



数字媒体艺术与技术系列丛书
Digital Media Technology and Interactive Arts

计算机图形学

COMPUTER GRAPHICS

童若锋 耿卫东 唐敏 王强 张宏鑫 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

计算机图形学

童若锋 耿卫东 唐 敏 王 强 张宏鑫 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机图形学 / 童若锋等编著. —杭州: 浙江大学出版社, 2011. 3
ISBN 978-7-308-08374-4

I. ①计… II. ①童… III. ①计算机图形学 IV.
①TP391.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 010132 号

计算机图形学

童若锋 耿卫东 唐 敏 王 强 张宏鑫 编著

责任编辑 许佳颖

文字编辑 吴昌雷

封面设计 彭韧等

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江时代出版服务有限公司

印 刷 杭州印校印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 11.75

字 数 280 千字

版 印 次 2011 年 3 月第 1 版 2011 年 3 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-08374-4

定 价 23.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

数字媒体艺术与技术丛书

专 家 委 员 会

主 任 潘云鹤

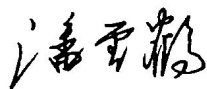
编 委 (以姓氏笔画为序)

马 刚	中央美术学院设计学院
马华东	北京邮电大学计算机科学与技术学院
马利庄	上海交通大学电子信息与电气工程学院
王 荔	同济大学传播与艺术学院
王 强	北京大学软件学院
叶 苹	江南大学设计学院
田少煦	深圳大学传播学院
孙立军	北京电影学院动画学院
孙守迁	浙江大学计算机学院
庄越挺	浙江大学计算机学院
何 洁	清华大学美术学院
余 轮	福州大学信息学院
张祥和	吉林艺术学院动画学院
李 明	浙江理工大学设计与艺术学院
肖永亮	北京师范大学艺术与传媒学院
周 旭	浙江工业大学艺术学院
徐迎庆	微软亚洲研究院
耿卫东	浙江大学计算机学院
傅志勇	清华大学美术学院
路海燕	中国美术学院传媒动画学院
廖祥忠	中国传媒大学动画学院

随着全球经济的高速发展,IT 技术、传媒和通信产业的交融使数字媒体这一信息技术与媒体艺术的交叉领域,得到了前所未有的发展,日益成为现代服务业的重要支撑和优先发展方向,成为我国未来新产业的重要增长点。国家极其重视数字媒体产业的发展和交叉性人才的培养,自 2005 年以来,陆续成立了国家数字媒体产业化基地、国家动画产业基地和国家动画教学研究基地,这大大推进了我国数字媒体学科的建设 and 数字媒体产学研的结合,进而推动了数字经济的健康发展。

目前,数字媒体教育在国内高等教育体系中还处于新兴阶段,人才缺口大,缺少系列化的优秀教材。很多高校和研究机构对此进行了有益的探索,形成了一定的成果。浙江大学出版社推出的这套《数字媒体艺术与技术系列丛书》是一种很好的尝试。该丛书结合教育部数字媒体新专业的建设要求,从数字媒体产业人才的实际需求出发,整合了各类高校优质教学资源,注重技术与艺术的有机结合,既包括数字媒体的基础内容,又包括数字媒体艺术、技术的专业技能,体现了数字媒体与具体行业领域的结合以及国内外数字媒体产业发展方向的研究成果和动态。

我很高兴地看到,《数字媒体艺术与技术系列丛书》不仅得到了教育部计算机教学指导委员会、CAD&CG 国家重点实验室、中国图形图像学会等单位的大力支持,而且得到了影视、动画、游戏等各类媒体行业和 IT 产业领域的知名专家和学者的指导。这种专业教育与产业的融合、技术与艺术结合的探索,必将对培养适合产业发展需求的高素质人才、对我国高校数字媒体教育的发展和学科建设起到积极的推动作用!



2008.7 于北京

第 1 章 计算机图形学概述	(1)
1.1 计算机图形学的主要内容和发展历史	(1)
1.2 计算机图形学的相关学科	(2)
1.3 计算机图形学的应用	(4)
第 2 章 光栅图形算法	(6)
2.1 直线的生成算法	(6)
2.1.1 直线 DDA 算法	(6)
2.1.2 直线 Bresenham 算法	(7)
2.2 圆的生成算法	(10)
2.2.1 基础知识	(10)
2.2.2 圆的 Bresenham 算法	(11)
2.3 扫描转换和区域填充算法	(12)
2.3.1 扫描线填充算法	(12)
2.3.2 种子填充算法	(16)
2.4 图形反走样技术	(18)
2.4.1 图形走样现象	(18)
2.4.2 常用反走样方法	(19)
2.5 图形裁剪	(23)
2.5.1 直线的裁剪	(23)
2.5.2 多边形的裁剪	(31)
第 3 章 图形变换	(39)
3.1 二维图形几何变换	(39)
3.2 齐次坐标和变换矩阵	(41)
3.3 三维图形几何变换	(44)
3.4 坐标系统及其变换	(47)

3.4.1	坐标系统变换	(47)
3.4.2	窗口到视口的变换	(51)
3.4.3	投影变换	(53)
第4章 真实感图形的基本理论与算法		(56)
4.1	消隐	(56)
4.1.1	消隐的基础知识	(56)
4.1.2	隐藏线消除算法	(57)
4.1.3	隐藏面消除算法	(57)
4.2	颜色系统	(61)
4.2.1	颜色的基本概念	(61)
4.2.2	几种常用的颜色模型	(61)
4.3	局部光照模型	(63)
4.3.1	光照特性的基础知识	(63)
4.3.2	光照模型及其实现	(64)
4.3.3	明暗的光滑处理	(65)
4.4	纹理映射	(67)
4.4.1	基本原理	(67)
4.4.2	纹理坐标	(68)
4.4.3	纹理过滤:反走样	(69)
4.4.4	MIP 映射	(69)
4.4.5	基于 MIP 映射的反走样	(70)
4.4.6	纹理坐标自动生成	(71)
4.4.7	环境映射	(73)
4.5	显示流程	(74)
4.6	阴影	(75)
4.6.1	阴影映射	(75)
4.6.2	阴影体	(80)
4.7	整体光照模型	(85)
4.8	光线跟踪	(86)
4.8.1	自然界中的光线	(87)
4.8.2	光线投射算法	(88)
4.8.3	光线跟踪算法	(88)
4.8.4	光线跟踪算法的优势	(89)
4.8.5	光线跟踪算法的弱点	(89)
4.8.6	逆向光线跟踪	(89)

4.8.7	经典递归光线跟踪算法	(90)
4.8.8	实时光线跟踪	(91)
4.8.9	光线与实体的求交	(91)
第5章	物体的表示方法	(95)
5.1	物体表示的基础知识	(95)
5.2	物体的多边形表示和 LOD 技术	(96)
5.3	结构实体几何模型(CSG)	(101)
5.4	分解模型和八叉树	(102)
5.5	边界表示	(103)
5.6	点云表示和基于点云的造型和显示方法	(106)
5.7	分形表示	(107)
5.8	粒子系统	(110)
第6章	曲线与曲面	(112)
6.1	曲线曲面的基本概念和分类	(112)
6.2	隐式曲线和曲面	(112)
6.2.1	Metaball 技术	(113)
6.2.2	基于骨架的卷积曲面	(115)
6.3	隐式曲线曲面的绘制	(116)
6.4	参数曲线曲面的性质	(118)
6.5	Bezier 曲线曲面	(120)
6.6	B-样条曲线曲面	(124)
6.7	NURBS 曲线曲面	(126)
6.8	细分曲面	(128)
6.8.1	Loop 细分方法	(130)
6.8.2	蝶形细分方法	(131)
6.8.3	Catmull-Clark 细分方法	(133)
第7章	实时真实感图形学技术	(135)
7.1	GPU 技术	(135)
7.1.1	GPU 基本概念	(135)
7.1.2	基于顶点处理器的实时网格变形	(141)
7.1.3	基于片段处理器的实时图像处理	(142)
7.2	复杂场景渲染加速技术	(146)
7.2.1	渲染加速技术	(146)

7.2.2 人口技术	(147)
第8章 非真实感图形技术	(152)
8.1 非真实感光照模型	(152)
8.1.1 基于冷暖色调的光照模型	(153)
8.1.2 面向 CSG 造型的光照模型	(153)
8.1.3 基于单位球的光照模型	(155)
8.2 非真实感投影变换	(157)
8.2.1 多重投影	(158)
8.2.2 柔性投影	(159)
8.2.3 放大镜投影	(161)
8.3 三维模型的钢笔画效果生成	(162)
8.3.1 钢笔画概述	(163)
8.3.2 钢笔画的绘制	(164)
8.4 三维模型的钢笔画效果生成	(166)
8.4.1 铅笔画概述	(166)
8.4.2 铅笔画的绘制	(167)
8.5 三维模型的水墨画效果生成	(169)
8.5.1 水墨画概述	(169)
8.5.2 水墨画的绘制	(170)
8.6 小结	(171)
参考文献	(173)

1.1 计算机图形学的主要内容和发展历史

计算机图形学(Computer Graphics)是研究怎样用计算机表示、生成、处理和显示图形的一门学科。图形的概念在日常生活中通常是指物体的形状和轮廓,而在计算机图形学中,图形所指的范围远比这广,不仅包括了物体的形状和轮廓,还包括了与物体的形状和视觉相关的各种属性,如物体的粗糙度、反射系数、弹性系数等,可以说计算机图形学中图形的范围已经包括了所有的客观事物。用计算机表示图形是指用合适的数学模型来表达和反映图形的各种属性,并用合适的数据结构来存放这些属性。例如,用怎样的结构来表示点、线、多面体等图形,以及更复杂的如桌、椅、山、水、人等客观物体,包括图形的交互输入等;用计算机生成和处理图形是研究根据需要生成特定的图形数据的方法;用计算机显示图形是将计算机内的图形数据转化成图像的形式在屏幕上展示出来,给人们提供物体的直观形象。

计算机图形学的研究起源于 20 世纪 50 年代设计与制造方面的需求使人们尝试将计算机用于辅助设计和制造,1952 年,世界上第一台数控铣床的原型在美国麻省理工学院诞生。1957 年,美国空军将第一批三坐标数控铣床装备运用到飞机工厂,大型精密数控绘图机也同时诞生。1962 年第一台光笔交互式图形显示器在美国麻省理工学院林肯实验室研制成功。1964 年,孔斯(Steve Coons)在麻省理工学院提出了“用小块曲面片组合表示自由型曲面时,使曲面片边界达到任意高次连续阶”的理论,此方法得到工业界和学术界的极大推崇,称之为孔斯曲面。孔斯和法国雷诺汽车公司的贝齐埃(Pierre Bézier)被称为现代计算机辅助几何设计技术的奠基人。在美国工业界,研制交互式图形显示器的工作也同时开展,其中 IBM 所作的贡献最大。1964 年秋,IBM 推出了自主设计的交互式图形显示器,即后来的 IBM 2250 显示器。

在以后的数十年间,对计算机辅助设计的需求不断推动着曲线、曲面技术和实体造型技术的发展,形成了从二维绘图到三维造型的一系列辅助设计软件,如 CADAM、AutoCad、Pro/E、UG、CATIA 等;同时,对显示技术的要求也使得 Silicon Graphics 公司研制了 IRIS 型显示设备,它们采用了新的体系结构来提高图形的处理速度,在某种程度上满足了实时的要求,同时,该公司的 OpenGL 成为图形显示的事实标准,为图形相关软件的开发提供了方便的 API 工具。20 世纪 90 年代后期,计算机动画和游戏的发展对显示速度和质量提出了更高的要求,为满足这些需求,Microsoft 公司开发了 DirectX,成为与 OpenGL 分庭抗礼的常用图形显示工具包。

1.2 计算机图形学的相关学科

计算机图形学是计算机动画、游戏等的基础,同时也与计算机辅助几何设计、模式识别等课程密切相关,下面简要介绍这些相关课程的基本内容。

1. 计算机辅助几何设计

计算机辅助几何设计(Computer aided graphic design, CAGD)是涉及数学及计算机科学的一门新兴的交叉学科,研究几何模型和数据处理,主要侧重于计算机辅助设计和制造(CAD/CAM)的数学理论和几何体的构造,探讨几何形体的计算机表示、分析和综合,研究如何灵活、有效地建立几何形体的数学模型以及在计算机中更好地存储和管理这些模型数据,从飞机、船舶、汽车设计,到工程器件模具设计都有广泛的应用。虽然 CAGD 所用的很多理论工具可以溯源到百年前,但是其真正成为一门新学科却是在 20 世纪 60 年代末,这主要得益于计算机的高速数据运算和强大图形功能。CAGD 所用的理论工具涉及数学中的很多分支,如逼近论、微分几何、计算数学、代数几何和交换代数等。CAGD 与计算机图形学有紧密的联系,不仅在图形的表示方面有一定的内容重合,在研究几何体的表示时还要充分考虑图形学对这种表示方法在处理、显示等方面的支持程度,同时它也为计算机图形学提供物体表示方面的理论和方法支持。

2. 图像处理

图像处理是将客观世界中原来存在的物体的影像处理成新的数字化图像的相关技术,它的输入是图像,输出也是图像,只是图像经过处理后在质量、大小等方面有所提高,如图像恢复、图像增强、图像压缩、图像变换、图像的分割,等等。图像与计算机图形学密切相关,图形需要转换成图像才能直

观地展现在人们面前。通过一系列图像重建出三维图形是目前图形学研究的热点方法之一。

3. 模式识别

模式识别是对所输入的图像进行分析和识别,找出其中蕴涵的内在联系或抽象模型。它是一种从大量信息和数据出发,在专家经验和已有认识的基础上,利用计算机和数学推理的方法对形状、模式、曲线、数字、字符格式和图形完成自动识别的过程。模式识别包括相互关联的两个阶段,即学习阶段和实现阶段,前者是对样本进行特征选择,寻找分类的规律,后者是根据分类规律对未知样本集进行分类和识别。了解与熟悉模式识别的一些基本概念与基本处理方法对研究与从事人工智能、图像处理、信息处理、计算机视觉、多媒体技术等方面工作的人们乃至计算机科学其他领域的人们都是很有益处的。模式识别已经在天气预报、卫星航空图片解释、工业产品检测、字符识别、语音识别、指纹识别、医学图像分析等领域得到了成功的应用。

4. 计算机动画

计算机动画是指采用图形与图像的处理技术,借助于编程或动画制作软件生成一系列的景物画面,其中当前帧是前一帧的部分修改。它是采用连续播放静止图像的方法产生物体运动的效果。计算机动画是计算机图形学和艺术相结合的产物,是伴随着计算机硬件和图形算法高速发展而产生的一门高新技术。它综合利用计算机科学、艺术、数学、物理学和其他相关学科的知识在计算机上生成绚丽多彩的连续的虚拟真实画面,给人们提供了一个充分展示个人想象力和艺术才能的新天地。这是图形学的研究热点之一。

5. 虚拟现实

虚拟现实是一种可以创建和体验虚拟世界的计算机系统,它充分利用计算机硬件与软件资源的集成技术生成一个实时的、三维的、逼真的、具有视、听、触等多种感知的虚拟环境,用户通过使用各种交互设备,同虚拟环境中的实体相互作用,使之产生身临其境的交互式视景仿真和信息交流,是一种先进的数字化人机接口技术。虚拟现实技术可以广泛应用于各个领域,包括仿真建模、计算机辅助设计与制造、可视化计算、遥控机器人、计算机艺术、教育与培训、数据和模型可视化、娱乐和艺术、设计与规划及远程操作等。

1.3 计算机图形学的应用

随着计算机图形学的不断发展,它的应用范围也日趋广泛。目前,计算机图形学主要有以下几个应用领域。

1. 计算机辅助设计与制造

计算机辅助设计与制造是计算机图形学在工业界最重要的应用领域。20 世纪 60 年代到 90 年代中期,计算机辅助设计与制造一直是推动计算机图形学发展最重要的动力,交互图形工作站在机械、电子、建筑等行业中迅速取代绘图板加丁字尺的传统设计方法,担负起繁重的日常绘图任务、总体方案的优化、细节设计等工作。虽然目前三维造型技术已经相当成熟,但是协同设计、虚拟装配等计算机辅助设计与制造手段仍然不断地在向计算机图形学提出新的要求。

2. 地理信息管理系统

地理信息系统(Geographic Information Systems, GIS)是一种采集、存储、管理、分析、显示与应用地理信息的计算机系统,是分析和处理海量地理数据的通用技术。地理信息管理系统可以看作是以图形为对象的数据库管理系统,可以应用于:与地球定位系统(GPS)技术结合的汽车导航系统中的最佳路径规划;提供三维地形地貌图,为高层次的国土整治预测和决策、综合治理和资源开发的研究工作提供科学依据;城市规划与管理领域,用于城市规划,地下管道铺设管理;矿产资源领域、地质领域、林业领域等。

3. 计算机动画和影视

计算机动画是指采用图形与图像的处理技术,借助于编程或动画制作软件生成一系列的景物画面,采用连续播放静止图像的方法产生物体运动的效果。计算机动画已经成为计算机图形学的一个分支,并逐步进入实用阶段,用于影视特技制作、电脑游戏开发、电视动画制作、广告传作、生产过程及科研的模拟等。常用三维动画软件有 Autodesk 公司的 Maya, 3DSMAX 等。计算机动画在影视作品中的应用有:《侏罗纪公园》中逆向运动学与计算机图像技术的完美结合(ILM(Industrial Light & Magic)实验室);《阿甘正传》中阿甘与美国总统握手场面等。

4. 科学计算可视化

科学计算可视化将计算中涉及与产生的大量数字信号以图像或图形的信息呈现在研究者面前,以促进研究人员对被模拟对象变化过程的认识,发现通常通过数值信息发现不了的现象,取得更多的研究成果。随着可视化技术的不断发展,它在自然科学(如分子构模、医学图像的三维重建、地球科学)和工程技术(如计算流体动力学、有限元分析、CAD/CAM)等领域有着广泛的应用。如:它可以将CT扫描图像通过体绘制或表面重构把肿瘤等的三维形象展示出来,给医师提供诊断治疗的直观依据;显示飞行器穿越大气层时周围气流的运动情况和飞行器各部位所受的压力,以供工程师分析。可视化用二维曲线图表和三维模型表示,也可用彩色高维几何表示。

5. 计算机游戏

计算机游戏是计算机图形学应用的一个主要增长点,目前已成为促进计算机图形学研究特别是图形硬件发展的一大动力源泉。计算机图形学为计算机游戏开发提供了技术基础,如三维图形引擎的创建。建模和渲染这两大图形学主要问题在游戏开发中的地位十分重要。

计算机游戏主要分为角色扮演游戏(Role Play Game, RPG),如《仙剑奇侠传》;即时战略游戏(Real Time Strategy, RTS),如《星际争霸》;第一视角动作射击游戏,如《反恐精英》;网络对战游戏,如《魔兽世界》。

6. 人机界面

图形比数据、统计报表更直观、亲切。众所周知,计算机执行的是二进制代码,很难想象如果人类直接用二进制代码与计算机交互的场景。Macintosh微机首先在商品化产品上用形象的图形表示操作命令,使普通用户也会用计算机画图、做日常计算,打破了人们对操作计算机所持的神秘感。图文形式相结合大大改善了计算机交互操作的用户界面,开辟了计算机应用的很多新领域。可以说,计算机普及到目前的程度,图形的使用居功至伟。

随着计算机硬件的不断更新以及各种图形软件的不断出现,计算机图形学的应用前景将会更加广阔。

计算机的显示屏幕是由一个个像素构成的,若要显示图形,则需要把这些图形分解成像素坐标序列,然后在这些坐标上显示图形,这个过程称为光栅化。本章介绍一些基本图形(直线、圆、多边形)的光栅化算法,这些算法的效率决定了整个图形系统的效率。此外,由于显示屏幕或者窗口是有限像素构成的,因此,我们还将介绍直线和多边形等的裁剪算法。

2.1 直线的生成算法

直线是最基本的图形元之一。和数学上的直线概念不同,这里的直线是有宽度的,不是无限长的。这里介绍两个直线光栅化算法,包括较为简单的DDA算法和高效率的Bresenham算法。

2.1.1 直线 DDA 算法

DDA 是 Digital Differential Analyzer(数字微分分析式)的缩写。

设直线起点为 $P_s(x_s, y_s)$, 终点为 $P_e(x_e, y_e)$, 令 $\Delta x = x_e - x_s$, $\Delta y = y_e - y_s$, 则要绘制的直线微分方程为:

$$\frac{dx}{dt} = \Delta x, \frac{dy}{dt} = \Delta y \quad (2-1)$$

取时间步长为 $\frac{1}{\Delta t}$, 其中 $\Delta t = \max(\Delta x, \Delta y)$, 得到式(2-1)的数值递推公式:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x / \Delta t, y_{i+1} = y_i + \Delta y / \Delta t \quad (2-2)$$

我们可以用式(2-2)来求得直线与格线的交点,如图 2.1 中的三角形所示,然后用四舍五入法求得最靠近这些点的像素点(图 2.1 中的圆黑点)。

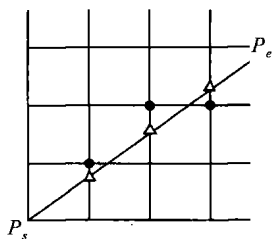


图 2.1 DDA 生成算法示意图

DDA 程序如下所示：

```
void LineDDA(int x0,int y0,int x1,int y1,COLORREF cr)
{
    int dx = x1 - x0,dy = y1 - y0;
    float deltax,deltay,x = x0,y = y0;
    int steps;

    if (abs(dx)>abs(dy))
        steps = abs(dx);
    else
        steps = abs(dy);

    deltax = dx/(float)steps;
    deltay = dy/(float)steps;

    SetPixelColor(int)(x + 0.5f),(int)(y + 0.5f),cr);
    for (int k = 0;k<steps;k++)
    {
        x += deltax;
        y += deltay;
        SetPixelColor((int)(x + 0.5f),(int)(y + 0.5f),cr);
    }
}
```

2.1.2 直线 Bresenham 算法

直线的 Bresenham 算法是最为有效的直线绘制算法之一。在迭代过程中,它尽量避免费时的浮点运算,代之以快速的整数运算。

设绘制一条斜率为 $m(0 \leq m \leq 1)$ 的直线,微分方程为:

$$\frac{dy}{dx} = m \quad (2-3)$$

取 x_i 为像素所在点的整数横坐标,由式(2-3)得出递推公式:

$$y_{i+1} = y_i + m(x_{i+1} - x_i) \quad (2-4)$$

而 x_i 和 x_{i+1} 为水平相邻的两个像素的坐标,满足 $x_{i+1} - x_i = 1$,因此有:

$$y_{i+1} = y_i + m \quad (2-5)$$

上式中 m 不一定是整数,因而 y_i 也不一定是整数,因此要用 $(x_i, \text{round}(y_i))$ 来表示直线上的点,其中 $\text{round}(y)$ 为四舍五入函数,取最靠近 y 的整数。令 $y_{ir} = \text{round}(y_i)$,下面介绍如何有效计算序列 $\{y_{ir}\}$ 。

如果已经绘制了点 (x_i, y_{ir}) ,那么下一个点就在 $C_1(x_{i+1}, y_{ir})$ 和 $C_2(x_{i+1}, y_{ir} + 1)$ 之间选择。如图 2.2 所示,设所绘直线和 $x = x_{i+1}$ 交于 A 点(图中标三角形的点), $C_1 C_2$ 的中点为 M 。令

$$\epsilon(x_{i+1}) = y_{i+1} - y_{ir} - 0.5 \quad (2-6)$$

如果 $\epsilon(x_{i+1}) > 0$,则 A 在中点 M 之上, $y_{ir+1} = y_{ir} + 1$;反之,如果 $\epsilon(x_{i+1}) < 0$,则 A 在 M 下方, $y_{ir+1} = y_{ir}$ 。

因此有:

$$\begin{cases} y_{i+1,r} = y_{ir} + 1, & \epsilon(x_{i+1}) \geq 0 \\ y_{i+1,r} = y_{ir}, & \epsilon(x_{i+1}) < 0 \end{cases} \quad (2-7)$$

因此,得到计算判别式的递推形式:

$$\begin{aligned} \epsilon(x_{i+2}) &= y_{i+2} - y_{i+1,r} - 0.5 \\ &= y_{i+1} + m - y_{i+1,r} - 0.5 \\ &= \begin{cases} y_{i+1} - y_{ir} - 0.5 + m - 1, & \epsilon(x_{i+1}) \geq 0 \\ y_{i+1} - y_{ir} - 0.5 + m, & \epsilon(x_{i+1}) < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

即:

$$\epsilon(x_{i+2}) = \begin{cases} \epsilon(x_{i+1}) + m - 1 \\ \epsilon(x_{i+1}) + m \end{cases} \quad (2-8)$$

式(2-7)和(2-8)构成了计算和的递推公式。

直线 Bresenham 算法如下所示:

```
void Bresenham (int x0,int y0,int x1,int y1,COLORREF cr)
{
    int dx,dy,x,y,nStep;
    float m,e;

    dx = x1 - x0;dy = y1 - y0;
    if(abs(dx)>abs(dy))
    {
        if(x0>x1)
```

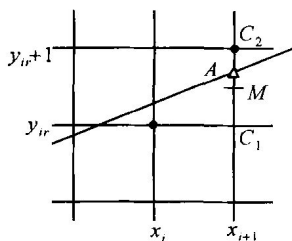


图 2.2 计算 y_{ir+1} 示意图