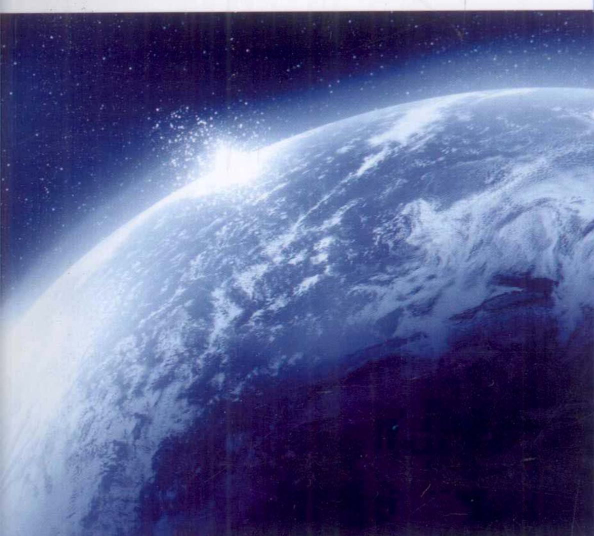
普通高等院校规划教材

大学物理

主　编　申　洪　宋敬江

副主编　吴　波　马善钧

王建敏　邹珊珊



北京航空航天大学出版社

普通高等院校规划教材

大学物理

主　编　申　洪　宋敬江

副主编　吴　波　马善钧

王建敏　邹珊珊

北京航空航天大学出版社

内容简介

本书是根据大学物理教学指导委员会的要求，针对目前"大学物理"课程安排教学时数较少这一情况，对课程内容进行了精心选择，精选了"大学物理"课程中最重要、最基本的内容，在编写的过程中注重分析问题、解决问题能力的培养。本书结构合理，通俗易懂，适合于少课时的《大学物理》课程的教学。

本书共有13章，包括质点运动学、质点动力学、刚体的转动、相对论理论基础、静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、电磁感应、机械振动、机械波、波动光学、量子物理、气体分子动理论与热力学基础等内容。

本书可以作为高等院校理科专业学生的教科书，也可以作为自学参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理 / 申洪，宋敬江主编. --北京：北京航空航天大学出版社，2010.8

ISBN 978-7-5124-0155-6

Ⅰ.①大… Ⅱ.①申…②宋… Ⅲ.①物理学-高等学校-教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第136940号

大学物理

主 编 申 洪 宋敬江

副主编 吴 波 马善钧 王建敏 邹珊珊

责任编辑 刘 标

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编 100191) http://www.buaapress.com.cn

发行部电话：(010)82317024 传真：(010)82328026

读者信箱：bhpress@263.net 邮购电话：(010)82316936

涿州市新华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本：787×1092 1/16 印张：17.75 字数：454千字

2010年8月第1版 2010年8月第1次印刷 印数：4 000册

ISBN 978-7-5124-0155-6 定价：33.00元

前　言

物理学研究的是物质的基本结构及物质运动的普遍规律，它是一门严格的、精确的、以实验为基础的科学，历史上的几次技术革命都是以物理学的进步为先导，所以物理学的发展对科学的进步起着非常重要的作用。

大学物理是理工科专业低年级学生的一门重要基础课，它的作用一方面是为学生后面的专业学习打好必要的物理基础，另一方面也是非常容易被忽视的一面，就是使同学初步学习科学的思维方法和研究问题的方法，这对开阔学生的思路、激发学生的创新精神、提高学生的科学素养起着重要的作用。认认真真学好大学物理，注意把握上述两点，不仅对学生今后的专业学习起着重要的作用，也对学生毕业后的工作以及将来的进一步学习产生深远的影响。

本书是根据大学物理教学指导委员会的要求，经过编者们充分讨论后确定教学大纲并进行编写的。编者们有着丰富的教学经验，根据目前较多学校对本课程给定的教学课时数较少的情况，对课程内容进行了精心选择，精选了“大学物理”课程中最重要、最基本的内容，在编写的过程中注重分析问题、解决问题能力的培养。本书结构合理，通俗易懂，适合于少课时的《大学物理》课程的教学。

本书共有13章，包括质点运动学、质点动力学、刚体的转动、相对论理论基础、静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、电磁感应、机械振动、机械波、波动光学、量子物理、气体分子动理论与热力学基础等内容。

本书编写的具体分工是：马善钧老师编写第1～4章，吴波老师编写第5～8章，宋敬江老师编写第13章，申洪老师编写第9～12章并负责本书的统稿等工作。

本书的编写受到了赣南师范学院资助，编者在此深表感谢。

由于编者水平有限，对于书中存在的疏漏甚至错误之处，恳请广大师生指正。

编者

2010年5月

目　　录

第 1 章　质点运动学 …… 1
1.1　质点、坐标系 …… 1
1.2　位置矢量、质点的运动方程 …… 3
1.3　速度、加速度 …… 4
1.4　圆周运动、抛体运动 …… 7
1.5　相对运动 …… 10
习　题 …… 11
第 2 章　质点动力学 …… 14
2.1　牛顿运动定律 …… 14
2.2　动量定理和动量守恒 …… 17
2.3　功、保守力的功 …… 19
2.4　势能、机械能守恒 …… 23
2.5　非惯性系、惯性力 …… 25
2.6　碰撞问题 …… 26
习　题 …… 28
第 3 章　刚体的转动 …… 30
3.1　刚体的定轴转动及其描述 …… 30
3.2　定轴转动角动量和动能、转动惯量 …… 30
3.3　力矩、转动定理 …… 33
3.4　力矩的功、动能定理 …… 35
3.5　刚体定轴转动的角动量守恒定律 …… 35
习　题 …… 37
第 4 章*　相对论理论基础 …… 40
4.1　力学相对性原理、伽利略变换质点 …… 40
4.2　狭义相对论原理、洛仑兹变换 …… 43
4.3　相对论时空观 …… 45
习　题 …… 48
第 5 章　静电场 …… 50
5.1　库仑定律 …… 50
5.2　电场强度 …… 53
5.3　高斯定理 …… 60

5.4 静电场的环路定理…… 68
5.5 电场强度与电势梯度的关系…… 73
5.6 带电粒子在静电场中的运动…… 76
习 题 …… 80
第 6 章 静电场中的导体和电介质 …… 82
6.1 静电场中的导体…… 82
6.2 电容器的电容…… 86
6.3 电介质的极化…… 90
6.4 有电介质时的高斯定理…… 95
6.5 电场的能量…… 98
习 题…… 101
第 7 章 稳恒磁场 …… 104
7.1 电流、稳恒电流…… 104
7.2 磁场、磁感应强度…… 106
7.3 磁场的高斯定理 …… 108
7.4 毕奥-萨伐尔定律及其应用…… 110
7.5 安培环路定理 …… 114
7.6 磁场对运动电荷的作用、霍尔效应…… 118
7.7 磁场对载流导线的作用 …… 121
7.8 磁介质及其磁化特性 …… 124
7.9 介质中的磁场、磁场强度…… 128
习 题…… 129
第 8 章 电磁感应 …… 133
8.1 电磁感应定律 …… 133
8.2 动生电动势和感生电动势 …… 135
8.3 自感、互感…… 138
8.4 磁场的能量 …… 141
8.5 麦克斯韦方程组 …… 143
习 题…… 146
第 9 章 机械振动 …… 149
9.1 简谐振动的一般描述 …… 149
9.2 简谐振动的研究 …… 151
9.3 谐振动合成 …… 153
9.4 阻尼振动、受迫振动、共振 …… 157
习 题…… 160
第 10 章 机械波 …… 162
10.1 机械波的形成和传播…… 162
10.2 波动方程…… 164

10.3 波的能量和能流密度…… 166
10.4 惠更斯原理…… 168
10.5 波的叠加原理、波的干涉 …… 169
10.6 驻 波…… 171
10.7 多普勒效应…… 173
习 题…… 175
第 11 章 波动光学 …… 178
11.1 光源、光的单色性和相干光的获得 …… 178
11.2 干涉光的光强度、光程 …… 180
11.3 杨氏干涉实验…… 181
11.4 薄膜干涉…… 182
11.5 迈克尔逊干涉仪…… 186
11.6 光的衍射现象、惠更斯-菲涅耳原理…… 187
11.7 夫琅和费单缝衍射…… 188
11.8 平面衍射光栅…… 191
11.9 偏振光…… 193
习 题…… 196
第 12 章 量子物理 …… 200
12.1 热辐射、普朗克量子假说、光的量子性…… 200
12.2 德布罗意假设、微粒的波粒二象性 …… 204
12.3 原子结构、玻尔的氢原子理论 …… 205
12.4 不确定关系 …… 207
12.5 波函数及其统计解释…… 209
12.6 力学量算符、算符的本征值和本征函数 …… 210
12.7 薛定谔方程…… 212
12.8 量子力学对氢原子的描写…… 214
习 题…… 216
第 13 章 气体分子动理论与热力学基础 …… 218
13.1 气体动理论的基本概念…… 218
13.2 理想气体状态方程…… 220
13.3 理想气体的压强和温度…… 221
13.4 能量均分定理、理想气体的内能 …… 225
13.5 麦克斯韦速率分布律…… 228
13.6 气体分子的平均碰撞频率和平均自由程…… 231
13.7 实际气体的等温线、范德瓦尔斯方程 …… 233
13.8 实际气体的内能、焦耳-汤姆逊效应…… 237
13.9 热力学第一定律…… 238
13.10 热力学第一定律对理想气体的应用 …… 241
13.11 循环过程、卡诺循环…… 247

13.12　热力学第二定律 …… 250
13.13　实际过程的不可逆性、卡诺定理 …… 251
13.14　熵、熵增原理、热力学第二定律的统计意义 …… 254
习　题 …… 259
习题答案 …… 262
参考文献 …… 273

第1章 质点运动学

自然界的一切物质都处于永不停止的运动中。尽管物质的运动形式是千变万化的，但是，最简单、最基本、人们最熟悉的运动是机械运动。而在机械运动中，质点的运动又是最为基本的运动形式。本章具体研究质点的运动学问题。

1.1 质点、坐标系

1. 质　点

宇宙中的一切物体，大到行星、恒星，小到分子、原子、基本粒子，都有一定的形状、大小和内部结构。通常当物体运动时，物体的各个部分由于形状的不同，位置的改变量也不同。在研究物体运动时，若只考虑物体的整体运动情况、或者物体的大小和形状在物体运动中产生的影响可以忽略不计时，物体上的任意一点的运动都可以代表物体的运动。相反，整个物体的运动也可以用这点的运动代表。

当研究物体的运动时，忽略物体的大小和形状，而把它看作是一个只有质量没有体积的理想物体，这个理想物体称为质点。例如绕太阳公转的地球，若只研究地球的公转轨道，就可以将地球看作质点；又例如在地球表面运动的汽车，若只研究汽车沿公路的运动情况，也可以将汽车看作质点。在这两个例子中，物体是否能够看作质点，既不由物体的大小决定，也不由物体的各个部分的运动情况决定，而由所研究的运动决定。

人们在研究气体分子运动、天体运动等问题时，把气体分子和天体看作质点便能够正确地解决有关它们的各种问题，这证明了引入质点概念的合理性和正确性。另一方面，质点运动也是物体运动的基础。任何物体都可以看成是由无数个质点组成，从理论上讲，当物体上每一个质点的运动情况分析清楚了，整个物体的运动情况也就清楚了。

2. 空　间

任何物质的存在和运动都是在一定的空间中进行的。空间是物质的广延性质的反映，是与物体的体积和物体位置的变化紧密联系在一起的。从物理学发展的历史看，人们对空间的认识主要有两个阶段，即早期的牛顿绝对时空观的绝对空间概念和爱因斯坦相对论时空观的相对空间概念。绝对空间概念认为空间是独立的客观存在，而不依赖于物质的存在和运动；相对空间概念认为空间是与物质的存在形式和物质的运动相联系的，空间的特性受物质和物质运动的影响，没有物质和物质运动的空间是无意义的。目前人们已经探知的空间范围，从微观粒子的线度约 10^{-15} m 到宇宙范围的尺度约 10^{26} m。物理理论指出，空间的范围是有下限的，最小的空间线度是普朗克长度约为 10^{-35} m。如果小于这个长度范围，那么现有的空间概念就有可能不再适用了。表 1.1 给出了一些典型的空间尺度。

表 1.1　一些典型的空间尺度　　　　单位:m

项　目	数　值	项　目	数　值
已观测到的宇宙范围	10^{26}	核动力航空母舰长	3×10^{2}
星系团半径	10^{23}	成人高度	1.7×10^{0}
银河系半径	7.6×10^{22}	尘埃	10^{-3}
星系间距离	2×10^{22}	细胞直径	10^{-6}
太阳到最近恒星的距离	4×10^{16}	细菌线度	10^{-9}
太阳到冥王星的距离	10^{12}	原子线度	10^{-10}
太阳到地球的距离	1.5×10^{11}	核的线度	10^{-15}
地球半径	10^{6}	普朗克长度	10^{-35}
无线电中波波长	10^{3}		

3. 时　间

一切物体的存在和运动都具有持续性和顺序性。反映物理事件的持续性和顺序性即是时间。在牛顿的绝对时空观中,时间也是不依赖于物质而独立存在。牛顿在他的《自然哲学的数学原理》中说:“绝对的、真正的和数学的时间自身在流逝着,并且由于它的本性而定,同任何一种外界事物无关地流逝着。”然而,随着科学的发展,这种观点是不正确的。爱因斯坦相对论时空观指出,时间是与物质的存在和运动紧密相关的。目前度量的时间范围从微观粒子的寿命约 10^{-24} s 到宇宙的年龄约 10^{18} s。物理理论给出,时间间隔也是有下限的,其值为普朗克时间 10^{-43} s。当时间间隔小于普朗克时间,现有的时间概念就可能不适用了。表 1.2 给出了一些典型的时间间隔。

表 1.2　一些典型物理现象的时间间隔　　　　单位:s

项　目	数　值	项　目	数　值
宇宙年龄	10^{18}	中频声波周期	10^{-3}
太阳系年龄	1.4×10^{17}	中频无线电波周期	10^{-6}
原始人阶段	10^{13}	π^+ 介子的平均寿命	10^{-9}
最早文字记录	1.6×10^{11}	分子转动周期	10^{-12}
人的平均寿命	10^{9}	原子振动周期	10^{-15}
地球公转(一年)	3.2×10^{7}	光穿越原子的时间	10^{-18}
地球自转(一天)	8.6×10^{4}	核振动周期	10^{-21}
太阳光传到地球的时间	5×10^{2}	光穿越核的时间	10^{-24}
人的心脏跳动周期	10^{0}	普朗克时间	10^{-43}

4. 坐标系

在自然界中,物质的运动是绝对的,但对物质运动的描述却是相对的。同样的一个运动,处于不同运动状态的观测者看到的将是不同的运动。例如在匀速直线运动的火车车厢内,物体的自由下落,对车厢中的观测者而言是作直线运动;但对地面上的观测者而言是作平抛物体

运动。因此，在描述研究对象的机械运动，必须选定一个标准物体(或相对静止的几个物体)作为参考，这个被选作标准的物体或物体系，称为参考系。

参考系的选择是任意的，一般以对问题的描述、研究和求解最为方便和简洁为基本原则。通常研究地球上的物体运动，选择地球作为参考系最为方便。当研究人造卫星的运动或行星的运动时，则应该选择太阳作为参考系。

选择了参考系只能定性地研究物体运动。要想定量地描述物体的运动，就必须在参考系上建立一套度量系统或标尺，来对物体的运动进行测量。这种带有度量系统的参考系称为坐标系。在物理理论中，常用的坐标系是直角坐标系。此外，根据所研究的问题的不同，还有平面极坐标系、柱面坐标系、球面坐标系和自然坐标系等。

选择不同的坐标系，得到的描述物体运动的方程变量可能不同，但运动性质是不会改变的。坐标系选择的恰当与否，只会影响求解的过程(有时坐标系选择不恰当会导致问题无法求解)，不会改变物体运动的本质。

1.2　位置矢量、质点的运动方程

1. 位置矢量

在选定的坐标系中，为了表示质点运动的瞬时位置，采用位置矢量(简称位矢)描述质点运动的瞬时位置。从坐标系的原点到质点所在瞬时位置的有向线段称为位矢，用矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示。参看图 1.1，在直角坐标系 $Oxyz$ 中，质点 P 的位置可用它在坐标系中的三个坐标 x,y,z 来确定，坐标 x,y,z 就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的分量。

在坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 可以写为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

式中，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x,y,z 轴正方向的单位矢量。位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1.2}$$

位矢的方向余弦是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\cos\beta = \frac{y}{r},\cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1.3}$$

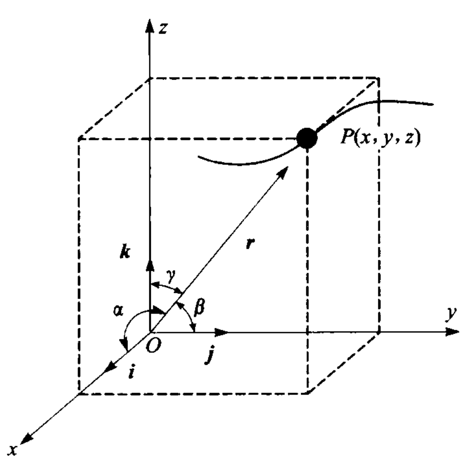


图 1.1　直角坐标系中的位矢

2. 位　移

如图 1.2 所示，设质点沿曲线轨道 ab 运动，在时刻 t，质点在 a 处，在时刻 $t+\Delta t$，质点到达 b 处，a，b 两点的位矢分别用 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 表示，在时间间隔 Δt 内，质点位矢的变化

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1.4}$$

就称为位移。位移是描述物体位置改变的大小和方向的物理量，图中就是由起始位置 a 指向终止位置 b 的一个矢量，它的运算是按三角形法则或平行四边形法则进行的。

位移的模写为 $|\Delta\boldsymbol{r}|$，它与位矢的模的增量 Δr 所代表的物理意义是不同的。

$$\Delta r = r_2 - r_1 \neq |\Delta\boldsymbol{r}|$$

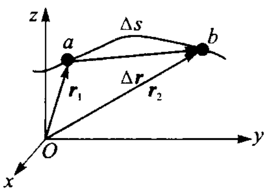


图 1.2 质点的位移

必须注意,位移表示物体位置的改变,并不是物体实际所经历的路程。在图 1.2 中,位移是有向线段$\overrightarrow{ab}$,它的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$为直线ab的长度。而路程是指物体实际所经过的轨迹,它是一个标量,一般用Δs表示,在图 1.2 中即是曲线ab的长度。通常$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$,但当$\Delta t$趋近于零时,可以有$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$。

3. 运动方程

质点在空间的运动就是质点的空间位置随时间变化的过程。质点的位矢$\boldsymbol{r}$以及坐标x,y,z都是时间t的函数。而表示运动过程的具体函数式就称为运动方程,可以表示为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1.5}$$

或

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \tag{1.6}$$

知道了质点的运动方程,就能确定任一时刻质点的位置,从而确定质点的运动。如果从质点的运动方程式(1.6)中消去时间t,就可以得到质点坐标之间一种函数关系,称为质点的轨迹。质点的运动轨迹为直线时,称为直线运动。质点的运动轨迹为曲线时,称为曲线运动。

力学的主要研究任务之一,就是根据各种问题的具体条件求解质点的运动方程。

1.3 速度、加速度

1. 速　度

研究质点的运动,不仅要知道质点的位移,还必须知道在多长时间内通过这段位移,即要知道质点运动的快慢程度。

位移$\Delta \boldsymbol{r}$和发生这段位移所经历的时间的比称为质点在这一段时间内的平均速度,记为$\bar{\boldsymbol{v}}$,有

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.7}$$

平均速度也是矢量,它的方向就是位移的方向。

当Δt趋于零时,式(1.7)的极限,即质点位矢对时间的变化率,称为质点在时刻t的瞬时速度,简称速度。用$\boldsymbol{v}$表示速度,有

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.8}$$

速度的方向,就是当Δt趋于零时,位移$\Delta \boldsymbol{r}$的方向。由图 1.2 可以看出,当Δt趋于零时,b点就向a点趋近,位移$\Delta \boldsymbol{r}$的方向就与质点的运动轨道在a点的切线相重合。质点在时刻t的瞬时速度的方向沿着该时刻质点所处位置运动轨道的切线,并且指向运动方向。

在实际运用中,有时仅需要考虑速度变化的大小,这时人们也常采用速率这个物理量。速率是速度的大小,等于质点在单位时间内所行经的路程。速率是一个标量,它不考虑质点运动的方向。由上节的内容可以得到

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1.9}$$

需要注意的是，由于位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$与位矢的模的增量Δr不相等，因此有

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \tag{1.10}$$

在直角坐标系中，将式(1.1)代入式(1.8)，考虑三个坐标轴的单位矢量不随时间改变，因此有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1.11}$$

式中，$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，$v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$为速度在$x$，$y$，$z$轴的分量。由式(1.11)可知，速度的模可以表示为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1.12}$$

速度的SI单位是m/s。表1.3给出了一些实际的速率数值。

表1.3　一些实际的速率数值　　单位：m/s

项　目	数　值	项　目	数　值
光在真空中的传播速率	3.0×10^8	子弹离开枪口的瞬间速度	约 7×10^2
粒子加速器中的电子的运行速率	99.999998%光速	空气分子热运动的平均速率(0 ℃)	4.5×10^2
类星体的退行(最快的)速率	2.7×10^8	空气中声速(0 ℃)	3.3×10^2
太阳在银河系绕银河系中心的运动速率	3.0×10^5	机动赛车的运行速率	10^2
地球公转速率	3.0×10^4	猎豹的奔跑速率	2.8×10^0
人造地球卫星的运转速率	7.9×10^3	人跑步百米世界纪录	1.206×10^0
现代歼击机飞行速率	约 9×10^2	大陆板块移动速率	约 10^{-9}

2. 加速度

当质点的运动速度随时间改变时，常常需要了解速度矢量变化的情况。这个变化可以是运动快慢的变化，也可以是运动方向的变化，一般情况下，速度的方向和大小都在变化。速度矢量变化的情况用加速度表示。如图1.3所示，在时刻t，以$\boldsymbol{v}_a$表示质点位于a点时的速度，在时刻$t+\Delta t$，以$\boldsymbol{v}_b$表示质点位于b点时的速度，则在时间Δt内，质点速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_b-\boldsymbol{v}_a \tag{1.13}$$

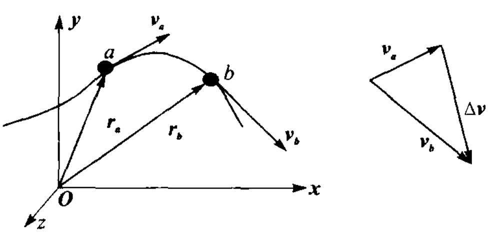


图1.3　速度的增量

类似平均速度的定义，可以定义时刻t附近，时间Δt内的平均加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.14}$$

平均加速度只是反映在时间Δt内速度的平均变化率，为了准确描述质点在某一时刻的速度变化率，必须引入瞬时加速度的概念。当时间间隔Δt趋于零时，式(1.14)表示的平均加速度的极限，即速度对时间的变化率，称为质点在时刻t的瞬时加速度，简称加速度。以$\boldsymbol{a}$表示加速度，有

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} \tag{1.15}$$

加速度也是矢量。质点运动速度的大小和方向的改变，都会引起加速度。在直角坐标系中，将速度的表示式(1.11)代入上式有

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \tag{1.16}$$

式中

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2 x}{dt^2} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d^2 y}{dt^2} \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = \dfrac{d^2 z}{dt^2} \end{cases} \tag{1.17}$$

加速度的模为

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1.18}$$

加速度的 SI 单位是 m/s^2。表 1.4 给出了一些实际的加速度数值。

表 1.4　一些加速度的数值　　　　单位：m/s^2

项　目	数　值	项　目	数　值
超级离心机中粒子的加速度	3×10^6	汽车制动加速度	约 8
步枪子弹在枪膛中的加速度	约 5×10^5	月球表面重力加速度	1.7
使人发晕的加速度	约 7×10	地球公转的加速度	6×10^{-3}
地球表面重力加速度	9.8	太阳绕银河系中心转动的加速度	约 3×10^{-10}

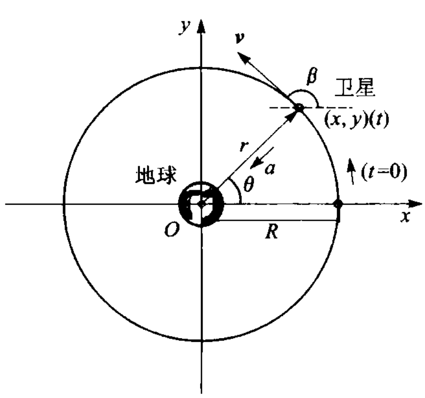


图 1.4　卫星绕地球作圆周运动

[例 1.1]　如图 1.4 所示，人造地球卫星在绕地球的平面轨道内作匀速圆周运动，角速度为 ω，卫星距地球球心的距离为 r，试求(1) 在平面直角坐标系中，卫星任一时刻的位矢、速度和加速度；(2) 当 $r = 5\times10^7$ m，$\omega = 7.3\times10^{-5}\ s^{-1}$，卫星的速率和加速度的大小。

解：(1) 如图 1.4 所示，选择以球心为坐标原点的平面直角坐标系，卫星在任意一点的坐标为

$$x = r\cos\omega t$$

$$y = r\sin\omega t$$

任意时刻 t 的位矢为

$$\boldsymbol{r} = r\cos\omega t\boldsymbol{i} + r\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

任意时刻 t 的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = -r\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + r\omega\cos\omega t\boldsymbol{j} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j}$$

速度的大小速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = r\omega$$

任意时刻 t 的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-r\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-r\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$$

将位矢代入上式有

$$\boldsymbol{a}=-\omega^2(r\cos\omega t\boldsymbol{i}+r\sin\omega t\boldsymbol{j})=-\omega^2\boldsymbol{r}$$

由这一结果可知，卫星加速度的方向总和位矢的方向相反，沿着半径指向圆心。加速度的大小速率为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=r\omega^2$$

(2) 将具体的数字代入，有卫星的速率为

$$v=r\omega=5\times10^7\times7.3\times10^{-5}=3.65\times10^3\ \mathrm{m/s}$$

加速度的大小为

$$a=r\omega^2=5\times10^7\times(7.3\times10^{-5})^2=2.66\times10^{-1}\ \mathrm{m/s^2}$$

[例 1.2]　已知质点的运动方程 $x=3t-3t^2$，$y=t-\frac{4t^3}{3}$，单位为 cm，t 的单位为 s。求 $t=1$ s 时点的速率与加速度的大小。

解： 对质点的运动方程求一阶时间导数，得到质点的运动速度

$$v_x=3-6t,\ v_y=1-4t^2$$

对质点的运动速度再求一阶时间导数，得到质点运动的加速度

$$a_x=-6,\ a_y=-8t$$

由质点运动的速度和加速度分量，可以得到速率和加速度的大小为

$$v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2},\ a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2}$$

将 $t=1$ s 代入上式时，得到

$$v=3\sqrt{2}\ \mathrm{cm/s},\ a=10\ \mathrm{cm/s^2}$$

1.4　圆周运动、抛体运动

1. 圆周运动

质点曲线运动的一个重要特例是圆周运动。当质点作圆周运动时，它具有的速率称为线速度。如图 1.5 所示，以 s 表示从圆周上 A 点起算的弧长，则质点的线速度 v 为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\tag{1.19}$$

以 θ 表示半径 R 从 OA 位置开始转过的角度，由数学关系有 $s=R\theta$，将这一关系代入式(1.19)中，由于 R 是常量，有

$$v=R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\tag{1.20}$$

式中，$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$称为质点运动的角速度。角速度的 SI 单位是 rad/s 或 1/s。以 ω 表示角速度，有

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\tag{1.21}$$

代入式(1.19)得

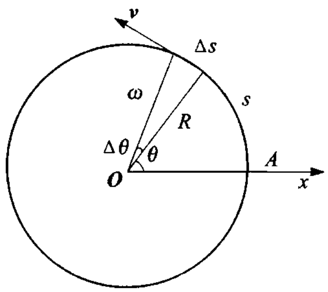


图 1.5 线速度与角速度

$$v = R\omega \tag{1.22}$$

接下来求解圆周运动的加速度。

由于质点作圆周运动时的速度方向不断变化，因此，即使是作匀速圆周运动，质点的加速度也不为零。如图 1.6(a)所示，在时刻 t，以 $\boldsymbol{v}_a$ 表示质点位于 a 点时的速度，在时刻 $t+\Delta t$，以 $\boldsymbol{v}_b$ 表示质点位于 b 点时的速度。参考图 1.6(b)的矢量图，在矢量 $\boldsymbol{v}_b$ 上截取一段 $\boldsymbol{v}_a$，作矢量 $(\Delta\boldsymbol{v})_n$ 和 $(\Delta\boldsymbol{v})_\tau$，则在时间 Δt 内，质点速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v} = (\Delta\boldsymbol{v})_n + (\Delta\boldsymbol{v})_\tau \tag{1.23}$$

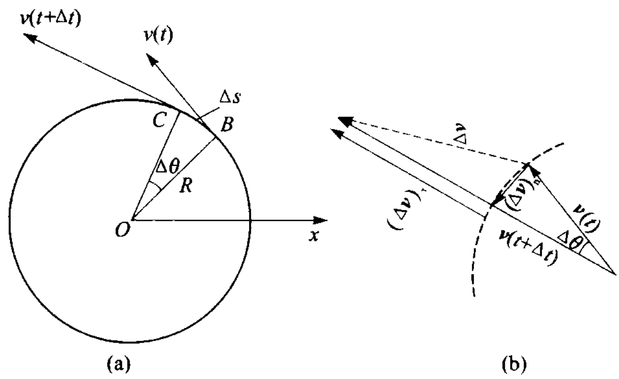


图 1.6 圆周运动的速度变化

由加速度的定义有

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(\Delta\boldsymbol{v})_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(\Delta\boldsymbol{v})_\tau}{\Delta t} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau \tag{1.24}$$

式中

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}_\tau = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{(\Delta\boldsymbol{v})_\tau}{\Delta t} \\ \boldsymbol{a}_n = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{(\Delta\boldsymbol{v})_n}{\Delta t} \end{cases} \tag{1.25}$$

称为切向加速度和法向加速度。

对于切向加速度的大小，由图 1.6(b)可知

$$(\Delta v)_\tau = v_b - v_a = \Delta v$$

因此，$\boldsymbol{a}_\tau$ 的大小为

$$a_\tau = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1.26}$$

当 Δt 趋于零时，$(\Delta\boldsymbol{v})_\tau$ 的方向趋于和 $\boldsymbol{v}_a$ 相同，因此 $\boldsymbol{a}_\tau$ 的方向与 $\boldsymbol{v}_a$ 的方向相同，也沿切线方向。当 $a_\tau>0$，表示速率随时间增大，$\boldsymbol{a}_\tau$ 与速度 $\boldsymbol{v}$ 同向；当 $a_\tau<0$，表示速率随时间减小，$\boldsymbol{a}_\tau$ 与速度 $\boldsymbol{v}$ 反向。

将式(1.22)代入式(1.26)可得

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}(R\omega)}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{1.27}$$

式中，$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$为质点运动角速度对时间的变化率，称为角加速度。它的 SI 单位是 $\mathrm{rad/s^2}$ 或 1/s。以 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$表示角加速度，则有

$$a_\tau = R\alpha \tag{1.28}$$

即切向加速度等于半径与角加速度的乘积。

对于法向加速度的大小，参考图 1.6(a)和(b)图中的两个相似三角形，有

$$\frac{|(\Delta v)_n|}{v}=\frac{\overline{ab}}{R}$$

或

$$|(\Delta v)_n| = v\frac{\overline{ab}}{R}$$

式中，$\overline{ab}$为弦长。当 Δt 趋于零时，弦长$\overline{ab}$趋于弧长 Δs，$\boldsymbol{a}_n$ 的大小为

$$a_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|(\Delta \boldsymbol{v})_n|}{\Delta t}=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{v^2}{R} \tag{1.29}$$

考虑式(1.22)的结果，有

$$a_n = \omega^2 R \tag{1.30}$$

$\boldsymbol{a}_n$ 的方向总是垂直于速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向并且指向圆心。这是因为当 Δt 趋于零时，则有 $\Delta\theta$ 趋于零所致。

2. 抛体运动

由地面上某点以速度 $\boldsymbol{v}$ 向空中抛出一个物体，物体在空中的运动称为抛体运动。根据速度 $\boldsymbol{v}$ 与水平面之间的夹角不同，抛体运动又可以分为平抛运动、斜抛运动和竖直上抛运动，速度方向与水平方向的夹角分别对应为 0°、大于 0°小于 90°和等于 90°。抛体运动是一个平面运动，运动轨迹在抛射速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向与竖直方向所组成的平面内。当忽略空气阻力以及抛射高度的影响，抛射物体的加速度始终为重力加速度 $\boldsymbol{g}$。

取平面直角坐标系，坐标原点为抛射点，x 轴 y 轴分别沿水平方向和竖直方向，如图 1.7 所示。$\boldsymbol{v}_0$ 表示抛射物体的初速度，θ 表示抛射物体的抛射角，$t=0$ 时，物体位于坐标原点，有

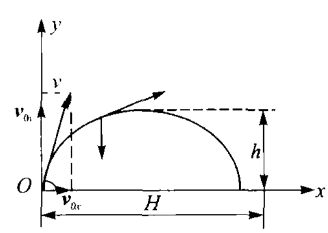


图 1.7　抛体运动

$$v_{0x}=v_0\cos\theta,\ v_{0y}=v_0\sin\theta$$

物体所受的加速度为

$$a_x = 0,\ a_y = -g$$

利用这些条件，可得物体在空中任意时刻的速度为

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\theta \\ v_{0y} = v_0\sin\theta - gt \end{cases} \tag{1.31}$$

以及位置为

$$\begin{cases} x = v_0\cos\theta\cdot t \\ y = v_0\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \tag{1.32}$$