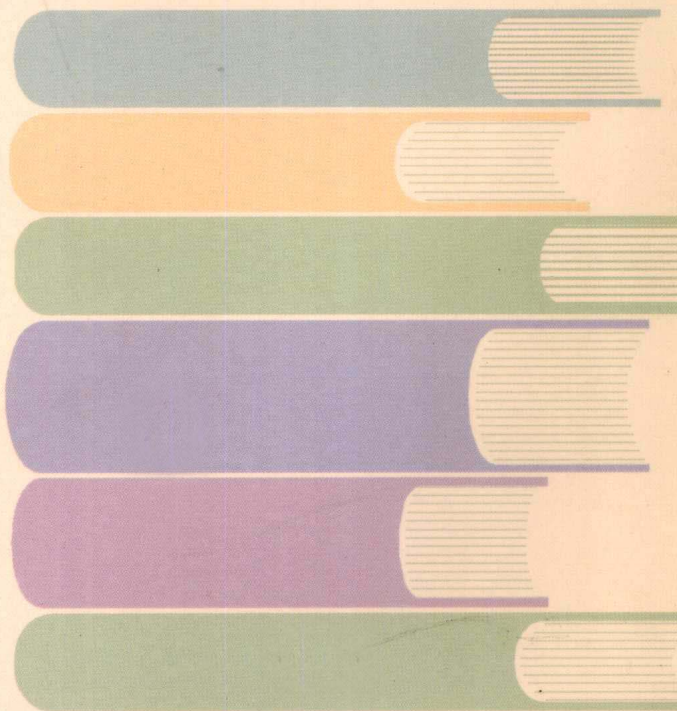


高等教育自学考试 全国统一命题考试

# 高等数学(工科 / 专科 · 本科) 试题汇编

(1992—2003年)

全国高等教育自学考试指导委员会办公室 编



高等教育自学考试全国统一命题考试

# 高等数学（工科/专科·本科） 试题汇编

（1992—2003年）

全国高等教育自学考试指导委员会办公室 编

经济科学出版社

责任编辑：莫霓舫  
责任校对：董蔚挺  
技术编辑：邱 天

### 图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学 (工科/本科·专科) 试题汇编: 1992—2003 年 / 全国高等教育自学考试指导委员会办公室编. —北京: 经济科学出版社, 2003.3

全国高等教育自学考试统一命题考试

ISBN 7-5058-3435-5

I. 高… II. 全… III. 高等数学—高等教育—自学考试—试题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 014648 号

### 高等数学 (工科/专科·本科) 试题汇编 (1992—2003 年)

全国高等教育自学考试指导委员会办公室 编  
经济科学出版社出版、发行 新华书店经销  
社址: 北京海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100036  
总编室电话: 88191217 发行部电话: 88191540

网址: [www.esp.com.cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [esp@esp.com.cn](mailto:esp@esp.com.cn)

世界知识印刷厂印装  
787×1092 16 开 13.5 印张 310000 字  
2003 年 4 月第一版 2003 年 4 月第一次印刷  
印数: 0001—5000 册

ISBN 7-5058-3435-5/G·497 定价: 18.70 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

(版权所有 翻印必究)

# 前 言

---

为了完善自学考试的教育功能，促进自学应考者的学习，我们将近年来高等教育自学考试全国统考的公共课程和部分专业课程的试题分类汇编出版，以满足广大自学应考者、辅导老师和自学考试研究人员的需求。

我们希望通过出版试题汇编，一方面可以完整地保存自学考试试题资料，另一方面，有利于命题人员研究试题，更加准确地把握标准，提高命题水平。同时，我们也希望通过试题汇编的出版，帮助广大自学应考者了解历年试题情况，并结合学习中存在的问题，有针对性地加强练习，提高学习能力。

在整理和编辑的过程中，我们力求保持资料的完整性和准确性。但难免有所疏漏，恳请读者指正。

**编者**

2003年4月

# 目 录

## 专科试题

|                       |      |
|-----------------------|------|
| 1992 年上半年试题 .....     | (1)  |
| 1992 年上半年试题参考答案 ..... | (5)  |
| 1994 年上半年试题 .....     | (8)  |
| 1994 年上半年试题参考答案 ..... | (12) |
| 1994 年下半年试题 .....     | (14) |
| 1994 年下半年试题参考答案 ..... | (17) |
| 1995 年上半年试题 .....     | (20) |
| 1995 年上半年试题参考答案 ..... | (23) |
| 1997 年上半年试题 .....     | (26) |
| 1997 年上半年试题参考答案 ..... | (29) |
| 1997 年下半年试题 .....     | (32) |
| 1997 年下半年试题参考答案 ..... | (35) |
| 1998 年上半年试题 .....     | (38) |
| 1998 年上半年试题参考答案 ..... | (41) |
| 1998 年下半年试题 .....     | (44) |
| 1998 年下半年试题参考答案 ..... | (47) |
| 1999 年上半年试题 .....     | (51) |
| 1999 年上半年试题参考答案 ..... | (55) |
| 1999 年下半年试题 .....     | (58) |
| 1999 年下半年试题参考答案 ..... | (61) |

|                        |       |
|------------------------|-------|
| 2000 年上半年试题 .....      | (64)  |
| 2000 年上半年试题参考答案 .....  | (67)  |
| 2000 年下半年试题 .....      | (70)  |
| 2000 年下半年试题参考答案 .....  | (73)  |
| 2001 年上半年试题 .....      | (75)  |
| 2001 年上半年试题参考答案 .....  | (78)  |
| 2001 年下半年试题 .....      | (81)  |
| 2001 年下半年试题参考答案 .....  | (84)  |
| 2002 年 1 月试题 .....     | (87)  |
| 2002 年 1 月试题参考答案 ..... | (90)  |
| 2002 年上半年试题 .....      | (93)  |
| 2002 年上半年试题参考答案 .....  | (96)  |
| 2002 年下半年试题 .....      | (99)  |
| 2002 年下半年试题参考答案 .....  | (102) |
| 2003 年 1 月试题 .....     | (105) |
| 2003 年 1 月试题参考答案 ..... | (108) |

## 本科试题

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| 1992 年下半年试题 .....     | (110) |
| 1992 年下半年试题参考答案 ..... | (113) |
| 1993 年下半年试题 .....     | (116) |
| 1993 年下半年试题参考答案 ..... | (119) |
| 1994 年上半年试题 .....     | (122) |
| 1994 年上半年试题参考答案 ..... | (125) |
| 1995 年上半年试题 .....     | (128) |
| 1995 年上半年试题参考答案 ..... | (131) |
| 1995 年下半年试题 .....     | (134) |
| 1995 年下半年试题参考答案 ..... | (138) |
| 1996 年上半年试题 .....     | (140) |
| 1996 年上半年试题参考答案 ..... | (143) |
| 1997 年上半年试题 .....     | (146) |
| 1997 年上半年试题参考答案 ..... | (149) |
| 1998 年下半年试题 .....     | (152) |
| 1998 年下半年试题参考答案 ..... | (155) |
| 1999 年上半年试题 .....     | (157) |
| 1999 年上半年试题参考答案 ..... | (160) |
| 1999 年下半年试题 .....     | (162) |
| 1999 年下半年试题参考答案 ..... | (165) |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| <b>2000 年上半年试题</b> .....  | (167) |
| 2000 年上半年试题参考答案 .....     | (170) |
| <b>2000 年下半年试题</b> .....  | (172) |
| 2000 年下半年试题参考答案 .....     | (175) |
| <b>2001 年上半年试题</b> .....  | (177) |
| 2001 年上半年试题参考答案 .....     | (180) |
| <b>2001 年下半年试题</b> .....  | (182) |
| 2001 年下半年试题参考答案 .....     | (185) |
| <b>2002 年上半年试题</b> .....  | (187) |
| 2002 年上半年试题参考答案 .....     | (190) |
| <b>2002 年 7 月试题</b> ..... | (192) |
| 2002 年 7 月试题参考答案 .....    | (195) |
| <b>2002 年下半年试题</b> .....  | (198) |
| 2002 年下半年试题参考答案 .....     | (201) |
| <b>2003 年 1 月试题</b> ..... | (203) |
| 2003 年 1 月试题参考答案 .....    | (206) |

# 专科试题

## 1992 年上半年试题

一、单项选择题 (在每小题的四个备选答案中, 选出一个正确的答案, 并将其代码写在题干后的括号内。每小题 1 分, 共 40 分)

1. 设  $f(x) = \begin{cases} x & \text{当 } x \geq 0, \\ x^2 & \text{当 } x < 0; \end{cases}$   $g(x) = 5x - 4$ , 则  $f(g(0)) =$  ( )  
A. 0                                      B. -4                                      C. -16                                      D. 16

2. 函数  $y = \ln \frac{a-x}{a+x}$  ( $a > 0$ ) 是 ( )  
A. 奇函数                                      B. 偶函数  
C. 非奇非偶函数                                      D. 奇、偶性取决于  $a$  的取值情况

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x}) =$  ( )  
A.  $\frac{1}{2}$                                       B. 0                                      C. 1                                      D.  $+\infty$

4. 对于数列  $(X_n)$ , 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} X_{3n+1} = a$ , 则 ( )  
A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n = a$                                       B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} X_{9n+1} = a$   
C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} X_{4n+1} = a$                                       D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} X_{5n+1} = a$

5.  $a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{4}{a_{n-1}} \right)$ , 其中  $a_n = -3$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$  ( )  
A. 2                                      B. 4                                      C. -4                                      D. -2

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{2+n^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+2+n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}} \right] =$  ( )  
A. 1                                      B. 0                                      C.  $\frac{1}{2}$                                       D.  $\infty$

7. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax)}{x} & \text{当 } x > 0, \\ 1+x+\cos x & \text{当 } x \leq 0, \end{cases}$  在  $x=0$  处极限存在, 则  $a =$  ( )  
A. 1                                      B.  $\frac{1}{2}$                                       C. 2                                      D. 3





19.  $\int \arccos x dx =$  ( )
- A.  $\frac{\pi}{2}x - \sqrt{1-x^2} - x \arcsin x + c$ , B.  $x \arccos x + \sqrt{1-x^2} + c$   
 C.  $x \arccos x - x \sqrt{1-x^2} + c$  D.  $-x \arcsin x - \sqrt{1-x^2} + c$
20. 不定积分  $\int \csc^2 \frac{x}{2} dx =$  ( )
- A.  $x - 2 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + c$  B.  $x - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$   
 C.  $-2 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + c$  D.  $-2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$
21.  $f(x)$  是连续函数, 且  $\int_0^{\sin x} f(t) dt = x, (x \in (0, \frac{\pi}{2}))$ , 则  $f(\frac{\sqrt{2}}{2}) =$  ( )
- A. 1 B.  $\sqrt{2}$  C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  D.  $2\sqrt{2}$
22.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx =$  ( )
- A. 0 B. 2 C. -2 D. 1
23. 设  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ , 则在  $(-\infty, +\infty)$  上  $f(x)$  是 ( )
- A. 奇函数 B. 偶函数  
 C. 单调减函数 D. 周期函数
24. 准线为  $xoy$  平面上以  $(1, 0)$  为圆心, 半径为 2 的圆周, 母线平行  $z$  轴的圆柱面方程是 ( )
- A.  $x^2 + y^2 - 2x = 1$  B.  $x^2 + y^2 = 4$   
 C.  $x^2 + y^2 - 2x = 3$  D.  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
25. 过点  $(2, 0, -1)$  且垂直于  $xoy$  平面的直线方程是 ( )
- A.  $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$  B.  $\frac{x-2}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$   
 C.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{0}$  D.  $\frac{x-2}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+1}{1}$
26. 设直线  $\frac{x}{3} = \frac{y}{k} = \frac{z}{4}$  与平面  $2x - 9y + 3z - 10 = 0$  平行, 则  $k$  是 ( )
- A. 2 B. 6 C. 8 D. 10
27. 同时垂直于  $oz$  轴与向量  $\vec{b} = \{1, 1, 2\}$  的单位向量是 ( )
- A.  $\{1, -1, 0\}$  B.  $\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\}$   
 C.  $\{\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\}$  D.  $\{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\}$
28.  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  可微分是  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的两个偏导数  $f_x(x_0, y_0)$  和  $f_y(x_0, y_0)$  存在的 ( )
- A. 充分条件 B. 必要条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要的条件
29. 设  $z = f(x, y)$  在区域  $D$  内具有二阶偏导数  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ , 则在  $D$  内一定

- 有 ( )
- A.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  B.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$
- C.  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$  D. ABC 都无法确定
30. 曲面  $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$  上点  $(1, 1, 1)$  处指向外侧的法线向量是 ( )
- A.  $\{-2, -3, -1\}$  B.  $\{2, 3, 1\}$
- C.  $\{2, 3, -1\}$  D.  $\{-2, -3, 1\}$
31. 设  $z = e^{x^y}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  ( )
- A.  $e^{x^y}$  B.  $x^y e^{x^y}$
- C.  $x^y e^{x^y} \ln x$  D.  $yx^{y-1} e^{x^y}$
32. 若区域  $D_1$  在  $y$  轴右边, 它关于  $y$  轴的对称形为  $D_2$ ,  $f(x, y)$  在  $D_1 \cup D_2$  上连续, 则成立 ( )
- A.  $\iint_{D_2} f(x, y) d\sigma = \iint_{D_1} f(x, y) d\sigma$  B.  $\iint_{D_2} f(x, y) d\sigma = \iint_{D_1} f(-x, y) d\sigma$
- C.  $\iint_{D_2} f(x, y) d\sigma = \iint_{D_1} f(-x, -y) d\sigma$  D.  $\iint_{D_2} f(x, y) d\sigma = \iint_{D_1} f(x, -y) d\sigma$
33. 设  $\Sigma$  为单位球面外侧, 则  $\iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy$  之值为 ( )
- A.  $4\pi$  B.  $0$  C.  $\pi^2$  D.  $2\pi$
34. 设  $c$  为自原点向  $(1, 1)$  连接之有向线段, 则  $\int_c y dx + x dy$  之值为 ( )
- A.  $0$  B.  $1$  C.  $\sqrt{2}$  D.  $-1$
35. 把  $f(x) = \frac{x}{a+bx}$  (其中  $ab \neq 0$ ) 展开为  $x$  的幂级数时, 其展开式的收敛半径  $R$  是 ( )
- A.  $|a|$  B.  $|b|$  C.  $\left|\frac{b}{a}\right|$  D.  $\left|\frac{a}{b}\right|$
36. 设正项级数  $\sum u_n$  收敛, 且  $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n$  存在, 则  $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n$  ( )
- A.  $> 0$  B.  $< 0$
- C.  $= 0$  D. 以上三种情况都可能出现
37. 设  $f(x)$  是以  $2\pi$  为周期的周期函数, 它在  $(-\pi, \pi)$  上的表达式为  $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , 则它的 Fourier 系数  $b_n$  必为 ( )
- A.  $0$  B.  $1$  C.  $-1$  D.  $\frac{\pi}{2n}$
38. 微分方程  $y' + xy = 0$  的通解为 ( )
- A.  $y = ce^{\frac{x^2}{2}}$  B.  $y = ce^{-\frac{x^2}{2}}$
- C.  $y = cxe^{-\frac{x^2}{2}}$  D.  $y = ce^{x^2}$
39. 微分方程  $y'' = x + \sin x$  的通解为 ( )

A.  $y = \frac{x^3}{6} - \sin x + C_1x + C_2$

B.  $y = \frac{x^3}{6} + \sin x + C_1x + C_2$

C.  $y = \frac{x^3}{4} - \sin x + C_1x + C_2$

D.  $y = \frac{x^3}{3} - \sin x + C_1x + C_2$

40. 微分方程  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$  的一个特解应具有形式 ( )

A.  $y = ax^2e^{2x}$

B.  $y = axe^{2x}$

C.  $y = ae^{2x}$

D.  $y = (ax + b)$

(上式中  $a, b$  为常数)

二、计算题 (共 32 分)

1. (6分) 计算  $\int_0^\pi \cos^4 x \, dx$ .

2. (7分) 设  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , 求  $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial z^2}$ .

3. (6分) 试求曲线  $y^2 = 1 - x, z^2 = 2x + 1$  上点  $(0, 1, 1)$  处的法平面.

4. (6分) 计算  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) \, dv$ ,  $\Omega$  为两半球面  $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  及平面  $z = 0$  所围成的区域.

5. (7分) 将函数  $f(x) = \frac{2}{x^2 + 4x + 3}$  展开成  $(x - 1)$  的幂级数.

三、应用及证明题 (共 28 分)

1. (5分) 用薄铁皮做成一个容积为  $V_0$  之无盖长方匣, 其底为正方形. 底面无需喷漆, 其每单位面积之成本仅为其余各面之  $\frac{1}{2}$ . 问怎样做, 才能使匣子的造价最低?

2. (5分) 试证: 若  $f'(x)$  在  $(a, b)$  上存在且  $\neq 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow b-0} f(x) = 0$  必不成立.

3. (6分) 设有一质量为  $m$  的物体, 在空气中由静止开始下落, 如果空气阻力  $F = CV^2$  ( $C > 0$ , 是常数,  $V$  为物体运动的速度), 试求物体下落的速度与时间的函数关系.

4. (6分) 过曲线上任一点作切线, 使切点到切线与  $x$  轴交点的距离为常数  $a$ , 求曲线方程.

5. (6分) 物体按规律  $x = ct^3$  作直线运动, 式中  $x$  为时间  $t$  内物体所走过的距离. 设媒质的阻力正比于速度的平方. 试求物体由  $x = 0$  至  $x = a$  点时阻力所作的功.

1992 年上半年试题参考答案

一、单项选择题

- |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. A  | 3. A  | 4. B  | 5. D  | 6. A  |
| 7. C  | 8. A  | 9. C  | 10. D | 11. C | 12. C |
| 13. B | 14. C | 15. D | 16. D | 17. C | 18. C |
| 19. A | 20. C | 21. B | 22. B | 23. A | 24. C |

25. A      26. A      27. C      28. A      29. D      30. B  
 31. D      32. B      33. A      34. A      35. D      36. C  
 37. A      38. B      39. A      40. A

## 二、计算题

1. 解  $\int_0^{\pi} \cos^4 x \, dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \, dx = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{3}{8} \pi$

2. 解  $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{r - x \frac{x}{r}}{r^2} = \frac{1}{r} - \frac{x^2}{r^3}$$

同理  $\frac{\partial^2 r}{\partial y^2} = \frac{1}{r} - \frac{y^2}{r^3}$ ,  $\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{1}{r} - \frac{z^2}{r^3}$

所以  $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{2}{r}$

3. 解 曲线  $y^2 = 1 - x$ ,  $z^2 = 2x + 1$  上点  $(0, 1, 1)$  处法平面的法线向量为  $\{1, -\frac{1}{2}, 1\}$

所求法平面方程为  $x - \frac{1}{2}(y - 1) + (z - 1) = 0$

即  $x - \frac{1}{2}y + z - \frac{1}{2} = 0$

4. 解 取球面坐标,  $\Omega$  为  $xy$  平面上方夹于球面  $r = 2$  与球面  $r = 3$  之间的部分, 故

$$I = \iiint_{\Omega} r^2 \sin^2 \phi \cdot r^2 \sin \phi \, dr \, d\theta \, d\phi = \int_0^{2\pi} d\theta \int_2^3 r^4 \, dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \phi \, d\phi$$

$$= 2\pi \cdot \frac{1}{5}(3^5 - 2^5) \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}\pi(3^5 - 2^5)$$

5. 解  $\therefore f(x) = \frac{1}{2(1 + \frac{x-1}{2})} - \frac{1}{4(1 + \frac{x-1}{4})}$

据  $\frac{1}{1+t} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n t^n$ ,  $|t| < 1$

有  $\frac{1}{2(1 + \frac{x-1}{2})} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\frac{x-1}{2})^n = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-1)^n}{2^{n+1}}$ ,  $-1 < x < 3$

$$\frac{1}{4(1 + \frac{x-1}{4})} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\frac{x-1}{4})^n = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-1)^n}{2^{2n+2}}$$
,  $-3 < x < 5$

$$\therefore f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^{2n+2}} \right] (x-1)^n, \quad -1 < x < 3$$

## 三、应用及证明题

1. 解 设匣底边长为  $x$ , 其每单位面积之造价为  $P$ , 于是匣高为  $\frac{V_0}{x^2}$ , 整个匣子的造价为

$$C = Px^2 + 2P \cdot 4x \cdot \frac{V_0}{x^2} = Px^2 + \frac{8PV_0}{x}$$

$$C' = 2Px - \frac{8PV_0}{x^2}$$

$$\text{令 } C' = 0, \text{ 得 } x = \sqrt[3]{4V_0}$$

此时匣高为  $\frac{1}{4}\sqrt[3]{4V_0}$ , 所需成本最少.

2. 解 若  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow b-0} f(x) = 0$ , 则可扩充定义  $f(x)$ , 使  $f(a) = f(b) = 0$ , 这样在  $[a, b]$  上确定的  $f(x)$  满足 Rolle 定理的条件, 故由 Rolle 定理知,  $f'(x)$  至少在  $(a, b)$  中某点处为 0, 矛盾, 故  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow b-0} f(x) = 0$  必不可能.

3. 解 由题意  $m \frac{dv}{dt} = mg - cv^2$ ,  $S|_{t=0} = 0$ ,  $V|_{t=0} = 0$

$$\frac{m dv}{mg - cv^2} = dt \quad \frac{dv}{g - k^2 v^2} = dt \quad (k^2 = \frac{c}{m})$$

$$\frac{1}{2\mu k^2} [\ln(\mu + v) - \ln(\mu - v)] = t + C_1 \quad (\mu^2 = \frac{g}{k^2})$$

$$\text{由 } V|_{t=0} = 0 \text{ 得 } C_1 = 0, \quad \ln \frac{\mu + v}{\mu - v} = 2\lambda t, \quad (\lambda = \mu k^2)$$

4. 解 曲线上点  $(x, y)$  的切线方程为  $Y - y = y'(X - x)$

它与  $x$  轴的交点为  $(x - \frac{y}{y'}, 0)$

$$\text{由已知 } \left[ x - \left( x - \frac{y}{y'} \right) \right]^2 + (y - 0)^2 = a^2 \quad \text{即 } \left( \frac{y}{y'} \right)^2 + y^2 = a^2$$

$$y' = \frac{\pm y}{\sqrt{a^2 - y^2}} \quad \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{y} dy = \pm dx$$

$$C \pm x = \int \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{y} dy$$

$$\text{所求曲线为 } C \pm x = \sqrt{a^2 - y^2} - a \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y}$$

5. 解  $\because x = ct^3 \quad \therefore \text{速度 } v = 3ct^2, \text{ 又 } t = (x/c)^{1/2}$

$$\text{阻力 } F = kv^2 = k(3vt^2)^2 = 9kc^2(x/c)^{4/3}$$

$$\therefore \text{功 } W = \int_0^a F dx = \int_0^a 9kc^{2/3} x^{4/3} dx = \frac{27}{7} k \sqrt[3]{C^2 a^7}$$

# 1994 年上半年试题

一、单项选择题 (在每小题的四个备选答案中, 选出一个正确的答案, 并将其代码写在题干后的括号内。共 40 分)

(一) (每小题 1 分, 共 20 分)

1. 函数  $y = \arctan x$  的主值范围是 ( )

A.  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

B.  $(-\infty, +\infty)$

C.  $(0, \pi)$

D.  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$  ( )

A. 1

B. 0

C.  $\infty$

D. -1

3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + a^2}}{n} =$  ( )

A.  $\infty$

B. 1

C. 0

D.  $a$

4. 设  $y = \frac{x}{4^x}$ , 则  $y' =$  ( )

A.  $\frac{1}{4^x}$

B.  $\frac{x \ln 4}{4^x}$

C.  $\frac{1 + x \ln x}{4^x}$

D.  $\frac{1 - x \ln 4}{4^x}$

5. 设  $y = x \ln x$ , 则  $y' =$  ( )

A. 1

B.  $\frac{1}{x}$

C.  $\ln x$

D.  $1 + \ln x$

6. 设  $y = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$ , 则  $y' =$  ( )

A.  $\frac{2}{(1 + e^x)^2}$

B.  $-\frac{2}{(1 + e^x)^2}$

C.  $-\frac{2e^x}{(1 + e^x)^2}$

D.  $\frac{2e^x}{(1 + e^x)^2}$

7. 函数  $y = x^2 + x + 1$  在  $[0, 1]$  上满足拉格朗日中值定理的全部条件, 则使结论成立的  $c =$  ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B. 2

C. 0

D. 1

8.  $x=0$  是函数  $y=x^4$  的 ( )  
 A. 极大值点 B. 最大值点  
 C. 最小值点 D. 驻点但不是极值点
9.  $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx =$  ( )  
 A.  $2\sqrt{4-x^2} + c$  B.  $\arccos \frac{x}{2} + c$   
 C.  $\arcsin \frac{x}{2} + c$  D.  $\frac{1}{2}\arcsin \frac{x}{2} + c$
10.  $\int (1+2x)^3 dx =$  ( )  
 A.  $\frac{1}{4}(1+2x)^4 + c$  B.  $\frac{1}{8}(1+2x)^4 + c$   
 C.  $4(1+2x)^4 + c$  D.  $8(1+2x)^4 + c$
11. 设以抛物线  $y=\sqrt{x}$  与  $y=x^2$  为边界所围成的物质薄板, 在其上任一点处的面密度  $\rho=x^2+1$ , 这薄板的质量  $m =$  ( )  
 A.  $\int_0^4 (x^2 + \sqrt{x})(x^2 + 1) dx$  B.  $\int_0^1 (x^2 - \sqrt{x})(x^2 + 1) dx$   
 C.  $\int_0^4 (\sqrt{x} - x^2)(x^2 + 1) dx$  D.  $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)(x^2 + 1) dx$
12. 设  $\Phi(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ , 则  $\Phi'(\frac{\pi}{2}) =$  ( )  
 A.  $\frac{\pi}{2}$  B.  $\frac{2}{\pi}$  C. 0 D. 1
13.  $xoy$  面上的椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  绕  $x$  轴旋转所形成的旋转面的方程为 ( )  
 A.  $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  B.  $\frac{x^2 + z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   
 C.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$  D.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2 + y^2}{b^2} = 1$
14.  $\frac{\partial \sin(xy)}{\partial x} =$  ( )  
 A.  $\cos(xy)$  B.  $\sin(xy)$  C.  $\frac{\sin(xy)}{x}$  D.  $y \cos(xy)$
15.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} e^{x^2+y^2} =$  ( )  
 A. 0 B. e C. 1 D.  $\infty$
16. 设  $D$  是矩形域:  $a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$ , 则  $\iint_D d\sigma =$  ( )  
 A.  $a+b+c+d$  B.  $abcd$   
 C.  $(a-b)(d-c)$  D.  $(b-a)(d-c)$
17. 微分方程  $y'' + y = x$  有一个特解是 ( )  
 A.  $y = x$  B.  $y = x^2$  C.  $y = e^x$  D.  $y = \sin x$
18. 微分方程  $y'' + y = 0$  有一个解是 ( )  
 A.  $y = \sin x$  B.  $y = x^2$  C.  $y = \ln x$  D.  $y = e^x$



