, 并证明你的结论.

C组 奥赛对接题

1. 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$, 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 的真子集的个数是 ()
- A. $2^9 - 1$ B. $2^8 - 1$
 C. $2^7 - 1$ D. 2^8
2. (第 20 届“希望杯”全国数学邀请赛) 已知集合 $M = \{(x, y) | 2x + 3y = 3\}$, $N = \{(x, y) | x^2 + 4x + y + 3 = 0\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数是 ()
- A. 0 B. 1
 C. 2 D. 无穷多
3. 若 $X = \{x | x = 4n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, $Y = \{y | y = 4n - 3, n \in$

- $\mathbf{Z}\}$, $Q = \{z | z = 8n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 X, Y, Q 的关系是 ()
- A. $Q \not\subseteq Y \not\subseteq X$ B. $X \not\subseteq Y \not\subseteq Q$
 C. $Q \not\subseteq X = Y$ D. $X = Y = Q$
4. (第 20 届“希望杯”全国数学邀请赛) 定义集合 M, N 的一种运算 $*$: $M * N = \{x | x = x_1 x_2, x_1 \in M, x_2 \in N\}$. 若 $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M * N$ 中的所有元素的和是 ()
- A. 9 B. 6
 C. 18 D. 16
5. (2006·全国高中数学联赛) 已知集合 $A = \{x |$

- $5x-a \leq 0$, $B = \{x | 6x-b > 0\}$, $a, b \in \mathbf{N}$, 且 $A \cap B \cap \mathbf{N} = \{2, 3, 4\}$, 则整数对 (a, b) 的个数为 ()
- A. 20 B. 25
C. 30 D. 42
6. (2007·荆门数学竞赛) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 且 $A = \{x | |x-1| > 2\}$, $B = \{x | x^2 - 6x + 8 < 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B$ 等于 ()
- A. $[-1, 4]$ B. $(2, 3)$

C. $(2, 3]$ D. $(-1, 4)$

7. (2010·浙江温州“摇篮杯”高一数学竞赛) 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x < 1\}$, $B = \{x | x-a > 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是_____.
8. (2005·全国高中数学竞赛) 设 a 为实数, 集合 $A = \{-a, a^2, a^2 + a\}$, $B = \{-1, -1-a, 1+a^2\}$, $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $A \cap B =$ _____.

1.2 函数及其表示

A组 基础对接题

1. 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中 $A = B = \mathbf{R}$, 对应法则 $f: x \rightarrow y = -x^2 + 2x$, 对于实数 $k \in B$, 在集合 A 中不存在原象, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $k > 1$ B. $k \geq 1$
C. $k < 1$ D. $k \leq 1$
2. 一般地, 家庭用电量 (kW·h) 与气温 ($^{\circ}\text{C}$) 有一定的关系, 图 1-1-2a 表示某年 12 个月中每月的平均气温, 图 1-1-2b 表示某家庭在这年 12 月中每个月的用电量. 根据这些信息, 以下关于家庭用电量与气温关系的叙述中, 正确的选项是 ()

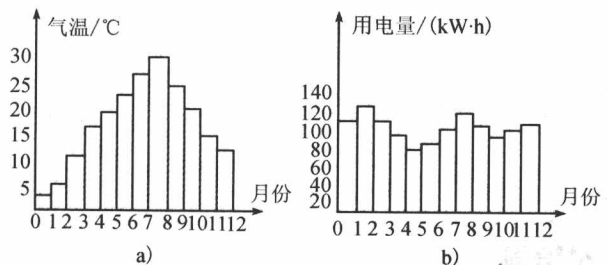


图 1-1-2

- A. 气温最高时, 用电量最多
B. 气温最低时, 用电量最少
C. 当气温大于某一值时, 用电量随气温增高而增加
D. 当气温小于某一值时, 用电量随气温降低而增加
3. 已知 $f(x) = x+1$, 若 $f(x+1)$ 的图像关于直线 $x=2$ 的对称图像对应的函数为 $g(x)$, 则 $g(x)$ 等于 ()
- A. $6-x$ B. $x-6$
C. $x-2$ D. $-2-x$
4. 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 则函数

$y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图像关于 ()

A. 直线 $y=0$ 对称 B. 直线 $x=0$ 对称C. 直线 $y=1$ 对称 D. 直线 $x=1$ 对称

5. 某物体一天中的温度是时间 t 的函数: $T(t) = t^3 - 3t + 60$, 时间单位是 h, 温度单位为 $^{\circ}\text{C}$, $t=0$ 表示 12:00, 其后 t 取值为正, 则上午 8:00 的温度为 ()
- A. 8°C B. 112°C
C. 58°C D. 18°C

6. 函数 $y = 3x + \sqrt{2x-1}$ ($x \geq 2$) 的值域是 ()

A. $[\frac{4}{3}, +\infty)$ B. $[6 + \sqrt{3}, +\infty)$ C. $[6, +\infty)$ D. $[\sqrt{3}, +\infty)$

7. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[1, 2]$, 则函数 $f(\frac{x-1}{x})$ 的定义域是 ()

A. $[1, 2]$ B. $[0, \frac{1}{2}]$ C. $(-\infty, -1]$ D. $[\frac{1}{2}, +\infty)$

8. 已知函数 $y = \frac{ax+3}{x^2+1}$ 对定义域内的任意值都有 $-1 \leq f(x) \leq 4$, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $a = \pm 4$ B. $a \geq 4$ C. $a = 4$ 或 $a \leq -4$ D. $-4 \leq a \leq 4$

9. 函数 $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - x - 1}$ 的值域为 ()

A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

C. $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

D. $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

10. 函数 $y = \frac{1}{2x+1} (x > 0)$ 与函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(x) =$ _____, $f(x)$ 的定义域为 _____.

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ -e & x = 0 \\ x^2 + 1 & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(f(f(\pi)))$ 的值为 _____.

12. 对 $a, b \in \mathbf{R}$, 记 $\min\{a, b\} = \begin{cases} a & a < b \\ b & a \geq b \end{cases}$, 函数 $f(x) = \min\{\frac{1}{2}x, -|x-1|+2\} (x \in \mathbf{R})$ 的最大值为 _____.

13. ①当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $y = f(x)$ 与 $f(x+1)$ 是同一函数, $f(x)$ 为非常数函数;

② $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ 与

$g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ 为同

一函数;

③如图 1-1-3 所示能表示为函数图像.

上述命题中正确的有 _____.

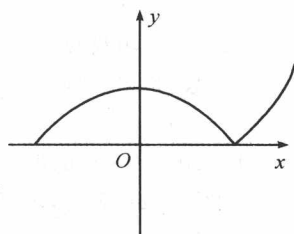


图 1-1-3

14. 已知函数 $g(x) = \frac{ax^2+8x+b}{x^2+1}$ 的值域是 $\{y | 1 \leq y \leq 9\}$, 试求函数 $f(x) = \sqrt{ax^2+8x+b}$ 的定义域和值域.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $|AB| = 4, |AC| = 2, P, Q$ 是 AB, AC 上的动点, 且满足 $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, 设 $|AP| = x, |AQ| = y$.

- (1) 写出 x 的取值范围;
- (2) 求 $y = f(x)$ 的解析式;
- (3) 作出 $y = f(x)$ 的图像.

B组 高考对接题

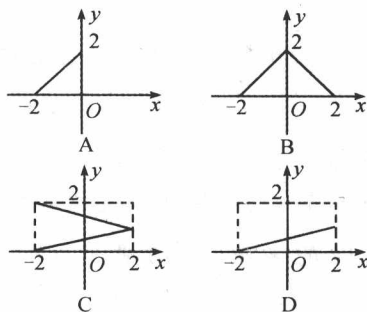
1. (2010·全国模拟) 设 $f(x)$ 是定义在实数集 \mathbf{R} 上的函数, 满足 $f(0) = 1$, 且对任意实数 a, b 都有 $f(a) - f(a-b) = b(2a-b+1)$, 则 $f(x)$ 的解析式可以是 ()

- A. $f(x) = x^2 + x + 1$ B. $f(x) = x^2 + 2x + 1$
 C. $f(x) = x^2 - x + 1$ D. $f(x) = x^2 - 2x + 1$

2. (2010·东城模拟) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x-1 & x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(a) > a$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -3)$ B. $(-\infty, -1)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1)$

3. (2009·山东济南) 设 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}, N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 函数 $f(x)$ 的定义域为 M , 值域为 N , 则 $f(x)$ 的图像可以是图中的 ()



4. (2009·杭州模拟) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$

若 $f(-4)=f(0)$, $f(-2)=-2$, 则关于 x 的方程 $f(x)=x$ 解的个数为 ()

- A. 4 个 B. 3 个
C. 2 个 D. 1 个

5. (2008·陕西) 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy(x, y \in \mathbf{R})$, $f(1)=2$, 则 $f(-3)$ 等于 ()

- A. 2 B. 3
C. 6 D. 9

6. (2010·陕西) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1 & x < 1 \\ x^2 + ax & x \geq 1 \end{cases}$,

若 $f(f(0))=4a$, 则实数 a 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{5}$
C. 2 D. 9

7. (2010·北京宣武质检) 已知函数 $f(x)$ 和 $f(x+2)$ 都是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 当 $x \in [-2, 2]$ 时, $f(x)=g(x)$. 则当 $x \in [-4n-2, -4n+2]$ ($n \in \mathbf{Z}$) 时, $f(x)$ 等于 ()

- A. $g(x)$ B. $g(x+2n)$
C. $g(x+4n)$ D. $g(x-4n)$

8. (2010·陕西) 某学校要召开学生代表大会, 规定各班每 10 人推选一名代表, 当各班人数除以 10 的余数大于 6 时再增选一名代表. 那么, 各班可推选代表人数 y 与该班人数 x 之间的函数关系用取整函数 $y=[x]$ ($[x]$ 表示不大于 x 的最大整数) 可以表示为 ()

- A. $y = \left[\frac{x}{10} \right]$ B. $y = \left[\frac{x+3}{10} \right]$
C. $y = \left[\frac{x+4}{10} \right]$ D. $y = \left[\frac{x+5}{10} \right]$

9. (2010·重庆) 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(1) = \frac{1}{4}$, $4f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 $f(2010) =$ _____.

10. (2006·安徽) 函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$, 若 $f(1) = -5$, 则 $f(f(5)) =$ _____.

11. (2009·山东青岛模拟) 已知定义域为 $\{x | x \in \mathbf{R}, \text{且 } x \neq 1\}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{2}f(x) + 1$, 则 $f(3) =$ _____.

12. (2007·北京) 已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表

给出:

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则 $f(g(1))$ 的值为 _____; 满足 $f(g(x)) > g(f(x))$ 的 x 的值是 _____.

13. (2009·浙江) 某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价. 该地区的电网销售电价表如下:

高峰时段用电价格表		低谷时段用电价格表	
高峰月用电量 (单位: kW·h)	高峰电价 (单位: 元/kW·h)	低谷月用电量 (单位: kW·h)	低谷电价 (单位: 元/kW·h)
50 及以下的部分	0.568	50 及以下的部分	0.288
超过 50 至 200 的部分	0.598	超过 50 至 200 的部分	0.318
超过 200 的部分	0.668	超过 200 的部分	0.388

若某家庭 5 月份的高峰时段用电量为 $200 \text{ kW} \cdot \text{h}$, 低谷时段用电量为 $100 \text{ kW} \cdot \text{h}$, 则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为 _____ 元 (用数字作答).

14. (2007·深圳模拟) 设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, 且当 $-1 \leq x < 0$ 时, $f(x) = 2x^3 + 5ax^2 + 4a^2x + b$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 当 $1 < a \leq 3$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值 $g(a)$;
- (3) 如果对满足 $1 < a \leq 3$ 的一切实数 a , 函数 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上恒有 $f(x) \leq 0$, 求实数 b 的取值范围.

C组 奥赛对接题

1. (2006·江苏六合竞赛) 设集合 $M = \{-2, 0, 1\}$, $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$ 使得对任意的 $x \in M$, 都有 $x + f(x) + xf(x)$ 是奇数, 则这样的映射 f 的个数是 ()
- A. 45 B. 27
C. 15 D. 11
2. (2007·荆门数学竞赛) 函数 $f(x)$ 的部分图像如图 1-1-4 所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()

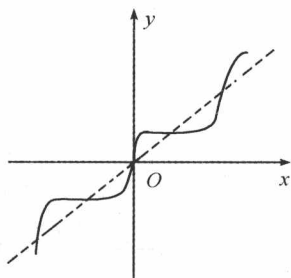


图 1-1-4

- A. $f(x) = x + \cos x$ B. $f(x) = x + \sin x$
C. $f(x) = x \cos x$ D. $f(x) = x \sin x$
3. (第 19 届“希望杯”全国数学邀请赛) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -1 & x \text{ 为有理数} \\ 1 & x \text{ 为无理数} \end{cases}$, 若直线 $x = a$ 是函数 $f(x)$ 图像的对称轴, 则 ()
- A. a 是整数 B. a 是无理数

C. a 是有理数 D. a 不存在

4. (2005·全国高中数学联赛四川) 设 a_1, a_2, a_3, a_4 是 1, 2, 3, 4 的任一排列, f 是 $\{1, 2, 3, 4\}$ 到 $\{1, 2, 3, 4\}$ 的映射, 且满足 $f(i) \neq i$, 记数表 $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ f(a_1) & f(a_2) & f(a_3) & f(a_4) \end{bmatrix}$. 若数表 M, N 的对应位置上至少有一个不同, 就说 M, N 是两张不同的数表. 则满足条件的不同的数表的张数为 ()
- A. 144 B. 192
C. 216 D. 576

5. (第 19 届“希望杯”全国数学邀请赛) 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图像与函数 $y = f(x-1) + 2$ 的图像重合, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. (2006·惠阳中山学竞赛) 设函数: $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, 满足 $f(0) = 1$, 且对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(xy + 1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. (第 20 届“希望杯”全国数学邀请赛) 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)\cos y$, 写出满足此条件的两个函数解析式: $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. (2005·全国高中数学联赛浙江) 设函数 $2f(x) + x^2 f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x^3 - x^2 + 4x + 3}{x + 1}$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

1.3 函数的基本性质

A组 基础对接题

1. 函数 $y = 1 - \frac{1}{x-1}$ ()
- A. 在 $(-1, +\infty)$ 内单调递增
B. 在 $(-1, +\infty)$ 内单调递减
C. 在 $(1, +\infty)$ 内单调递增
D. 在 $(1, +\infty)$ 内单调递减
2. 设 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的任意函数, 则下列叙述正确的是 ()
- A. $f(x)f(-x)$ 是奇函数
B. $f(x)|f(-x)|$ 是奇函数
C. $f(x) - f(-x)$ 是偶函数

- D. $f(x) + f(-x)$ 是偶函数
3. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, a]$ 上是增函数, 函数 $y = f(x+a)$ 是偶函数, 当 $x_1 < a, x_2 > a$, 且 $|x_1 - a| < |x_2 - a|$ 时, 有 ()
- A. $f(2a - x_1) > f(x_2)$ B. $f(2a - x_1) = f(x_2)$
C. $f(x_1) < f(2a - x_2)$ D. $f(x_1) < f(x_2 - 2a)$
4. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x + 3$, 则 $f(-2)$ 等于 ()
- A. 3 B. -3
C. 6 D. -6
5. 已知函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 为奇函数, $f(2) = 1$,

$f(x+2)=f(x)+f(2)$, 则 $f(3)$ 等于 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数, 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = x - x^4$, 则当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) =$ _____.

7. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 并且对于定义域内任意的 x , 满足 $f(x+2) = -\frac{1}{f(x)}$, 若当 $2 < x < 3$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(2007.5) =$ _____.

8. 设 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{1}{x}$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$ _____.

9. 已知函数 $f(x+1)$ 为奇函数, 函数 $f(x-1)$ 为偶函数, 且 $f(0) = 2$, 则 $f(4) =$ _____.

10. 证明函数 $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数.

11. 求 $y = \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$ 的单调区间.

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-3, 3)$ 上的减函数, 若 $f(2x-3) > f(x+1)$, 求 x 的取值范围.

13. 已知函数 $f(x) = (2x+3)\sqrt{\frac{2x-3}{2x+3}}$, 试着判断 $f(x)$ 的奇偶性. 并请说明理由.

14. 已知实数 x, y 满足 $(x + \sqrt{x^2+1})(y + \sqrt{y^2+1}) = 1$, 求 $x+y$ 的值.

15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2}$, 试着判断 $f(x)$ 的奇偶性. 并请说明理由.

16. 证明函数 $f(x) = \frac{\sqrt{4+x^2} + x - 2}{\sqrt{4+x^2} + x + 2}$ 在 \mathbf{R} 上是奇函数.

17. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+2|-2}$, 试着判断 $f(x)$ 的奇偶性. 并请说明理由.

B组 高考对接题

- (2007·山东) 设 $a \in \left\{-1, 1, \frac{1}{2}, 3\right\}$, 则使函数 $y=x^a$ 的定义域为 \mathbf{R} 且为奇函数的所有 a 值为 ()
 A. 1, 3 B. -1, 1
 C. -1, 3 D. -1, 1, 3
- (2010·预测题) 已知奇函数 $f(x)$ 对任意的正实数 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, 恒有 $(x_1 - x_2) \cdot [f(x_1) - f(x_2)] > 0$, 则一定正确的是 ()
 A. $f(4) > f(-6)$ B. $f(4) < f(-6)$
 C. $f(-4) > f(-6)$ D. $f(-4) < f(-6)$
- (2010·苏锡常镇四市高三教学情况调查) 若函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数, 且 $f(2) = 0$, 则使得 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 2)$ B. $(2, +\infty)$
 C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 2)$
- (2007·汕头一模) 已知函数 $f(x) = \sqrt{1-(x-1)^2}$, 若 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 则 ()
 A. $\frac{f(x_1)}{x_1} > \frac{f(x_2)}{x_2}$ B. $\frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{f(x_2)}{x_2}$
 C. $\frac{f(x_1)}{x_1} < \frac{f(x_2)}{x_2}$ D. 前三个判断都不正确
- (2010·佛山市高三质量检查) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y=f(x)$ 满足 $f\left(x+\frac{3}{2}\right) = -f(x)$, 且函数 $y=f\left(x-\frac{3}{4}\right)$ 为奇函数, 则下列命题中错误的是 ()
 A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 3
 B. 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{3}{4}, 0\right)$ 对称
 C. 函数 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称
 D. 方程 $f(x) = 0$ 在区间 $[0, 2010]$ 上恰有 670 个根
- (2009·山东日照模拟) 若函数 $f(x)$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 内是增函数, 又 $f(2) = 0$, 则 $\frac{f(x)-f(-x)}{x} < 0$ 的解集为 ()
 A. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
- (2009·陕西) 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0] (x_1 \neq x_2)$, 有 $(x_2 - x_1)(f(x_2) - f(x_1)) > 0$. 则当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时, 有 ()

- $f(-n) < f(n-1) < f(n+1)$
 - $f(n-1) < f(-n) < f(n+1)$
 - $f(n+1) < f(-n) < f(n-1)$
 - $f(n+1) < f(n-1) < f(-n)$
- (2009·辽宁) 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调增加, 则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是 ()
 A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
 C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$
- (2008·福建) 函数 $f(x) = x^3 + \sin x + 1 (x \in \mathbf{R})$, 若 $f(a) = 2$, 则 $f(-a)$ 的值为 ()
 A. 3 B. 0 C. -1 D. -2
- (2009·重庆) 若 $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + a$ 是奇函数, 则 $a =$ _____.
- (2010·贵州省清华实验学校高三10月月考) 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x+3) = 1 - f(x)$, 又当 $0 < x \leq 1$ 时, $f(x) = 2x$, 则 $f(17.5) =$ _____.
- (2010·广州市培正中学高三第一学期期中考试) 若函数 $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ 在区间 $(m, 2m+1)$ 上是单调递增函数, 则实数 m 的取值范围是 _____.
- (2007·海南) 设函数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.
- (2009·山东) 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x-4) = -f(x)$ 且在区间 $[0, 2]$ 上是增函数. 若方程 $f(x) = m (m > 0)$ 在区间 $[-8, 8]$ 上有四个不同的根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$ _____.
- (2007·南通调研) 已知函数 $f(x)$ 满足 $axf(x) = b + f(x) (ab \neq 0)$, $f(1) = 2$, 且 $f(x+2) = -f(2-x)$ 对定义域中的任意 x 成立, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

16. (2007·广东测试)已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x$.

- (1)证明:函数 $f(x)$ 是奇函数;
 (2)求 $f(x)$ 的单调区间.

17. (2010·贵州省清华实验学校高三10月月考)已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数,且当 $x \in (-\infty, 0]$ 时, $g(x) + f(x) = x^2$.

- (1)求函数 $g(x)$ 在 \mathbf{R} 上的解析式;
 (2)解不等式 $g(x) \geq f(x) - |x-1|$;
 (3)若 $h(x) = g(x) - \lambda f(x) + 1$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数,求实数 λ 的取值范围.

18. (2010·斗门一中高三第一学期第一次月考)已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x) = \frac{-2^x + b}{2^{x+1} + a}$ 是奇函数.

- (1)求 a, b 的值;
 (2)若对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立,求 k 的取值范围.

C组 奥赛对接题

1. (2007·荆门数学竞赛)函数 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{3-3x}$ 的值域为 ()

- A. $[1, \sqrt{2}]$ B. $[1, \sqrt{3}]$
 C. $[1, \frac{3}{2}]$ D. $[1, 2]$

2. (第19届“希望杯”全国数学邀请赛)给定函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 令 $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ 则 ()

- A. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是偶函数, 则 $h(x)$ 也是偶函数
 B. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是奇函数, 则 $h(x)$ 也是奇函数
 C. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是非奇非偶函数, 则 $h(x)$ 也是非奇非偶函数
 D. $f(x)$ 和 $g(x)$ 之一与 $h(x)$ 有相同的奇偶性

3. (2006·惠阳中山中学竞赛)已知 $x, y \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, 且 $xy = 1$, 则 $\frac{2}{2-x^2} + \frac{4}{4-y^2}$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{20}{7}$ B. $\frac{12}{7}$
 C. $\frac{16+4\sqrt{2}}{7}$ D. $\frac{16-4\sqrt{2}}{7}$

4. (第19届“希望杯”全国数学邀请赛)设偶函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 并且周期为 2. 当 $x \in [-3, -2]$ 时,

若 $f(x) = x$, 则当 $x \in [2, 4]$ 时, $f(x) =$ _____.

5. (2010·高中数学联赛四川赛区初赛试题) $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $f(x) = f(1-x)$, 则 $f(2010) =$ _____.

6. (2009·珠海市高中数学竞赛试题)定义在 \mathbf{N}_+ 上的函数 $f(x)$, 满足 $f(1) = 1$, 且 $f(n+1) =$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}f(n) & n \text{ 为偶数} \\ f(n) & n \text{ 为奇数} \end{cases}$$
 则 $f(22) =$ _____.

7. (第20届“希望杯”全国数学邀请赛)已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $f(2) = 2$, 且对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+9) \geq f(x) + 9$ 和 $f(x+3) \leq f(x) + 3$, 则 $f(2009) =$ _____.

8. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x}, x \in [1, +\infty)$.

- (1)当 $a = 4$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;
 (2)当 $a = 0.5$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;
 (3)当 a 为正常数时, 求 $f(x)$ 的最小值;
 (4)若对任意 $x \in [1, +\infty), f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

第2章 基本初等函数(I)

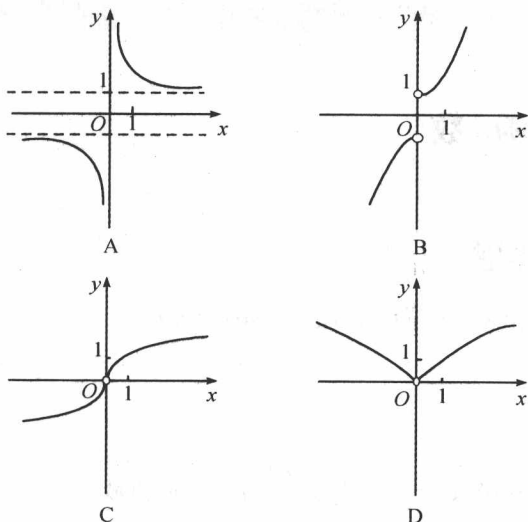
2.1 指数函数

A组 基础对接题

- $(\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}})^4 \cdot (\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^9}})^4 (a \geq 0)$ 的化简结果是 ()
 A. a^{16} B. a^8
 C. a^4 D. a^2
- 若函数 $y = (a^2 - 5a + 5) \cdot a^x$ 是指数函数, 则有 ()
 A. $a = 1$ 或 $a = 4$ B. $a = 1$
 C. $a = 4$ D. $a > 0$, 且 $a \neq 1$
- 函数 $y = \sqrt{1 - 2^x}$ 的定义域是 ()
 A. $(-\infty, 0]$ B. $[0, +\infty)$
 C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, +\infty)$
- 设 $y_1 = 4^{0.9}, y_2 = 8^{0.48}, y_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1.5}$, 则 ()
 A. $y_3 > y_1 > y_2$ B. $y_2 > y_1 > y_3$
 C. $y_1 > y_2 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$
- 若函数 $f(x) = a^x + b - 1 (a > 0, a \neq 1)$ 的图像经过第二、三、四象限, 则 ()
 A. $0 < a < 1$ 且 $b > 0$ B. $a > 1$ 且 $b > 0$
 C. $0 < a < 1$ 且 $b < 0$ D. $a > 1$ 且 $b < 0$
- 若 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, 则 $f(2x)$ 等于 ()
 A. $2f(x)$ B. $2g(x)$
 C. $2[f(x) + g(x)]$ D. $2f(x) \cdot g(x)$
- 方程 $3^{x-1} = \frac{1}{9}$ 的解是 _____.
- 已知不论 a 为何正实数, $y = a^{x+1} - 2$ 的图像恒过定点, 则这个定点的坐标是 _____.
- 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(1, 2)$, 则函数 $y = f(2^x)$ 的定义域为 _____.
- 若 $0 < a < 1$, 则 a, a^a, a^{a^a} 大小顺序是 _____.
- 比较 $a^a b^b$ 与 $a^b b^a (a > b > 0)$ 的大小.
- 求函数 $y = \left(\frac{1}{9}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ 的值域.
- 已知函数 $y = \frac{a}{a^2 - 2}(a^x - a^{-x}) (a > 0, a \neq 1)$, 在 $(-\infty, +\infty)$ 上递增, 求 a 的取值范围.
- 求函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2x}$ 的单调区间.
- 某工厂 2009 年 1, 2, 3 月份生产某种产品分别为 1 万件、1.2 万件、1.3 万件. 为估测以后每个月的产量, 以这三个月的产量为依据, 用一个函数模拟该产品的月产量 y 和月份数 x 的关系. 模拟函数可以用二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 或函数 $y = ab^x + c$ (其中 a, b, c 为常数, $a \neq 0$), 已知 4 月份该产品的产量为 1.37 万件, 问用上述哪个函数作为模拟函数好? 并说明理由.

B组 高考对接题

1. (2009 · 山东) 函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ 的图像大致为



2. (2008 · 安徽) 若函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别为 \mathbf{R} 上的奇函数、偶函数, 且满足 $f(x) - g(x) = e^x$, 则有

- ()
- A. $f(2) < f(3) < g(0)$ B. $g(0) < f(3) < f(2)$
 C. $f(2) < g(0) < f(3)$ D. $g(0) < f(2) < f(3)$

3. (2010 · 湖北) 设集合 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1 \right\}$, $B = \{ (x, y) \mid y = 3^x \}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是

- ()
- A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4

4. (2010 · 上海) 若 x_0 是方程 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^{\frac{1}{3}}$ 的解, 则 x_0 属于区间

- ()
- A. $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$
 C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

5. (2010 · 山东东营模拟) 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2+x+2}}$ 的单调递增区间是

- ()
- A. $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ B. $(-\infty, -1]$
 C. $[2, +\infty)$ D. $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$

6. (2007 · 江苏) 设函数 $f(x)$ 定义在实数集上, 它的

图像关于直线 $x=1$ 对称, 且当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = 3^x - 1$, 则有

- ()
- A. $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right)$
 B. $f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$
 C. $f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{3}{2}\right)$
 D. $f\left(\frac{3}{2}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$

7. (2010 · 北京东城一模) 将 $3^{\frac{2}{3}}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$, $2^{\frac{1}{2}}$ 按从大到小的顺序排应该是 _____.

8. (2010 · 广东湛江模拟) 若 $a > 1, b < 0$, 且 $a^b + a^{-b} = 2\sqrt{2}$, 则 $a^b - a^{-b}$ 的值等于 _____.

9. (2008 · 山东德州模拟) 函数 $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$, 则 a 的值是 _____.

10. (2010 · 江苏淮安模拟) 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x-1}}$ 的定义域为集合 A , 关于 x 的不等式 $2^{2ax} < 2^{a+x} (a \in \mathbf{R})$ 的解集为 B , 求使 $A \cap B = A$ 的实数 a 的取值范围.

11. (2009 · 江苏南京模拟) 已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{a}{2^x}$, 将 $y = f(x)$ 的图像向右平移两个单位, 得到 $y = g(x)$ 的图像.

- (1) 求函数 $y = g(x)$ 的解析式;
 (2) 若函数 $y = h(x)$ 与函数 $y = g(x)$ 的图像关于直线 $y=1$ 对称, 求函数 $y = h(x)$ 的解析式;
 (3) 设 $F(x) = \frac{1}{a}f(x) + h(x)$, 已知 $F(x)$ 的最小值是 m , 且 $m > 2 + \sqrt{7}$, 求实数 a 的取值范围.