



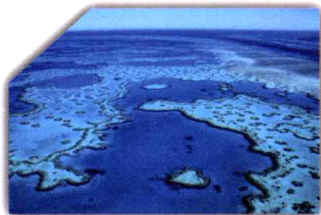
全国高校素质教育教材研究编审委员会审定

计算海岸动力学

Computational Coast Dynamics

流体卷

林钢 编著



海洋出版社

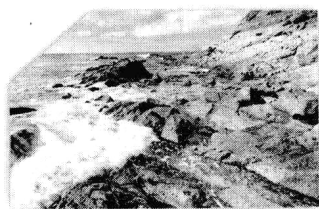
全国高校素质教育教材研究编审委员会审定

计算海岸动力学

Computational Coast Dynamics

流体卷

林钢 编著



海洋出版社

内 容 提 要

本书是对本人多年实践的总结,也是为港口海岸及近海工程专业研究生准备的“计算海岸动力学(流体卷)”教科书。本书以海岸工程为背景和依托,全面介绍海岸工程中与流体相关的物理问题的数值模拟方法和实例。全书共分13章,主要三大部分,第一部分,基础部分;第二部分,海岸工程中的各种微分方程和数值离散模式;第三部分,工程应用,结合完成工程项目实际求解各类偏微分方程运用。本书可以对相关专业的工程技术人员和相关专业研究生作为课内用书和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

计算海岸动力学 / 林钢编著. —北京:海洋出版社, 2010. 11
ISBN 978-7-5027-7381-6

I. ①计… II. ①林… III. ①海岸—海洋动力学—数值模拟 IV. ①P731.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 224437 号

责任编辑:王 溪

责任印制:刘志恒

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路8号 邮编:100081

北京海洋印刷厂印刷 新华书店发行所经销

2010年11月第1版 2010年11月北京第1次印刷

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:12.5

字数:300千字 定价:32.00元

发行部:62147016 邮购部:68038093 总编室:62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

前 言

本书是本人在中山大学工作期间为港口海岸及近海工程专业研究生开设“计算海岸动力学及仿真”课程和波浪类课程基础上，结合本人多年从事计算流体力学教学科研工作以及多年从事海洋、海岸工程科研基础上形成了这本针对海洋、海岸工程的数值模拟的专著。

本书始终贯彻的原则是：①以海岸工程作为研究主体；②将应用作为主体的原则。书中对几十年从事计算工作、计算流体力学工作、海洋中数值模拟工作和对近十多年在广东沿海等水域从事工程项目中数值模拟工作做了较全面总结。

海洋的魅力显示着数学带来的多样性，多种数学方法带来了海洋的研究手段的丰富性和广域性。数学方法的多样性带给海洋领域的飞速发展。现在越来越多的直接从事海洋工程技术的人员较好地掌握了计算技术和技巧，发挥极大作用。

先进的计算机技术、软件制作技术带给海洋领域的革命，使得人们能够深入研究复杂的海洋。

希望本书能对从事海洋领域的人们有所帮助。

目 录

第 1 章	引论	1
1.1	计算海岸动力学的研究内容	1
1.2	研究海岸动力学的基本方程	2
1.3	偏微分方程的基本概念	7
1.4	本书主要内容	10
第 2 章	偏微分方程数值解法	11
2.1	有限差分方法	11
2.2	有限差分格式的相容性、收敛性及稳定性	18
2.3	偏微分方程有限差分方法	30
2.4	有限体积方法	39
2.5	有限元方法	40
2.6	谱方法	53
第 3 章	代数方程的求解	63
3.1	直接解法	63
3.2	追赶法	66
3.3	迭代法	67
3.4	交替方向隐式法 (ADI 方法)	69
第 4 章	不可压缩粘性流体流动的差分法计算	71
4.1	流函数涡量法	71
4.2	速度压力法	77
4.3	网格雷诺数	84
第 5 章	网格技术	86
5.1	网格生成技术概述	86
5.2	自适应性网格生成方法	87
5.3	增强自适应性网格生成方法	87
第 6 章	波浪场数值模拟	89
6.1	Boussinesq 方程的数值模拟	89
6.2	椭圆型缓坡方程的数值模拟	91
6.3	抛物型缓坡方程的数值模拟	94
6.4	双曲型缓坡方程的数值模拟	97

6.5	正交曲线坐标系下的控制方程及数值模拟	98
第 7 章	SWAN 海浪模式数值模拟	102
7.1	近岸风浪模拟 SWAN 模型	102
7.2	近岸风浪模拟 SWAN 模型数值模拟	110
第 8 章	潮流场数值模拟	114
8.1	二维潮流场数学模型	114
8.2	二维潮流场数值模型	115
第 9 章	泥沙输移数值模拟	119
9.1	控制方程和定解条件	119
9.2	计算方法和参数选择	121
9.3	泥沙淤积影响分析的《海港水文规范》公式方法	122
第 10 章	港口、防波堤工程数值模拟应用	125
10.1	海浪要素基本概念	125
10.2	不规则波模型在波浪传播中应用	133
10.3	海浪与码头、防波堤相互作用	136
10.4	工程实例	136
第 11 章	航道工程数值模拟应用	153
11.1	平面一维水沙模型及数值解法	153
11.2	平面二维水沙模型及数值解法	157
11.3	平面二维悬沙数学模型	161
11.4	河床变形方程	163
11.5	航道整治工程设计	164
第 12 章	水质方程的数值模拟	170
12.1	控制方程	170
12.2	水质状况分析	171
第 13 章	海上油污染的数值模拟	173
13.1	流体动力学模型	173
13.2	海上溢油行为模式	179
13.3	波浪对溢油行为影响	183
后 记		188
参考文献		189

第1章 引 论

计算海岸动力学主要面对大量的偏微分方程问题以及偏微分方程数值解问题。本章给出研究海岸动力学的基本方程,包括:流体力学基本方程;波浪场、潮流场、泥沙场方程以及扩散方程等。这些领域的变形方程很多,本章每种(三类方程)方程各给出一个方程作示范。同时,给出偏微分方程的基本研究方法。

1.1 计算海岸动力学的研究内容

计算海岸动力学是用数值的方法、计算机模拟方法对海岸动力学问题加以研究。计算海岸动力学应包含对流体、结构、土等几个方面数值计算工作。由于计算海岸动力学面对的是近岸及近海,这样要给出比较完整、全面的跨较多研究领域的描述是比较困难的。根据这一出发点,我们很自然地将其分成两大部分,其一是涉及流体力学研究范畴,另一部分是涉及结构研究领域。

海岸受海岸动力因素影响,包括:风、浪、流和潮汐的共同作用,这些作用有风、浪、潮汐、近岸流和海平面变化的长期作用,也有台风、巨浪、风暴潮和海啸等的短期作用。对它们的研究形成了不同的研究领域。计算海岸动力学就是通过计算机数值技术,借助计算流体动力学方法对海岸动力场作出的数值分析研究的方法。

计算海岸动力学是一门内容相当广泛的学科,使用数学、力学、计算机等方面的方法和手段研究海岸变化和发展规律。

利用数值方法通过计算机求解描述流体运动的数学方程,

计算海岸动力学依托于计算流体力学理论方法和手段。而计算流体力学就是使用计算机数值技术对流体力学所做的分析研究。

现今计算流体力学已经发展成流体力学的第三种研究方法。

计算海岸动力学所研究内容,包含以下几方面。

① 对波浪场的模拟研究。

对波浪模拟研究主要有几大方面,其一是直接从原始 Navier-Stocks 方程入手加以研究;第二是从 Boussinesq 方程及各种改进的 Boussinesq 方程入手对波浪予以研究;第三是从缓坡方程及各种改进的缓坡方程入手对波浪予以研究,缓坡方程包括三类偏微分方程以及在时域及频域求解;第四是使用随机数学方法对随机波浪给予研究;第五使用能量平衡模型研究波浪传播。

② 对潮流场的模拟研究。

③ 对泥沙场等一类扩散问题模拟研究。

使用扩散方程对物质方程予以研究, 根据不同问题, 不同物质, 可以包括环境的水质方程的浓度场问题, 温排放问题和密度变化问题等。

1.2 研究海岸动力学的基本方程

1.2.1 流体力学基本方程

流体力学的基本方程是研究海岸工程的基础, 也是计算海岸动力学的基础。为此, 首先给出流体力学基本方程。

满足质量守恒、动量守恒和能量守恒的流体力学基本方程组, 给出直角坐标形式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} &= 0 \\ \rho \frac{du}{dt} &= \rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu \operatorname{div} \vec{V}) \\ \rho \frac{dv}{dt} &= \rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu \operatorname{div} \vec{V}) \\ \rho \frac{dw}{dt} &= \rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \operatorname{div} \vec{V}) \\ \rho T^* \frac{ds^*}{dt} &= -\frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T^*}{\partial z} \right) + \rho q \\ p &= f(\rho, T^*) \\ T_{xx} &= -\left[p + \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + 2 \mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ T_{yy} &= -\left[p + \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + 2 \mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ T_{zz} &= -\left[p + \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + 2 \mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ T_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ T_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ T_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

式中:

s^* —— 熵;

T^* —— 温度。

1.2.2 波浪场基本方程

对于波浪场

1) Boussinesq 方程

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial[(d+\zeta)u]}{\partial x} + \frac{\partial[(d+\zeta)v]}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{2} d \left[\frac{\partial^3 (du)}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 (dv)}{\partial x \partial y \partial t} \right] - \frac{1}{6} d^2 \left[\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y \partial t} \right]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{2} d \left[\frac{\partial^3 (dv)}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 (du)}{\partial x \partial y \partial t} \right] - \frac{1}{6} d^2 \left[\frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial t} \right]$$

式中:

d —— 水深;

ζ —— 波面;

u, v —— 分别为流体质点速度的 x, y 方向分量。

2) 缓坡方程

(1) 椭圆型缓坡方程

基于线性、小振幅波理论, 速度势 $\Phi(x, y, z, t)$ 满足

$$\Phi(x, y, z, t) = Z(z)\phi(x, y)e^{-i\omega t}$$

$$Z(z) = \frac{\cosh(z+d)}{\cosh kd}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{e_0}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + k^2 (1 + \psi) \phi = 0$$

式中:

$$\psi = e_1(kh) \left[\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{e_2(kh)}{k_0} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)$$

$$e_0 = \frac{kh}{\tanh kh + kh(1 - \tanh^2 kh)} \cdot \left(1 - 3 \tanh^2 kh + \frac{2 \tanh kh}{\tanh kh + kh(1 - \tanh^2 kh)} \right)$$

$$e_1 = \frac{1}{n \tanh kh} \cdot \frac{1}{24(2kh + \sinh 2kh)^2 \cosh^3 kh} \cdot \{ kh[12 + 16(kh)^2] \cosh kh + 6kh(\cosh 3kh + \cosh 5kh) + [12 + 84(kh)^2] \sinh kh + 3[1 - 4(kh)^2] \sinh 3kh - 9 \sinh 5kh \}$$

$$e_2 = \frac{1}{n} \left[\frac{-4kh \cosh kh + \sinh kh + (kh)^2 \sinh kh + \sinh 3kh}{8(2kh + \sinh 2kh) \cosh^3 kh} - \frac{kh \tanh kh}{2 \cosh^2 kh} \right]$$

$$n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right]$$

$$k_0 = \frac{4\pi^2}{gT^2}$$

(2) 抛物型缓坡方程

① Kirby 和 Dalrymple (1983)

$$2ikA_x + (cc_g A_y)_y + [k(k - k_0) + \frac{1}{cc_g} (kcc_g)_x]A - \frac{D}{cc_g} |A|^2 A = 0$$

② Kirby (1986) 高阶近似

$$c_g A_x + i \cdot (\bar{k} - \beta_0 k) c_g A + \frac{1}{2} (c_g)_x A + \frac{i}{\omega} (\beta_1 - \beta_2 \frac{\bar{k}}{k}) (cc_g A_y)_y - \frac{\beta_2}{\omega k} (cc_g A_y)_{yx} + \frac{\beta_2}{\omega} (\frac{k_x}{k^2} + \frac{(c_g)_x}{2kc_g}) (cc_g A_y)_y + \frac{i\omega k^2}{2} \cdot D \cdot |A|^2 A + \frac{W}{2} A = 0$$

式中:

A —— 复波幅函数;

$i = \sqrt{-1}$ —— 虚数单位;

k —— 波数;

ω —— 圆频率;

\bar{k} —— 特征波数;

D —— 非线性影响因子;

c —— 波数, c_g —— 群速度;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ —— 系数, 满足

$$c_g = nc;$$

$$n = \frac{1}{2} (1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh});$$

$$D = \frac{\cosh 4kh + 8 - 2 \tanh^2 kh}{8 \sinh^4 kh};$$

$h = d + \eta$ —— 总水深;

W —— 波能损耗和发生因子, 可表示为

$$W = W_f + W_b + W_w$$

式中:

W_f 为底摩阻因子, W_b 为波浪破碎因子, W_w 为风作用因子。

③ 林钢-邱大洪 (1999) 扩展抛物型缓坡方程:

$$2ia_n k_n A_{nx} + a_{nx} A_{nx} + (a_n A_{ny})_y + (ik_n a_{nx} + k_n^2 a_n) A_n + \sum_{m=0}^N \{ (b_{mn} - b_{nm}) (\nabla_h h \cdot \nabla_h A_m) e^{i(k_m - k_n)x} + (b_{mn} \nabla_h^2 h + c_{mn} (\nabla_h h)^2 + d_{mn} + (b_{mn} - b_{nm}) ik_m) A_m e^{i(k_m - k_n)x} \} = 0$$

跳跃条件

$$(\bar{n}_\Gamma \cdot \nabla_h A_n) a_n + ik_n a_n + [\bar{n}_\Gamma \cdot \nabla_h h] \sum_{m=0}^N b_{mn} A_m e^{i(k_m - k_n)x} = 0$$

其中各函数分别为

$$a_n(h) = \int_{-h}^0 w_n^2 dz, \quad b_{mn}(h) = \int_{-h}^0 (\partial w_m / \partial h) w_n dz, \quad b'_{mn}(h) = db_{mn} / dh,$$

$$c_{mn}(h) = b'_{mn}(h) - \int_{-h}^0 (\partial w_m / \partial h)(\partial w_n / \partial h) dz, \quad d_{mn}(h) = \int_{-h}^0 w_n (\partial^2 w_m / \partial h^2) dz$$

(3) 双曲型缓坡方程

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{c}{c_g} \nabla \cdot Q = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + cc_g \nabla \eta = 0$$

(4) 时变缓坡方程

$$\frac{D^2 \Phi}{Dt^2} - \nabla(cc_g \nabla \Phi) + (\sigma^2 - k^2 cc_g) \Phi = 0$$

(5) 波流相互作用下缓坡方程

$$\frac{D^2 \Phi}{Dt^2} - (\nabla \cdot U) \frac{D\Phi}{Dt} + \left(\frac{D}{Dt} (\nabla \cdot U) \right) \Phi - \nabla(cc_g \nabla \Phi) + (\sigma^2 - k^2 cc_g) \Phi = 0$$

1.2.3 随机波浪谱方程

波高和周期联合分布

A 与 Φ 的联合概率密度函数波

$$f(A, \Phi, \dot{A}, \dot{\Phi}) = \frac{A^2}{(2\pi)^{1/2} \mu_0 \mu_2^{1/2}} \exp\left(-\frac{A^2}{2\mu_0}\right) \exp\left(-\frac{A^2 \dot{\Phi}^2}{2\mu_2}\right)$$

式中:

A ——振幅;

Φ ——位相函数。

1.2.4 潮流场基本方程

控制方程

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial[(d+\zeta)u]}{\partial x} + \frac{\partial[(d+\zeta)v]}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho(d+\zeta)} [\tau_x^s - \tau_x^b]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho(d+\zeta)} [\tau_y^s - \tau_y^b]$$

式中:

T ——时间 (s);

x, y ——直角坐标 (m);

Z ——波动水面距离 (m);

D ——水深, 即底床到平均水面距离 (m);

g ——重力加速度 (m/s^2);

u, v —— x, y 方向的垂向平均流速 (m/s);

D_x, D_y —— x, y 方向的涡粘系数 (m²/s);

τ_x^s, τ_y^s —— x, y 方向的表面应力项;

τ_x^b, τ_y^b —— x, y 方向的底摩擦应力项。

这些应力的大小, 以经验公式表示为:

$$\tau_x^s = \rho_a \cdot \gamma_a \omega^2 \cos \beta \quad \tau_x^b = \frac{\rho g}{c^2} \cdot u \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$\tau_y^s = \rho_a \cdot \gamma_a \omega^2 \sin \beta \quad \tau_y^b = \frac{\rho g}{c^2} \cdot v \sqrt{u^2 + v^2}$$

ρ, ρ_a —— 水和空气的密度;

γ_a —— 风对水面的摩擦力系;

ω —— 水面上空 10m 处的风速;

β —— 风向与 x 的夹角;

C —— 为水体的谢才系数 $C = \frac{1}{\Delta} (d + \zeta)^{\frac{1}{6}}$;

Δ —— 底床糙度。

1.2.5 泥沙场基本方程

河床变形方程为

$$\gamma_0 \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial(hS)}{\partial t} + \frac{\partial(huS)}{\partial x} + \frac{\partial(hvS)}{\partial y} + \frac{\partial g_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial g_{by}}{\partial y} = 0$$

悬移质泥沙方程为

$$\frac{\partial(hS)}{\partial t} + \left[\frac{\partial(huS)}{\partial x} + \frac{\partial(hvS)}{\partial y} \right] - \varepsilon_s \frac{\partial^2}{\partial x^2} (hS) - \varepsilon_s \frac{\partial^2}{\partial y^2} (hS) + \alpha \omega (S - S_*) = 0$$

式中:

S —— 悬移质平均含沙量;

g_{bx}, g_{by} —— 分别为推移质单宽输沙率在 x, y 方向分量;

u, v —— 分别为流场 x, y 方向流速分量;

ε_s —— 泥沙紊动扩散系数, 假定 $\varepsilon_s = \nu_t$;

S_* —— 挟沙能力, $S_* = K_s \left(\frac{W^3}{gh\omega} \right)^m$, K_s, m 经验系数, 实测资料确定。

1.2.6 浓度场基本方程

浓度场基本方程

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \left[\frac{\partial(chU)}{\partial x} + \frac{\partial(chV)}{\partial y} + \frac{\partial(chW)}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) + S_m = 0$$

1.3 偏微分方程的基本概念

1.3.1 几个典型方程

1) Laplace 方程

$$\Delta u = 0$$

式中:

$u = u(x)$ ——调和函数

2) Poisson 方程

$$\Delta u = -f(x)$$

式中:

$u = u(x)$ ——调和函数;

$f(x)$ 为给定函数。

3) 波动方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \Delta u + f(x, t)$$

式中:

$u = u(x, t)$, $f(x, t)$ 给定函数。

4) 扩散、传热方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) + \cdots + \frac{\partial}{\partial x_n} \left(k_n \frac{\partial u}{\partial x_n} \right) + f(x, t)$$

式中:

$u = u(x, t)$ ——扩散过程某种物质浓度, 或温度;

k ——扩散系数或热传导系数。

对均质过程, 上式变为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \Delta u + f(x, t)$$

对一维问题, 变为扩散方程或传热方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t)$$

5) 二维对流-扩散方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} = k \Delta u + f(x, t)$$

式中:

$u = u(x, y, t)$ ——扩散过程某种物质浓度。

$a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y}$ 为对流项;

$k \Delta u$ 为扩散项, $k > 0$ ——扩散系数。

6) 对流方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

式中:

$$u = u(x, t)。$$

7) Navier-Stokes 方程组

描述三维不可压缩流动的方程组

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \Delta u_i$$

式中:

$u = u(u_1, u_2, u_3)$ —— 速度;

p —— 压力;

ρ —— 密度;

ν —— 粘滞系数。

1.3.2 非线性发展方程

1) Burgers 方程

作为浅水波问题的洪水波数学模型和当代交通流动力学模型方程。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

或

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

2) Korteweg-de Vries (KdV) 方程

研究孤立波模型方程, 我们可以在水面上设定一个孤立波初值, 作为波浪的简化模型, 进行波浪爬坡和 underwater 障碍物造波效应的仿真数值试验。

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0$$

3) KdV-Burgers 方程

研究数学模型耗散性、色散性和群速度效应分析中模型

$$u_t + 6uu_x + \mu u_{xxx} = \nu u_{xx}, \quad \nu, \mu \geq 0$$

4) RLW (regularized long-wave) 方程

非线性色散波的模型方程, 方程为

$$u_t + \eta u_x + uu_x + \delta u_{xxt} = 0$$

5) 非线性 ScgrÖdinger 方程

非线性 ScgrÖdinger 方程 (简称 NLS) 可以用于描述平面波的二维自聚焦, 单色波的一维自调制等。方程为

$$iu_t = u_{xx} + 2|u|^2 u$$

1.3.3 定解问题

对于偏微分方程，可以在一些特定条件下求方程的解。这样的条件为定解条件。

初始条件

在含时间变量的问题中，在 $t = t_0$ 给出的条件称为初始条件。

边界条件

如果在 R^n 的某个区域 Ω 内求解方程，即要求 $x \in \Omega$ 时， $u = u(x, t)$ 满足方程，一般在 Ω 的边界 $\partial\Omega$ 上给出 u 的条件，称为边界条件。

对于不同问题给定不同边界条件。边界条件可以分成三类边界条件。

第一类边界条件（Dirichlet 边界条件）

在边界上给定

$$u = g(x, y), \quad x, y \in \partial\Omega$$

式中： $g(x, y)$ 是 x, y 的函数。

第二类边界条件（Neumann 边界条件）

在边界上给定

$$k \frac{\partial u}{\partial n} = g(x, y), \quad x, y \in \partial\Omega$$

式中： $g(x, y)$ 是 x, y 的函数。

n 是区域 Ω 的外法线方向

第三类边界条件（混合边界条件）

在边界上给定

$$k \frac{\partial u}{\partial n} + u = g(x, y) \quad x, y \in \partial\Omega$$

式中： $g(x, y)$ 是 x, y 的函数。

给出了方程和定解条件，就构成一个定解问题。

1.3.4 定解问题的稳定性、适定性

如果一个微分方程定解问题在某个函数集合中存在唯一的解，而且在定解条件的原始资料有微小变化时，在某种意义上解也仅有微小变化，就说解关于定解条件是稳定的。

如果一个定解问题解的存在性、唯一性和稳定性都成立，就称定解问题是适定的。

1.3.5 二阶方程

设 $u = u(x_1, x_2, \dots, x_n; t)$ ，二阶拟线性方程

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n b_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + cu = f(x, t) \quad (1.3.1)$$

式中： a_{ij}, b_i, c, f 可以与 $x_1, x_2, \dots, x_n; t$ 有关，也可以与 u 和 $\frac{\partial u}{\partial x_i}$ 有关。

不妨假设 $a_{ij} = a_{ji}$, 这样矩阵 $A = [a_{ij}]$ 是一个 $n \times n$ 的对称阵。

如果在点 (x_1, x_2, \dots, x_n) , A 是正定或是负定的 (其特征根全同号), 式 (1.3.1) 称为椭圆型方程, 如果 A 的特征根至少有一个为零, 式 (1.3.1) 称为抛物型方程, 如果 A 的特征根皆非零, 且有 $n-1$ 同号时, 式 (1.3.1) 称为双曲型方程。

1.4 本书主要内容

伴随着计算机技术和软件技术以及计算流体力学的发展, 促进新技术对海岸工程领域的渗透, 一些计算流体力学中的成熟的技术会对计算海岸动力学领域发生更大的变化。本书借助计算流体力学基本概念、基本方法和基本技巧来研究海岸工程中复杂的波浪问题、潮流问题、泥沙问题以及浓度场问题 (包括温度、盐度、密度等以及溢油扩散等问题)。

由于港口海岸工程所面对的都是复杂的、大量的物理问题, 而解决这大量物理问题又要面对大量的各类数学的偏微分方程。还要面对大量多学科耦合问题, 如海-气耦合、海浪-结构-地基耦合等。这也充分体现了海洋的魅力。

本书从内容上涉及两大部分内容, 基础部分和应用部分, 共计 13 章。第一大方面是基础理论部分, 包括: 第 1 章~第 5 章内容, 介绍了海岸工程的一些经常面对的偏微分方程 (第 1 章); 偏微分方程数值解法 (第 2 章), 主要有有限差分方法、有限元方法、谱方法等; 代数方程求解 (第 3 章); 不可压缩粘性流体流动的差分法的计算 (第 4 章), 主要介绍流函数-涡量法和压力梯度法的应用; 网格技术 (第 5 章), 简要介绍这方面内容; 第 6 章~第 9 章是中间段, 起承上启下作用, 介绍了海岸动力经常使用的偏微分方程的数值解法; 波浪场数值模拟 (第 6 章), 包括: Boussinesq 方程数值模拟, 椭圆型缓坡方程数值模拟, 抛物型缓坡方程数值模拟, 双曲型缓坡方程数值模拟和正交曲线坐标系下缓坡方程的数值模拟等; SWAN 海浪模式数值模拟 (第 7 章); 潮流场数值模拟 (第 8 章); 泥沙输移数值模拟 (第 9 章); 第 10 章~第 13 章是工程应用部分, 介绍海岸工程中面对的这些物理问题的模拟过程和具体工程应用, 港口、防波堤工程数值模拟应用 (第 10 章), 包括多个多年来的数值模拟的工程项目实例; 航道工程数值模拟应用 (第 11 章), 包括两个数值模拟的工程项目实例; 水质方程数值模拟 (第 12 章); 海上油污数值模拟 (第 13 章)。

第2章 偏微分方程数值解法

本章主要研究偏微分方程数值解问题，包括有限差分方法和有限元方法等。

2.1 有限差分方法

有限差分方法是对于一个偏微分方程，如果把方程中的所有偏导数近似地用差商代替，则可以用一组代数方程近似地替代这个微分方程，进而得到数值解。

差分方程就是用差商代替微分方程中出现的导数后导出的一组代数方程。

2.1.1 连续变量的离散表示

研究连续的自变量 x ，它位于区间 $x = x[x_0, x_J]$ ， $x_0 \leq x \leq x_J$ ，该连续区间用点阵或网格来代替。将 x 分为 J 个单元， $J+1$ 个结点，其长度为 $\Delta x_j (j=1, 2, \dots, J)$ ，称为空间步长，如图 2.1 是求解域的离散化。

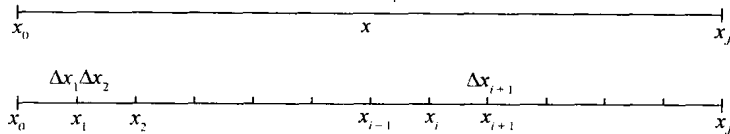


图 2.1 求解域的离散化

仅用连续变量 x 在点 $j (0 \leq j \leq J)$ 的值，就可以构造一个有限维向量 $\{x_j\}$ ，有

$$x_j = x_0 + \sum_{v=1}^j \Delta x_v$$

这样一个连续的自变量就被离散化了。

设在连续区间上给定函数 $f(x)$ ，在上述同样意义下，可以定义相应的向量 $\{f_j\}$ 来近似函数 $f(x)$ ，在自变量 x 的结点 $\{x_j\}$ 上，

$$f_j = f(x_j)$$

函数 $f(x)$ 在任意点 x' 上

$$x_j \leq x' \leq x_{j+1}$$

可由 $\{f(x_j)\}$ 相邻点的分量 f_j 和 f_{j+1} 的插值来近似。

对于时间变量，同样类似离散

对 $t=T$ ，分成 K 个等分， $K+1$ 个结点，其长度为 $\Delta t_k (k=1, 2, \dots, K)$ ，称为时间步长，