



科学家讲的
科学故事

005

韩国最受欢迎的科普读物
销量突破10000000册



最经典的科学、最前沿的技术+最通俗、最权威的解读

高斯 讲的

数列理论的故事

[韩]郑玩相 著 杨成建 译





高斯 讲的 数列理论的故事

[韩]郑玩相 著 杨成建 译

图书在版编目 (CIP) 数据

高斯讲的数列理论的故事 / (韩) 郑玩相著 ; 杨成建译. — 昆明 : 云南教育出版社, 2011.1

(科学家讲的科学故事)

ISBN 978-7-5415-5129-1

I. ①高… II. ①郑… ②杨… III. ①数列 - 普及读物 IV. ①O122.5-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第247296号

著作权合同登记图字: 23-2010-074号

The Scientist tells the story of Science

Copyright © 2008 by JAEUM&MOEUM Co., Ltd

Simplified Chinese translation copyright © 2011 by Yunnan Education Publishing House

Published by arrangement with JAEUM&MOEUM Co., Ltd, Seoul through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd

All rights reserved

科学家讲的科学故事005

高斯讲的数列理论的故事

(韩) 郑玩相 著 杨成建 译

策 划: 李安泰

出 版 人: 李安泰

责任编辑: 李灵溪

特约编辑: 陈化仙

装帧设计: 齐 娜 张萌萌

责任印制: 张 旻 赵宏斌 兰恩威

出 版: 云南出版集团公司 云南教育出版社

社 址: 昆明市环城西路609号

网 站: www.yneph.com

经 销: 全国新华书店

印 刷: 深圳市精彩印联合印务有限公司

开 本: 680mm × 980mm 1/16

印 张: 9.75

字 数: 100千字

版 次: 2011年1月第1版

印 次: 2011年1月第1次印刷

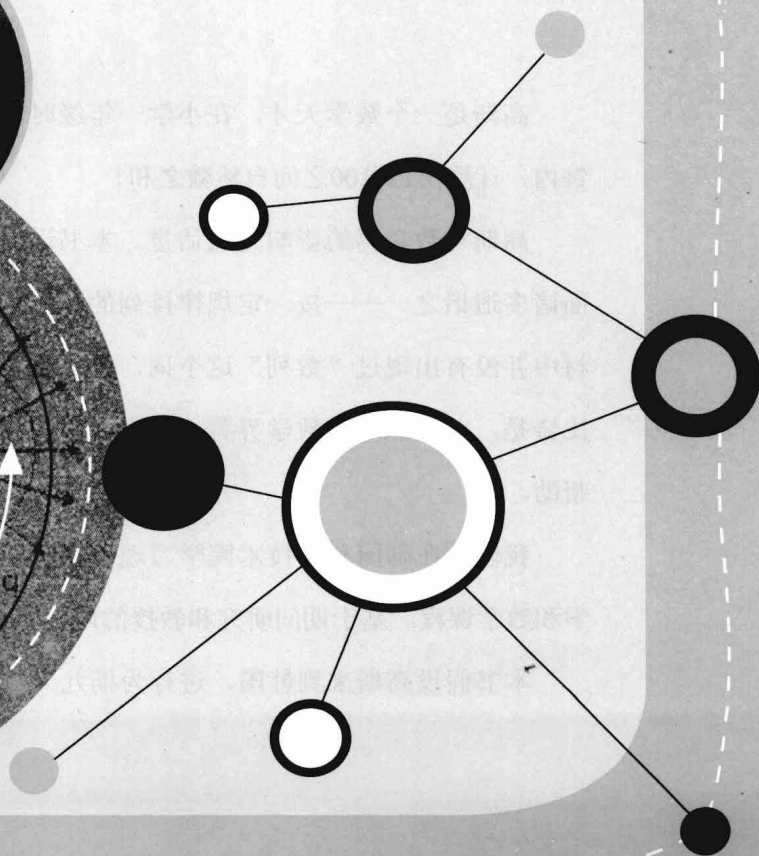
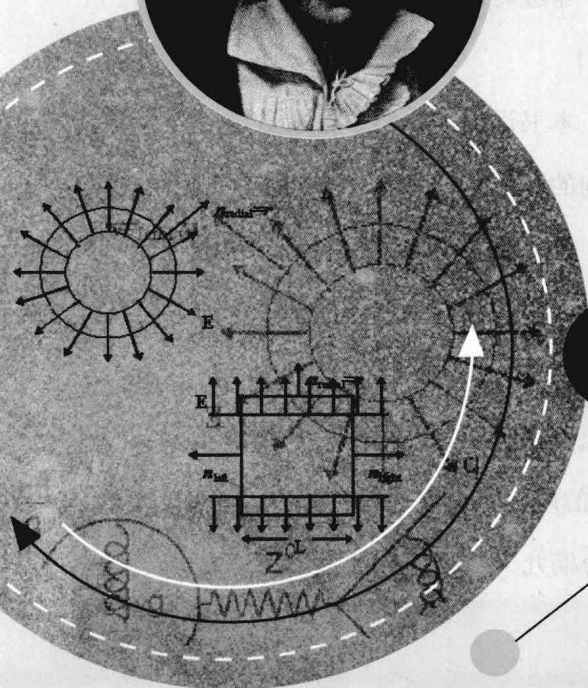
印 数: 1-10000

书 号: ISBN 978-7-5415-5129-1

定 价: 19.80元

版权所有, 翻印必究

写在
前面





！写在前面！

为梦想成为高斯那样优秀的青少年 而讲述的“数列”的故事

高斯是一个数学天才，在小学一年级时，他就能在短短的几秒钟内，计算出1到100之间自然数之和！

高斯对数学界的影响无法估量。本书详细地介绍了他在数学方面诸多造诣之一——按一定规律排列的数列。虽然小学和初中的教材中并没有出现过“数列”这个词，但是生活学习中数列的问题比比皆是，对梦想成为数学界英才的青少年来说，本书将提供一定的帮助。

我以前在韩国科学技术院学习理论物理学，现在在大学教物理学和数学课程。基于期间研究和教授的内容，我写了此书。

本书假设高斯来到韩国，进行为期九天数列方面的教学。以高

斯向青少年发问的方式，列举了一些简单的日常生活实验，从而教给大家数列的知识。

因为数列高中数学的内容，所以个别地方可能会让大家觉得有些难以理解，不过，许多青少年对数字的规律性都产生了特别的兴趣，因此，向他们介绍数列未尝不是一件好事。

在此，我真心希望阅读此书的读者们能够很好地理解数列的理论，并希望多涌现出一些像高斯一样优秀的数学家。

郑玩相

目录

1

第一课

前后两项的差是固定常数的数列 1

2

第二课

前后两项的比是固定常数的数列 13

3

第三课

斐波拉契数列 23

4

第四课

规律奇怪的数列 37

5

第五课

数列求和 51

6

第六课

无穷等比数列求和 67

7

第七课

循环小数可以转换成分数吗? 79

8

第八课

如果无限地加下去, 其结果会是无穷大吗? 89

9

第九课

圆周率可以通过数列的形式表现出来吗? 101

附录

希克斯比亚大冒险 109

科学家简介 140

科学年代表 142

核心内容测试 143

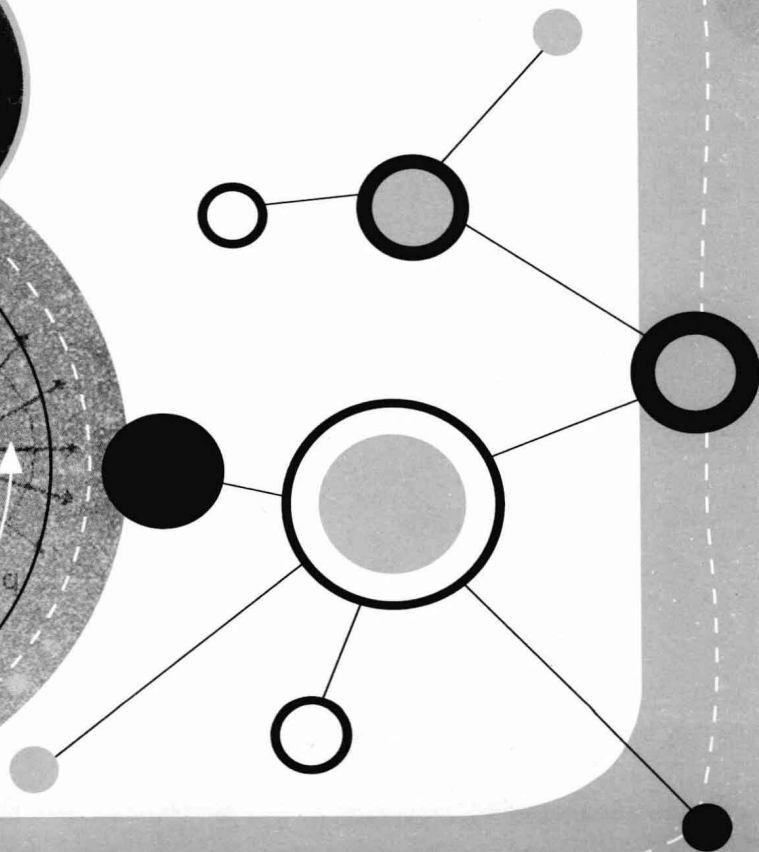
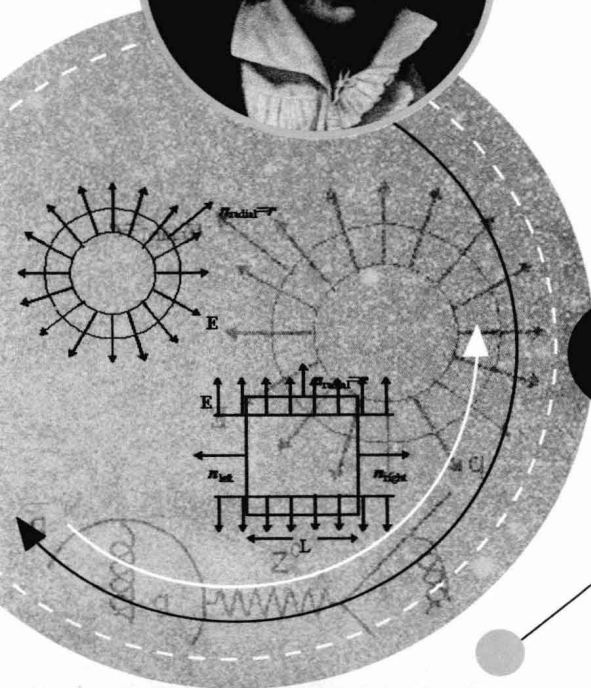
现代科学辞典 144

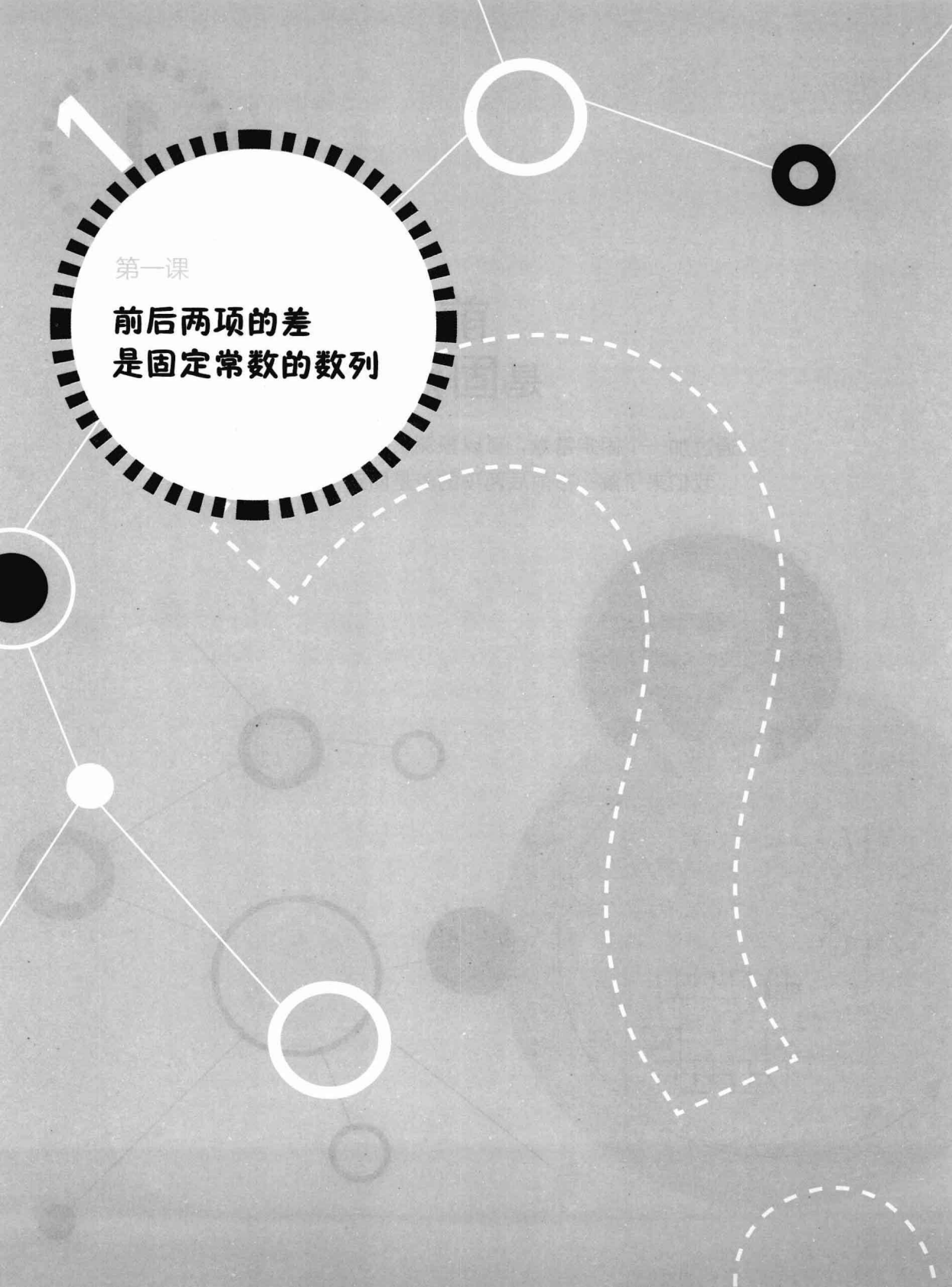


前后两项的差 是固定常数的数列

通过加一个固定常数，可以预测出数列中的下一个数字吗？

我们来了解一下前后两项的差是固定常数的数列的规律。



The background is a light gray with a network of thin white lines connecting various circles. There are solid white circles, solid black circles, and circles with dashed black outlines. A prominent dashed white line forms a large, irregular shape on the right side. In the top left, a white arrow points towards the main title circle.

第一课

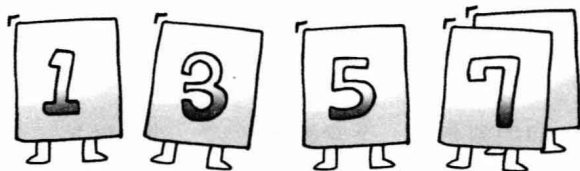
**前后两项的差
是固定常数的数列**



手握着数字卡，
高斯开始了他的第一课。

高斯从一堆卡片中抽出几张，开始讲课。

今天，让我们了解一下，当数字之间隐含某种规律的时候，如何预测出下一个数字的方法。请看下面几个数字：





大家可以轻易地看出7后面的数字是9，因为这些数字是遵循一定的规律排列的。像这样按一定次序一定规律排列的一系列数字，就叫做数列。

这其中到底有什么规律呢？

$$3=1+2$$

$$5=3+2$$

$$7=5+2$$

哈哈！原来前面的数字加上2，就得到了后面的数字了，那么，7后面的数就是 $7+2=9$ 。

这次，让我们用给定数字中后面的数减去前面的数，看结果是多少。

$$3-1=2$$

$$5-3=2$$

$$7-5=2$$

哈哈！原来后面的数字减去前面的数字，所得的差总是2。像这样，两个数之间的差是同一个常数的数列，就叫做等差数列。而像2

这样，后面的数减去前面的数所得的固定的差，就叫做公差。数列中的每一个数，都叫做这个数列的项。因此，在这个数列中，1是第1项，3是第2项，5是第3项。

接下来，让我们看一下首项是2、公差是3的等差数列。

高斯展示手中的数字卡：



这个数列的第100项是什么呢？ $14+3=17$ ， $17+3=20$ ，按照这种方式计算，是否太浪费时间了？所以，还是让我们寻找一下其中的规律吧！

第1项：2

第2项： $5=2+3$

第3项： $8=5+3$





第4项: $11=8+3$

如果将第3项中的5用 $2+3$ 替代, 第4项中的8用 $5+3$ 替代的话, 结果如下。

第1项: 2

第2项: $5=2+3$

第3项: $8=2+3+3$

第4项: $11=5+3+3$

如果再将第4项中的5用 $2+3$ 替代的话, 结果如下:

第1项: 2

第2项: $5=2+3$

第3项: $8=2+3+3$

第4项: $11=2+3+3+3$

看出规律了吗? 第2项是由第1项加3得到的, 而第3项是由第1项加上3的2倍得到的。我们知道, 相同的数进行相加, 可以用乘法表示, 因此结果如下:

第1项：2

第2项： $5=2+3\times 1$

第3项： $8=2+3\times 2$

第4项： $11=2+3\times 3$

规律一点点出现在你眼前了吧！也就是说，第4项是第1项加上公差的3倍。按照上述规律，我们可以得知，第100项就是第1项加上公差的99倍。结果如下：

$$\text{第100项} = 2 + 3 \times 99 = 299$$

因此，该数列的第100项就是299。按照某种规律，我们可以求出一组数列中从第1项开始的任意一项的值。

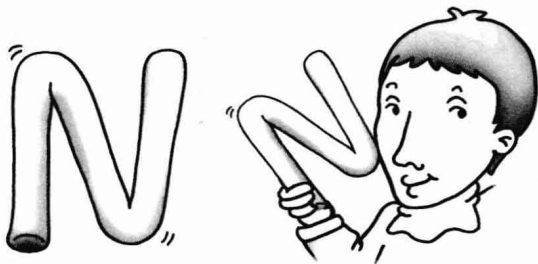
寻找等差数列

现在，让我们通过图形来看规律。





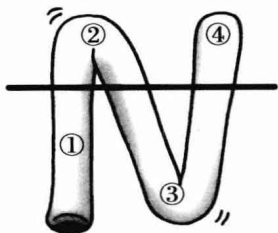
高斯在学生们面前拿出一个N字形的年糕。



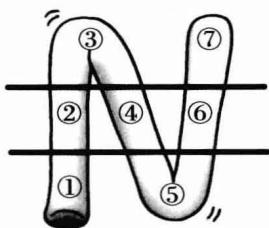
“N”由两条平行直线和一条斜直线构成的。如果让其中两条平行直线与地面保持垂直，然后用10条平行线在水平方向上对其进行切割的话，该N字形年糕一共会被分成几块呢？

学生们犹豫了一下，他们一时半会儿没找到其中的规律。这时，高斯开口了。

不要上来就试图揭晓答案，大家先去寻找其中的规律。先从条数最少的切割直线开始。首先观察一下，用一条直线进行切割时的情况。



N字形年糕被分成了4块。接下来，再观察一下用两条直线进行切割时的情况。



这时它被分成了7块。然后再观察一下用三条直线进行切割时的情况。



它被分成了10块。现在，让我们把切割直线的条数和年糕相应被分成的块数列出来：

1条直线：被分成4块

2条直线：被分成7块

3条直线：被分成10块

