

**ABAQUS CAE**工程师系列丛书

# ABAQUS在 能源工程中的 算例和应用

沈新普(沈阳工业大学)

美国奥博世软件公司北京代表处 编著



ABAQUS CAE 工程师系列丛书

# ABAQUS 在能源工程 中的算例和应用

沈新普(沈阳工业大学)  
美国奥博世软件公司北京代表处 编著



机械工业出版社

ABAQUS 作为一种重要的数值模拟和仿真计算工具近年来逐渐得到广泛应用。本书针对工程项目原型，详细介绍了 ABAQUS 在能源工程中应用的几个实例，包括 ABAQUS 在汽轮机分析中的应用、预应力混凝土反应堆安全壳（PCCV）的破坏分析、岩土材料与结构的渗流与变形耦合分析等。

本书适合能源行业从事 CAE 的工程技术人员阅读，也可供高等院校相关专业的师生参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

ABAQUS 在能源工程中的算例和应用 / 沈新普，美  
国奥博世软件公司北京代表处编著。—北京：机械  
工业出版社，2010.7

(ABAQUS . CAE. 工程师系列丛书)

ISBN 978-7-111-30930-7

I. ①A… II. ①沈…②美… III. ①能源 - 工  
程 - 应用软件，ABAQUS IV. ①TK01 - 39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 106744 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：孔 劲 责任编辑：孔 劲 刘本明

版式设计：张世琴 责任校对：姜 婷

封面设计：姚 毅 责任印制：李 妍

北京富生印刷厂印刷

2010 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 10.75 印张 · 203 千字

0001—3000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-30930-7

定价：23.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

策划编辑：(010)88379772

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010)68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010)88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部：(010)68993821

# 前　　言

随着工业水平的提高及计算技术的高速发展，ABAQUS 作为一种主要的数值模拟和仿真计算工具正在得到越来越广泛的应用。从最初的集中在航空航天和汽车制造行业，到目前在石油开采和建筑、电力等行业的应用，几乎无处不见 ABAQUS 的影子。探讨和报道 ABAQUS 应用技术的学术文章也大量涌现在各种学术期刊和文集之中。另一方面，ABAQUS 软件自从 6.5 版以来，其安装软件就一直附带有大量的实例模型的数据文件，涉及的题目遍及许多重要的工业领域。有经验的用户可以从中学到大量的十分新鲜的建模知识和技能。

尽管有了上述文献资料，但有关文章对 ABAQUS 模型细节描述甚少，而 ABAQUS 安装程序自带的模型虽然很多，但是缺乏文字说明，这就导致读者比较难以重复文献的计算实例。针对这一现状，作者认为有必要撰写一本既介绍 ABAQUS 模型建模细节，又介绍相关理论的书籍，以供读者朋友必要时参考。这就是本书写作的背景及出发点。

本书包含了作者熟悉的 ABAQUS 在能源工程中应用的几个例子。在这些例子中，有些模型基本上就是作者本人完成的工程项目的原型，这些模型曾经被用作教学实例在沈阳工业大学 ABAQUS 培训班上进行过详细的讲解。这些模型的数据读者若有需要可以向本人索取。有些模型是 ABAQUS 安装软件自带的实例，读者朋友可以自己在相应的子目录中找到模型文件。还有一些章节是在 ABAQUS 公司(现为达索 SIMVLIA 公司)提供的资料基础上编写的。

借此机会谨向 ABAQUS 中国总代理白锐先生、经理 Vivian Gao 女士、北方地区经理于浩先生、工程师张涛先生、技术总监龚平博士的支持表示感谢。感谢清华大学庄苗教授多年来给予的帮助。感谢沈阳工业大学计算力学所李晓川、黄志强、郭丽丽、杜显赫等在本书写作过程中给予的帮助和支持。

衷心希望本书提供的资料能够给读者朋友有益的帮助，希望 ABAQUS 在祖国现代化建设中能发挥更大的作用。

作者个人网站：[www.shenxinpu.com](http://www.shenxinpu.com)。

沈新普  
于沈阳工业大学  
2008 年 2 月

# 目 录

<b>前言</b>	
<b>第1章 预应力混凝土反应堆安全壳(PCCV)的破坏数值模拟</b>	
1.1 本构模型	1
1.1.1 混凝土损伤塑性模型	1
1.1.2 加强肋建模的理论基础	7
1.2 核反应堆钢筋混凝土安全壳的弹塑性损伤分析	21
本章参考文献	34
<b>第2章 埋地管线的力学建模与分析</b>	35
2.1 ABAQUS 中的管道-土壤相互作用单元	35
2.1.1 将管道-土壤相互作用行为赋给一个 PSI 单元	36
2.1.2 运动学和局部坐标系	36
2.1.3 本构模型	37
2.2 ABAQUS/Standard 模块中管道-土壤相互作用单元库	42
2.3 算例	43
2.4 埋地管道的静力学模型与分析	48
本章参考文献	55
<b>第3章 ABAQUS 在汽轮机分析中的应用</b>	56
3.1 循环对称理论基础	56
3.2 循环对称算例	58
3.3 动力分析基本概念	59
3.4 汽轮机叶片有限元分析	60
3.5 ABAQUS 在汽轮机领域应用中的优势	96
<b>第4章 某发电厂磨煤机的三维有限元数值计算及疲劳分析</b>	100
4.1 引言	100
4.2 磨煤机在正常工作条件下的有限元变形与应力分析	103
4.3 结构在有钢球卡入衬板缝隙时的有限元数值分析	107
4.4 小结	111
<b>第5章 岩土材料与结构的渗流与变形耦合分析</b>	113
5.1 孔隙介质的等效应力原理	113
5.2 基本概念	114
5.3 孔隙介质的本构行为	115
5.4 弥散和变形耦合问题的求解方法	117
5.5 实例：储油层射孔三维弹塑性变形与渗流耦合分析	118
5.6 小结	126
<b>第6章 岩土材料与结构的弹塑性蠕变和渗流分析</b>	127
6.1 蠕变模型的理论	127
6.2 蠕变模型参数选取	131

---

6.3 实例：地下储库施工引起的 岩体弹塑性蠕变及套管 变形数值模拟.....	132	7.4 弹塑性变形与瞬态渗流 耦合计算结果及分析.....	147
6.4 小结.....	141	7.5 结论.....	152
<b>第7章 储层压实致套管损坏</b>		<b>本章参考文献</b> .....	152
机理数值模拟 .....	143	<b>第8章 岩石爆破三维动力学</b>	
7.1 引言.....	143	有限元数值模拟 .....	154
7.2 几何模型及材料 参数的确定.....	144	8.1 引言 .....	154
7.3 有限元网格及边界 条件.....	145	8.2 力学模型.....	154
		8.3 数值应用.....	155
		8.4 结论.....	162
		本章参考文献 .....	162

# 第1章 预应力混凝土反应堆安全壳 (PCCV) 的破坏数值模拟

由于核电站的预应力钢筋混凝土反应堆安全壳结构复杂，其有限元数值模拟是一个具有挑战性的问题。设计由预应力超配筋混凝土构成的反应堆安全壳时，要求包壳在混凝土材料开裂之后仍然具有一定的变形能力。在核工业中，ABAQUS 软件被广泛用于分析这样的结构，评估这些结构的承载能力，改进这些设施以及其他类似的钢筋混凝土结构的性能。ABAQUS 的主要优点体现在：

- 1) 所提供的本构模型能够精确地模拟混凝土结构的行为特征，包括由于开裂引起的损伤和刚度损伤。
- 2) 能够精确模拟预应力钢筋。ABAQUS 还提供一个选项，能够给定“保持施加的预应力值”，用以模拟预先施加有拉伸预应力的预应力混凝土结构。

本章将分别介绍混凝土塑性损伤本构模型、钢筋的模拟技术和预应力混凝土核反应堆安全壳的 ABAQUS 计算模型及结果。

## 1.1 本构模型

本构模型是力学模型的主要内容之一，它描述材料行为中的应力-应变关系。本小节将介绍混凝土的损伤塑性本构模型。此外，本节还将介绍加强肋(rebar)单元的基础原理。

### 1.1.1 混凝土损伤塑性模型

该模型是一个基于塑性的连续损伤模型。模型假设混凝土的破坏机理有两种：一种是张开裂纹引起的破坏，另一种是混凝土材料被压碎造成的破坏。塑性(或破坏)加载面的演化由两个硬化变量来控制：一个是  $\bar{\varepsilon}_t^p$  (即拉伸载荷产生的张开塑性应变的等效应变)，另一个是  $\bar{\varepsilon}_c^p$  (即压缩载荷引起的压缩塑性应变的等效应变)。下面分别讲述混凝土力学行为中主要的假设。

#### 1. 受单向拉伸、压缩的混凝土的力学行为

图 1-1 所示为单向拉伸和压缩时的混凝土的力学行为，它表现出强烈的塑性损伤耦合特征。从图中可以看出，在单向拉伸载荷作用下，在应力达到破坏应力  $\sigma_{t0}$  之前，应力-应变关系是线性的。应力达到  $\sigma_{t0}$  时，混凝土材料内部开始萌生微裂纹。应力高于  $\sigma_{t0}$  时，微裂纹的形成及扩展体现为宏观软化的应力-应变响应，

而这个软化特性将导致混凝土结构中应变局部变化。在单向压缩载荷下，应力达到 $\sigma_{c0}$ 之前的应力-应变关系也是线性的。在塑性阶段，应力-应变关系曲线先有一段硬化行为。在应力达到最大应力点 $\sigma_{cu}$ 之后，应力-应变关系表现出了应变软化特性。这一模型虽然简单，但反映了混凝土应力-应变行为的主要特性。上述应力-应变曲线也可以换算成应力-塑性应变曲线。这个换算是由ABAQUS软件根据用户提供的应力-塑性应变曲线数据自行进行的。这里可以一般地定义为

$$\sigma_t = \sigma_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl}, \dot{\bar{\varepsilon}}_t^{pl}, \theta, f_i) \quad (1-1)$$

$$\sigma_c = \sigma_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl}, \dot{\bar{\varepsilon}}_c^{pl}, \theta, f_i) \quad (1-2)$$

式中，下标 t 和 c 分别代表“拉伸”和“压缩”； $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$  和  $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$  分别是拉伸和压缩时的等效塑性应变；上标“·”表示对时间求导； $\theta$  是温度； $f_i (i=1, 2, \dots)$  是其他用户定义的场变量。

如图 1-1 所示，当混凝土试件在应力-应变曲线的软化区内的某一点卸载时，卸载模量较初始模量有所降低，也就是发生了刚度劣化(或称损伤)。

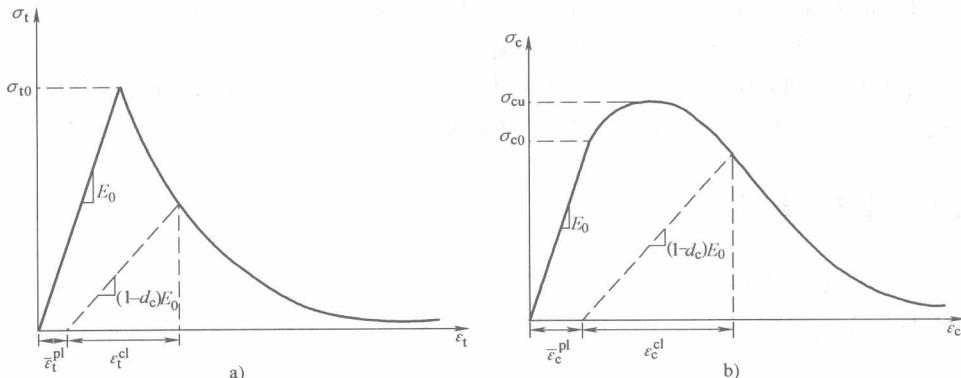


图 1-1 单向拉伸和压缩时混凝土的力学行为

a) 拉伸 b) 压缩

这个刚度劣化现象是通过两个损伤变量 $d_t$  和  $d_c$  来描述的。这两个变量都假设是塑性应变-温度-场变量的函数，其一般形式为

$$d_t = d_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl}, \theta, f_i) \quad \theta \leq d_t \leq 1 \quad (1-3)$$

$$d_c = d_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl}, \theta, f_i) \quad \theta \leq d_c \leq 1 \quad (1-4)$$

式中，损伤变量 $d_t$ 、 $d_c$  的取值范围为 $[0, 1]$ ，分别表示初始无损状态和最后的完全破坏状态。

如果 $E_0$  是初始无损伤材料的弹性模量，则在单向拉伸和压缩载荷作用下的胡克定律可分别写为

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (1-5)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (1-6)$$

从而可进一步定义“有效”拉伸和压缩粘聚应力为

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{1 - d_t} = E_0 (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (1-7)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{1 - d_c} = E_0 (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (1-8)$$

这个“有效”粘聚应力决定了屈服面(或破坏面)的尺寸范围。

## 2. 卸载行为

应力-应变曲线的卸载特性对于受周期载荷作用的结构分析有重要意义。这时,由于裂纹的闭合、张开以及裂纹间的相互作用,使得结构的响应有较高的非线性度。在试验中已经观察到受损伤材料在载荷方向改变时有一定程度的刚度恢复现象。刚度恢复现象有时也称作“单向效应”。当载荷由拉伸变为压缩时,单向效应最为明显:这时的拉伸裂纹会闭合,从而表现出抗压刚度恢复特性。混凝土的损伤塑性模型中,受损伤材料的弹性模量  $E$  与无损伤材料的弹性模量  $E_0$  之间具有下列关系:

$$E = (1 - d) E_0 \quad (1-9)$$

这里采用了勒梅特(Lemaitre)的“等效应变假设”。式中  $d$  是一个综合损伤变量。上述关系对拉伸和压缩应力状态都成立。综合损伤变量  $d$  是应力状态  $\sigma_{11}$ 、拉伸损伤  $d_t$ 、压缩损伤  $d_c$  三者的函数,其表达式为

$$1 - d = (1 - s_t d_c) (1 - s_c d_t) \quad (1-10)$$

式中,  $s_t$  和  $s_c$  均为应力状态的函数,它们的作用是引入与可逆应力状态相关联的刚度恢复的特性。它们的计算式为

$$s_t = 1 - w_t \gamma^*(\sigma_{11}) \quad 0 \leq w_t \leq 1 \quad (1-11)$$

$$s_c = 1 - w_c [1 - \gamma^*(\sigma_{11})] \quad 0 \leq w_c \leq 1 \quad (1-12)$$

式中,  $\gamma^*(\sigma_{11}) = H(\sigma_{11}) = \begin{cases} 1 & \text{当 } \sigma_{11} > 0 \\ 0 & \text{当 } \sigma_{11} \leq 0 \end{cases}$ , 其中  $H$  是亥维塞(Heaviside)函数;

权系数  $w_t$  和  $w_c$  是材料参数,它们控制着可逆载荷作用下拉伸刚度和压缩刚度的恢复程度。图 1-2 对此进行了说明。

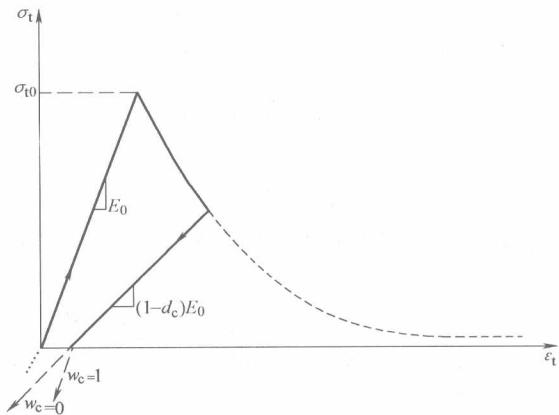
假设材料中不含初始压碎损伤,即  $\bar{\varepsilon}_c^{pl} = 0$ ,  $d_c = 0$ , 则有

$$(1 - d) = (1 - s_c d_t) = 1 - [1 - w_c (1 - \gamma^*)] d_t \quad (1-13)$$

如  $\sigma_{11} > 0$ , 则  $\gamma^* = 1$ , 由上式得  $d = d_t$ ; 如  $\sigma_{11} < 0$ , 则  $\gamma^* = 0$ ,  $d = (1 - w_c) d_t$ 。

若取  $w_c = 1$ , 则有  $d = 0$ , 表示材料完全恢复了其抗压刚度; 若取  $w_c = 0$ , 则有  $d = d_t$ , 也就是抗压刚度没有恢复;  $w_c$  当取介于 0 和 1 之间的值时,表示抗压刚度部分可恢复。

三维多向应力状态下的广义胡克定律一般可以写成如下的矢量形式:

图 1-2 抗压刚度恢复权系数  $w_c$  的说明示意图

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d) \mathbf{D}_0^{\text{el}} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}}) \quad (1-14)$$

式中,  $\mathbf{D}_0^{\text{el}}$  是初始无损伤弹性矩阵。

多向应力状态下, 综合损伤变量  $d$  表达式中的阶跃函数  $\gamma^*(\sigma_{11})$  变成下面的多向应力影响因子  $\gamma(\hat{\sigma})$ :

$$\gamma(\hat{\sigma}) = \frac{\sum_{i=1}^3 < \sigma_i >}{\sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|} \quad 0 \leq \gamma(\hat{\sigma}) \leq 1 \quad (1-15)$$

式中,  $\sigma_i (i=1,2,3)$  是主应力分量; 符号  $<\cdot>$  的意义是  $<x> = \frac{1}{2}(|x| + x)$ 。

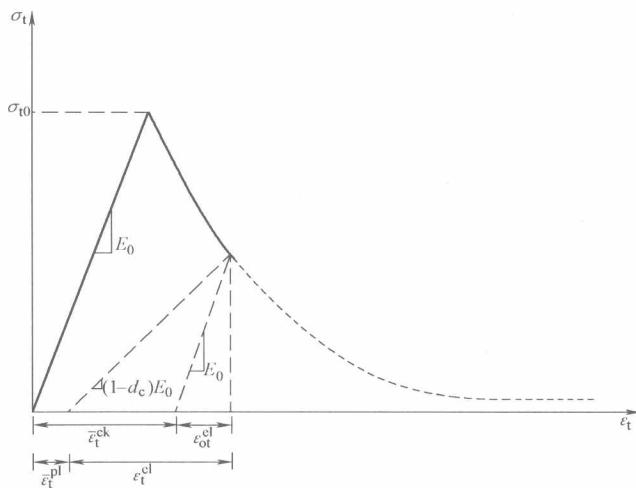
### 3. 钢筋强化

混凝土的抗拉能力很弱, 钢筋能有效地增强混凝土结构的抗拉性能。ABAQUS 中的钢筋强化特性是通过定义强化了的拉伸塑性应力-应变曲线来实现的。这里的钢筋不再以独立的金属材料形式出现, 而是被包含在基于试验的等效钢筋混凝土模型中。等效钢筋混凝土模型的拉伸塑性行为曲线可以用两种方法定义: 一种是用峰值后区应力-应变曲线的试验值直接定义, 另一种是采用基于断裂能的开裂准则来定义。

在强化混凝土模型中, 峰值后区应力-应变曲线的定义通常是给定一个应力与开裂应变  $\bar{\varepsilon}_t^{\text{ck}}$  的函数关系。开裂应变的定义为总应变渐趋于无损伤材料相对应的弹性应变值后的应变部分(见图 1-3), 即

$$\bar{\varepsilon}_t^{\text{ck}} = \varepsilon_t - \varepsilon_{ot}^{\text{el}} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (1-16)$$

当钢筋数目很少时, 峰值后区的应力-应变曲线会很陡, 而曲线越陡, 材料

图 1-3 开裂应变  $\bar{\varepsilon}_t^{ck}$  的定义说明图

越脆，从而数值结果将有较大的网格依赖性。在实际计算中，网格划分时应注意让每一个单元都包含钢筋。

钢筋和混凝土的相互作用能减小数值结果的网格依赖性，但前提是模型的拉伸软化区特性能反映真实的钢筋与混凝土的相互作用。对于有较多钢筋强化的混凝土，可以假设促使非弹性发生时的应变为  $10^{-4}$ ，而完全拉伸断裂时的应变为  $10^{-3}$ ，即 10 倍于弹性极限应变。

(1) 压缩行为特性的定义 钢筋混凝土的压缩行为特性主要取决于素混凝土，与钢筋关系不大。ABAQUS 中用一系列经验数据来定义应力与非弹性压碎应变  $\bar{\varepsilon}_c^{in}$  之间的关系，必要时还可以引入温度、变形速率等因素对应力强度值的影响。压缩应力-应变曲线是以绝对值的形式给出的。应力-应变曲线包括极值点前的强化区和极值点后的应变软化区。

应变硬化数据的应力强度值是与对应的非弹应变  $\bar{\varepsilon}_c^{in}$  一起给出的。这里没有采用塑性应变  $\bar{\varepsilon}_c^{el}$ 。压缩非弹性应变是总应变与无损材料弹性应变的差值(见图 1-4)，即

(2) 损伤演化的定义 损伤变量  $d_t$  和  $d_c$  的定义和演化律是通过各自相对应的一系列数值给出的。在 ABAQUS 中，损伤变量是不可逆的非负变量。在任一个增量步中，损伤变量均取在上一步迭代收敛得到的损伤值和本步非弹性应变对应的损伤值二者当中的较大者，也就是

$$d_t |_{t+\Delta t} = \max \{ d_t |_t, d_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl} |_{t+\Delta t}, \theta |_{t+\Delta t}, f_i |_{t+\Delta t}) \} \quad (1-17)$$

$$d_c |_{t+\Delta t} = \max \{ d_c |_t, d_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl} |_{t+\Delta t}, \theta |_{t+\Delta t}, f_i |_{t+\Delta t}) \} \quad (1-18)$$

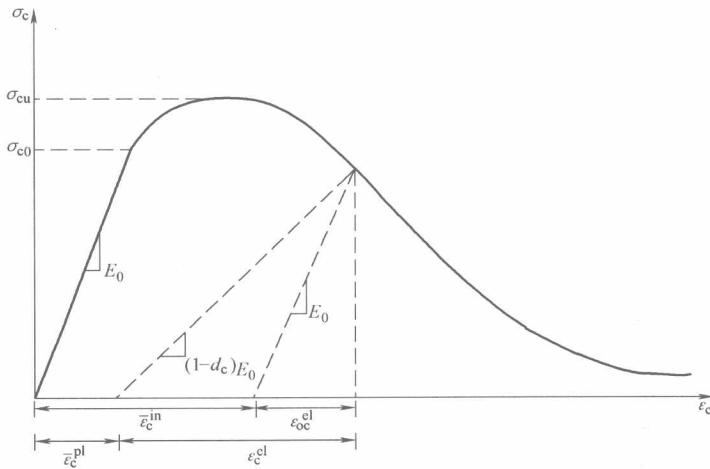


图 1-4 压缩非弹性应变的定义示意图

(3) 混凝土塑性 混凝土的塑性是通过在有效应力空间中定义塑性势函数、屈服函数来完成的。

弹性状态下有如下形式的胡克定律：

$$\bar{\sigma} = D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (1-19)$$

塑性势函数和屈服函数的定义中用到了两个有效应力不变量，即有效应力第一不变量  $\bar{p}$  和第二不变量  $\bar{q}$ ，分别为

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} \text{trace}(\bar{\sigma}) \quad (1-20)$$

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2} (\bar{s} : \bar{s})} \quad (1-21)$$

式中， $\bar{s}$  是有效偏应力张量，计算式为

$$\bar{s} = \bar{\sigma} + \bar{p}I \quad (1-22)$$

(4) 塑性流动 混凝土损伤塑性模型采用了非关联的塑性流动准则。塑性势函数  $G$  的形式为 Drucker-Prager 双曲线函数。

$$G = \sqrt{(\delta \sigma_{10} \tan \phi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \phi \quad (1-23)$$

式中， $\phi(\theta, f_i)$  是在  $p-q$  平面内高侧压力下的扩容角，单位为度( $^\circ$ )； $\sigma_{10}(\theta, f_i)$  是损伤开始出现时的单向拉应力值，它是在计算之前给定的； $\delta(\theta, f_i)$  是一个偏心参数，ABAQUS 中  $\delta$  的默认值为  $\delta=0.1$ 。由于采用了非关联流动准则，ABAQUS 生成的刚度阵是非对称的。

(5) 屈服函数 这里采用的屈服函数取自 Lubline(1989) 的文献，并且采纳了 Lee 和 Fenves(1998) 年所作的改进，从而可以计入拉伸和压缩载荷下材料强度

值的不同变化率。屈服面的演化由等效塑性应变  $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$  和  $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$  来控制，在有效应力空间中给出的 Lubliner 型的屈服函数为

$$F = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\bar{\varepsilon}_t^{pl}) < \hat{\sigma}_{max} > - \gamma < -\hat{\sigma}_{max} >) - \bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl}) = 0 \quad (1-24)$$

其中

$$\alpha = \frac{\left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{e0}} \right) - 1}{2 \left( \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{e0}} \right) - 1} \quad 0 \leq \alpha \leq 0.5 \quad (1-25)$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (1-26)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - k_c)}{2k_c - 1} \quad (1-27)$$

式中， $\hat{\sigma}_{max}$  是有效应力张量的最大主应力分量； $\sigma_{b0}/\sigma_{e0}$  双向压缩初始屈服强度与单向压缩初始屈服强度的比值（默认值取 1.16）；参数  $k_c$  是拉伸子午线上的第二应力不变量  $q(T.M.)$  与压缩子午线上的第二应力不变量  $q(C.M.)$  在任意使最大主应力分量  $\hat{\sigma}_{max} < 0$  的静水压力  $p$  作用下的比值， $0.5 < k_c < 1.0$ ，默认值为  $2/3$ ； $\bar{\sigma}_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl})$  是有效抗拉强度值， $\bar{\sigma}_c(\bar{\varepsilon}_c^{pl})$  是有效抗压强度值。图 1-5 给出了不同的  $k_c$  值对应的  $\pi$  平面上的屈服面，图 1-6 给出了平面应力状态下的屈服面的形式。

(6) 非关联塑性流动 由于塑性流动是非关联的，利用混凝土塑性损伤推导出了一个非对称的刚度阵。因此，为了在 ABAQUS/Standard 获得一个可接受的收敛速度，应利用非对称矩阵的求解方法。如果在分析中使用混凝土塑性损伤，ABAQUS/Standard 将自动激活非对称解决方案。如果需要，就特殊分析步而言，可以关掉非对称解决方案而采用对称求解格式。

## 1.1.2 加强肋建模的理论基础

本小节将对以下问题进行介绍：

- 1) 二维问题中的加强肋建模。

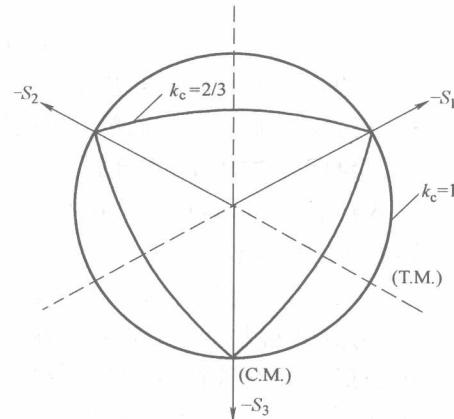


图 1-5 不同的  $k_c$  值对应的  $\pi$  平面上的屈服面示意图

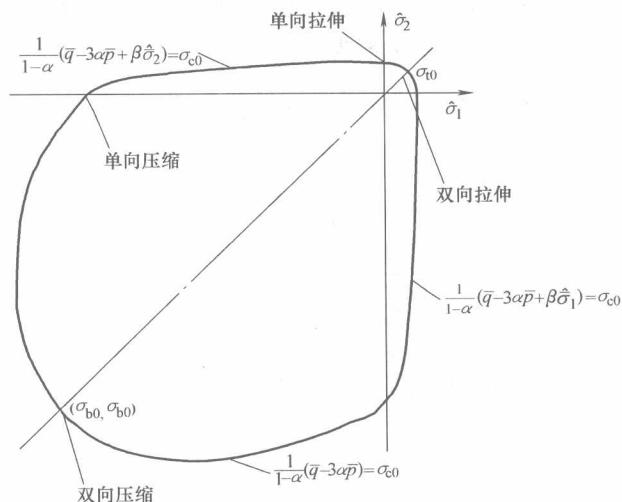


图 1-6 平面应力状态下的屈服面示意图

2) 三维问题中的加强肋建模。

3) 板壳、薄膜和空间面单元中的加强肋建模。

### 1. 二维问题中的加强肋建模

在 ABAQUS/Standard 和 ABAQUS/Explicit 模块中都可以使用 rebar 来建立二维问题的加强肋模型。

令  $g_i$  ( $i=1,2$ ) 为单元的局部等参坐标;  $r$  为沿单元表面与加强肋所在平面相交形成的交线的局部等参坐标, 在单元中,  $-1 \leq r \leq 1$ , 如图 1-7 所示。

加强肋所在的平面总是与单元表面垂直。

对加强肋在第一、二个点求积分, 这取决于加强肋所依附的固体单元的插值阶次。在每个积分点上积分域的体积、积分点位置、加强肋的应变、加强肋应变的一阶变分  $\delta\epsilon$  和二阶变分  $d\delta\epsilon$  可以表示成如下形式:

$$\Delta V = \frac{A_r}{S_r} \left( \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial X}{\partial r} \right)^{\frac{1}{2}} t_0 W_N \quad (1-28)$$

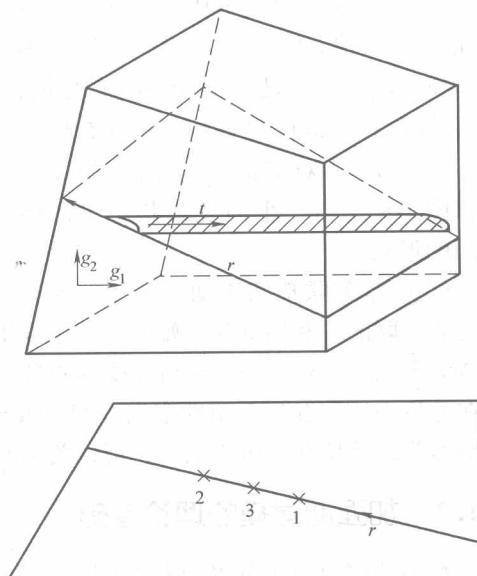


图 1-7 二维问题中的加强肋建模

式中,  $\Delta V$  是积分域的体积;  $t_0$  对平面单元来说是初始厚度, 对轴对称单元来说是 $2\pi x_1$ ;  $A_r$  是加强肋横截面面积;  $S_r$  是加强肋的间距(对于轴对称单元  $S_r = (x_1/x_1^0)S_r^0$ , 其中  $x_1^0$  是半径, 间距  $S_r^0$  给定);  $W_N$  是高斯加权因子, 与沿  $r$  的积分点有关;  $x=x(g_i)$  是积分点的位置; 并且

$$\frac{\partial X}{\partial r} = \frac{\partial X}{\partial g_i} \frac{\partial g_i}{\partial r} \quad (1-29)$$

应变为

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{dl^2}{dl_0^2} \right) \quad (1-30)$$

式中,  $dl$  和  $dl_0$  分别是在当前和初始结构中沿加强肋的长度。

单元中的允许变形为

$$\left( \frac{dl}{dl_0} \right)^2 = \cos^2 \alpha \lambda_r^2 + \sin^2 \alpha \lambda_t^2 \quad (1-31)$$

式中,  $\alpha$  是从模型平面到加强肋的方位角;  $\lambda_r$  是  $r$  方向的拉伸率;  $\lambda_t$  是厚度方向的拉伸率: 对平面应力和平面应变问题  $\lambda_t = 1$ , 对广义平面应变问题  $\lambda_t = t/t_0$ (其中  $t$  在“广义平面应变单元”中给定), 对轴对称单元  $\lambda_t = x_1/x_{10}$ 。

$$\lambda_r^2 = \frac{\left( \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial X}{\partial r} \right)}{\left( \frac{\partial X_0}{\partial r} \frac{\partial X_0}{\partial r} \right)} \quad (1-32)$$

利用这些结果, 应变的一阶变分是

$$\delta\varepsilon = \left( \frac{dl_0}{dl} \right)^2 \left[ \cos^2 \alpha \frac{\left( \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \delta X}{\partial r} \right)}{\left( \frac{\partial X_0}{\partial r} \frac{\partial X_0}{\partial r} \right)} + \delta p_t \right] \quad (1-33)$$

式中, 对平面应力和平面应变问题  $\delta p_t = 0$ ; 对广义平面应变问题  $\delta p_t = \sin^2 \alpha \frac{t \delta t}{t_0^2}$ ;

对轴对称问题  $\delta p_t = \sin^2 \alpha \frac{x_1 \delta x_1}{x_1^2}$ 。

应变的二阶变分为

$$\begin{aligned} d\delta\varepsilon = -2 \left( \frac{dl_0}{dl} \right)^2 & \left[ \cos^2 \alpha \frac{\left( \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \delta X}{\partial r} \right)}{\left( \frac{\partial X_0}{\partial r} \frac{\partial X_0}{\partial r} \right)} + \delta p_t \right] \left[ \cos^2 \alpha \frac{\left( \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \delta X}{\partial r} \right)}{\left( \frac{\partial X_0}{\partial r} \frac{\partial X_0}{\partial r} \right)} + dp_t \right] \\ & + \left( \frac{dl_0}{dl} \right)^2 \left[ \cos^2 \alpha \frac{\left( \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \delta X}{\partial r} \right)}{\left( \frac{\partial X_0}{\partial r} \frac{\partial X_0}{\partial r} \right)} + d\delta p_t \right] \end{aligned} \quad (1-34)$$

## 2. 三维问题中的加强肋建模

在 ABAQUS/Standard 和 ABAQUS/Explicit 模块中都可以使用 rebar 来建立三维问题的加强肋模型。

令  $g_i (i=1,2,3)$  为加强肋所在的基体固体单元的等参坐标,  $r_\alpha (\alpha=1,2)$  为加强肋所在平面的等参坐标 ( $-1 \leq r_\alpha \leq 1$ ),  $t$  为沿加强肋方向的材料坐标 (见图 1-8)。

用  $2 \times 2$  或  $1 \times 1$  的高斯积分格式对加强肋进行积分。这里的积分阶次的选择取决于加强肋所在的基体单元的插值阶次: 在每个积分点的积分域的体积是

$$\Delta V = \frac{A_r}{S_r} \left| \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial r_1 \partial r_2} \right| W_N \quad (1-35)$$

式中,  $A_r$  是加强肋横截面面积;  $S_r$  是加强肋的间距;  $W_N$  是高斯积分的权系数;  $\mathbf{X}$  是高斯点的位置坐标矢量, 且有

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial r_\alpha} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial g_i} \frac{\partial g_i}{\partial r_\alpha} \quad (1-36)$$

在这些表达式中, 所有的量在参考构型中选取, 这样 ABAQUS 忽略由于加强肋的应变造成的加强肋横截面的变化, 以及加强肋间距的变化。

加强肋的应变为

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{g}{G} \right) \quad (1-37)$$

式中,  $g = \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial X}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial r_i} \frac{\partial r_i}{\partial t}$ ;  $G$  是在初始配置中  $g$  的值。

为了方便起见, 引入一个材料坐标  $s$ , 用它来表示在当前构型中沿加强肋轴线的距离, 且有

$$ds = \sqrt{g} dt \quad (1-38)$$

用  $s$  表示的应变的一阶变分是

$$\delta \varepsilon = \frac{\partial X}{\partial s} \frac{\partial \delta u}{\partial s} \quad (1-39)$$

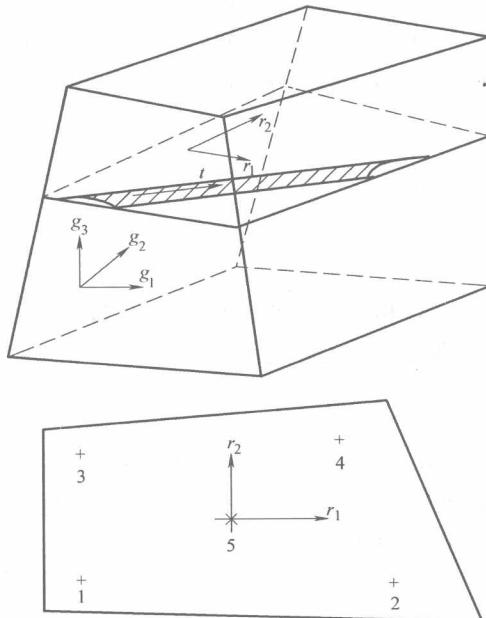


图 1-8 三维问题中的加强肋建模

应变的二阶变分为

$$d\delta s = \frac{\partial \delta u}{\partial s} \frac{\partial du}{\partial s} - 2 \frac{\partial \delta u}{\partial s} \frac{\partial X}{\partial s} \frac{\partial X}{\partial s} \frac{\partial du}{\partial s} \quad (1-40)$$

### 3. 板壳、薄膜和空间面单元中的加强肋建模

在 ABAQUS/Standard 和 ABAQUS/Explicit 模块中都可以使用 rebar 来建立板壳、薄膜和空间面单元中的加强肋模型。板壳、薄膜和空间面单元中的加强肋的定义是基于以下三种几何特性的：

- 1) 每一个单独的加强肋的横截面面积。
- 2) 加强肋间的间距。
- 3) 与加强肋所在单元的局部坐标系相关的加强肋方位。

在壳单元中，定义加强肋还需要确定从壳单元的中面到加强肋的距离。基于这些几何特性和加强肋材料的弹性模量，ABAQUS 创建一个等效“弥散”(smeared)正交各向异性层。这个等效加强肋层平行于加强肋所在单元的中面。在膜单元和空间面单元中，这个正交各向异性层与加强肋所在单元平面一致。而在壳单元中，它可以向上偏移壳厚度的一半。在几何线性分析中，等效加强肋层的几何特性保持一个常量。然而，在几何非线性分析中，这些几何特性将随有限应变而改变。

用户可以有许多选项去定义加强肋在单元中的方向。在每一种情况下， $\theta$  用来表示加强肋与一个单元等参坐标之间的角度，它的符号规定从加强肋所在单元的法线转向单元体方向为正值。引入单位方向矢量  $T$  来表示加强肋在单元一点处的方向。等参方向可以通过切线矢量  $A_\alpha$  给出：

$$A_\alpha = \frac{\partial X}{\partial \xi_\alpha} = \frac{\partial N_A}{\partial \xi_\alpha} X_A \quad (1-41)$$

式中， $X$  是参考中面位置； $\xi_\alpha$  ( $\alpha = 1$  或  $2$ ) 是等参坐标函数； $N_A$  是单元的形函数； $X_A$  是单元的参考节点位置。

参考或初始加强肋角度  $\psi$  由加强肋单位方向矢量  $T$  和等参方向  $A_\alpha$  的内积计算而来，其中， $\alpha$  由用户指定：

$$\psi = \cos^{-1} \left\{ \frac{\langle T, A_\alpha \rangle}{\| A_\alpha \|} \right\} \quad \text{对下标不求和} \quad (1-42)$$

加强肋方向矢量  $T$  和用户选定的等参方向  $A_\alpha$  位于平行于单元中面的切面内。面内单位矢量垂直于加强肋方向  $P$ ，它是将  $T$  绕中平面法线  $N$  旋转  $90^\circ$  得到的。法线  $N$  为

$$N = \frac{A_1 \times A_2}{\| A_1 \times A_2 \|} \quad (1-43)$$

当由加强肋加固的单元变形时，加强肋的长度和间距都发生变化。等效弥散