GDZYXXJC

高等职业学校教材

数学

（下册）

文科类

湖南省职业教育教材编审委员会编审

湖南科学技术出版社

GDZYXXJC

高等职业学校教材

数学

（下册）

文科类

湖南省职业教育教材编审委员会编审

湖南科学技术出版社

高等职业学校教材
数　　学（下册）文科类
主编单位：湖南省职业教育教材编审委员会编审
责任编辑：戴湘辉
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路280号
http //www hnstp.com
邮购联系：本社直销科　0731—4375808
印　　刷：长沙市银都教育印刷厂
（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：长沙市远大一路马王堆
邮　　编：410001
出版日期：2002年2月第1版第1次
开　　本：850mm×1168mm　1/32
印　　张：11.75
字　　数：274000
书　　号：ISBN 7-5357-3174-0/G·404
定　　价：11.50元

湖南省职业教育教材编审委员会

顾　问：许云昭　蒋作斌

主　任：张作功

副主任：段志坚

总　审：段志坚

总　编：彭世华

副总审：彭四龙　贺安溪

副总编：欧阳河

内容提要

本教材共分上、下两册，上册内容为极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数及其微分法；下册内容为行列式、矩阵、线性方程组、线性经济模型简介、概率、数理统计初步、数学模型、数学实验简介.

本教材供高等职业学校文科类各专业使用，也可作为文科类专科学校、职业大学的选用教材或参考书.

前　言

本教材是在湖南省教育厅领导下，由湖南省职业教育教材编审委员会组织编写的．本教材分上、下两册，是高等职业院校文科类各专业的通用教材．

本教材内容包括极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数及其微分法、行列式、矩阵、线性方程组、线性经济模型简介、概率、数理统计初步、数学模型、数学实验简介．考虑到高等职业学校教学的特点，本教材在内容的选取和编排上注意了实用性、先进性和灵活性．结合经济管理方面的实例阐述基本概念，力求深入浅出，通俗易懂；增加了数学建模和数学实验等新内容，以培养学生数学应用能力；部分较难的内容，如极限的“$\varepsilon-N$”定义、中值定理的证明等，采用了小号字排印，教学时可结合学生的实际需要选取，也可越过这些知识，而不会影响教材的逻辑性和系统性；部分加了“*”号的内容，可供不同专业选用．每节后都配备了习题，供课内、外作业用；每章后有小结，并配有复习题，分A、B两组，A组题是属于基本要求范围的，供复习全章使用，B组题难度上略有提高，供不同专业选用．另外，在习题和复习题中，有部分加了“*”号的题，仅供学有余力的学生选用．

本教材由湖南省经济贸易学校曾庆柏高级讲师任主编，湖南师范大学张垚教授任主审，湘潭大学刘建州教授任副主审．湖

南省职业教育与成人教育研究所成力争同志为组编，陈拥贤同志为责任编审．参编人员是：曾庆柏同志（第一章，第二章，第三章）、长沙市商业学校陈晓霞同志（第四章，第五章）、湖南省化工职工大学唐轮章同志（第六章）、湖南省财经高等专科学校黄珍玉同志（第七章，第八章，第九章，第十章）、湖南省财会学校邓凌霄同志（第十一章，第十二章）、长沙大学许向阳同志（第十三章，第十四章）．在本书的编审过程中，湖南省教育厅职业教育与成人教育处、湖南省职业教育与成人教育研究所和各编审人员所在单位的领导给予了大力支持，并为本书的编写提出了许多有益的建议，谨在此表示衷心感谢．

由于成书仓促，编审人员水平有限，不足之处，请有关专家、学者及使用本书的教师指正．

湖南省职业教育教材编审委员会

2001 年 10 月

目　录

第七章　行列式……………………………………………… (1)
第一节　行列式的定义……………………………………… (1)
一、二阶行列式………………………………………… (1)
二、三阶行列式………………………………………… (4)
三、n 阶行列式………………………………………… (6)
习题 7-1 ……………………………………………… (10)
第二节　行列式的性质 …………………………………… (11)
习题 7-2 ……………………………………………… (18)
第三节　克莱姆法则 ……………………………………… (19)
习题 7-3 ……………………………………………… (23)
复习题七 ……………………………………………… (26)
第八章　矩阵 …………………………………………………… (30)
第一节　矩阵的概念 ……………………………………… (30)
习题 8-1 ……………………………………………… (35)
第二节　矩阵的运算 ……………………………………… (36)
一、矩阵的加法 ……………………………………… (36)
二、矩阵的减法 ……………………………………… (36)
三、数与矩阵的乘法 ………………………………… (37)
四、矩阵的乘法 ……………………………………… (39)
习题 8-2 ……………………………………………… (44)

第三节　逆矩阵 …………………………………………… (46)
习题 8-3 ………………………………………… (51)
*第四节　分块矩阵 ………………………………………… (52)
一、分块矩阵的概念 ……………………………………… (52)
二、分块矩阵的运算 ……………………………………… (54)
习题 8-4 ………………………………………… (62)
第五节　矩阵的初等变换 ………………………………… (63)
一、矩阵的初等变换 ……………………………………… (63)
二、初等矩阵 ……………………………………………… (64)
三、用矩阵的初等变换求逆矩阵 ………………………… (69)
习题 8-5 ………………………………………… (72)
复习题八 ………………………………………… (75)
第九章　线性方程组 ……………………………………… (80)
第一节　n 维向量及其线性关系 ……………………… (80)
一、n 维向量及其运算 ………………………………… (80)
二、n 维向量间的线性关系 …………………………… (83)
三、向量组的秩 …………………………………………… (86)
习题 9-1 ………………………………………… (91)
第二节　线性方程组解的判定与解的结构 ……………… (92)
一、高斯--约当消元法 …………………………………… (93)
二、线性方程组解的结构 ………………………………… (98)
习题 9-2 ……………………………………… (105)
复习题九……………………………………… (108)
第十章　线性经济模型简介……………………………… (112)
第一节　投入产出数学模型……………………………… (112)
一、价值型投入产出模型………………………………… (112)
二、直接消耗系数………………………………………… (116)
三、完全消耗系数………………………………………… (122)

四、应用举例…………………………………………………（124）
习题 10-1 ………………………………………………（127）
第二节 线性规划……………………………………………（130）
一、线性规划问题的数学模型………………………………（131）
二、线性规划问题的标准形式………………………………（135）
三、线性规划问题的几个基本概念…………………………（139）
四、两个变量线性规划问题的图解法………………………（142）
习题 10-2 ………………………………………………（146）
第三节 单纯形法……………………………………………（148）
一、引例………………………………………………………（148）
二、单纯形表…………………………………………………（153）
习题 10-3 ………………………………………………（158）
复习题十………………………………………………………（161）
第十一章 概率………………………………………………（166）
第一节 随机事件……………………………………………（166）
一、随机现象…………………………………………………（166）
二、样本空间…………………………………………………（167）
三、事件的关系及其运算……………………………………（169）
习题 11-1 ………………………………………………（174）
第二节 概率的定义及其性质………………………………（176）
一、概率的统计定义…………………………………………（176）
二、概率的古典定义…………………………………………（178）
三、概率的加法公式…………………………………………（181）
习题 11-2 ………………………………………………（185）
第三节 条件概率与事件的独立性 贝努里概型……（186）
一、条件概率与乘法公式……………………………………（186）
二、全概率公式与贝叶斯公式………………………………（190）
三、事件的独立性……………………………………………（193）

四、贝努里概型……………………………………………… (197)
习题 11-3 ……………………………………………… (199)
第四节 随机变量及其分布…………………………………… (202)
一、随机变量的概念………………………………………… (202)
二、离散型随机变量………………………………………… (203)
三、连续型随机变量………………………………………… (207)
习题 11-4 ……………………………………………… (215)
第五节 随机变量的数字特征………………………………… (218)
一、离散型随机变量的数学期望…………………………… (218)
二、连续型随机变量的数学期望…………………………… (222)
三、期望的简单性质………………………………………… (224)
四、方差及其简单性质……………………………………… (227)
五、随机变量和的数字特征………………………………… (235)
习题 11-5 ……………………………………………… (237)
第六节 概率在经济工作中的应用举例……………………… (240)
一、风险决策问题…………………………………………… (240)
二、随机型储存问题………………………………………… (241)
三、抽样检验问题…………………………………………… (244)
四、保险问题………………………………………………… (245)
习题 11-6 ……………………………………………… (247)
复习题十一………………………………………………… (252)
第十二章 数理统计初步…………………………………… (256)
第一节 总体与样本………………………………………… (256)
一、总体与样本……………………………………………… (256)
二、分布密度的近似求法…………………………………… (258)
三、样本的数字特征………………………………………… (261)
四、常用统计量的分布……………………………………… (263)
习题 12-1 ……………………………………………… (268)

第二节　参数估计…………………………………………（269）
一、参数的点估计………………………………………（269）
二、区间估计……………………………………………（272）
习题 12-2 ………………………………………………（277）
第三节　假设检验………………………………………（279）
一、假设检验原理………………………………………（279）
二、U 检验法 ……………………………………………（281）
三、t 检验法 ……………………………………………（282）
四、χ^2 检验法 ……………………………………………（283）
习题 12-3 ………………………………………………（284）
第四节　一元线性回归…………………………………（285）
一、回归分析的概念……………………………………（285）
二、一元线性回归方程的建立…………………………（286）
三、相关性检验…………………………………………（292）
习题 12-4 ………………………………………………（299）
复习题十二………………………………………………（304）
第十三章　数学模型……………………………………（307）
第一节　数学模型的概念及分类………………………（307）
一、模型与数学模型……………………………………（307）
二、数学模型的分类……………………………………（308）
三、建模的一般步骤……………………………………（309）
四、建模能力的培养……………………………………（313）
习题 13-1 ………………………………………………（313）
第二节　数学建模举例…………………………………（314）
习题 13-2 ………………………………………………（325）
课外阅读…………………………………………………（329）
第十四章　数学实验简介………………………………（334）
第一节　引言……………………………………………（334）

一、数学实验的概念…………………………………(334)
二、数学实验的意义和目的…………………………(335)
三、数学实验的计算机准备…………………………(335)
四、MATLAB 系统的基本知识 ………………………(335)
第二节 初等数学实验………………………………(339)
一、多项式运算……………………………………(339)
二、方程求解………………………………………(339)
三、绘制二维函数图形……………………………(340)
四、动态图形………………………………………(340)
第三节 微积分实验…………………………………(341)
一、极限运算………………………………………(341)
二、微分运算………………………………………(342)
三、积分运算………………………………………(343)
四、级数展开………………………………………(344)
五、微分方程求解…………………………………(344)
第四节 线性代数实验………………………………(345)
一、矩阵运算………………………………………(345)
*二、矩阵函数 ……………………………………(346)
第五节 数理统计实验………………………………(347)
一、参数估计和区间估计…………………………(347)
二、回归分析………………………………………(349)
第六节 规划实验……………………………………(351)
附表 1 泊松分布表 …………………………………(355)
附表 2 标准正态分布表 ……………………………(356)
附表 3 χ^2 分布表……………………………………(358)
附表 4 t 分布表 ……………………………………(360)
附表 5 r 检验临界值表 ……………………………(362)

第七章　行列式

在许多实际问题(包括经济学的问题)中，经常会遇到求解线性方程组(即多元一次方程组)的问题，而行列式和矩阵是讨论和求解线性方程组的重要工具. 本章介绍行列式及克莱姆法则，下一章介绍矩阵，第九章讨论线性组的解的理论及解法.

第一节　行列式的定义

一、二阶行列式

行列式的概念是由解线性方程组的问题引出的. 例如，解二元线性方程组

$$(\mathrm{I})\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1,\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2.\end{cases}$$

用加减消元法可以得出，当 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq0$ 时，方程组(Ⅰ)有惟一的解

$$\begin{cases}x_1=\dfrac{b_1a_{22}-b_2a_{12}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}},\\[2ex] x_2=\dfrac{b_2a_{11}-b_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}.\end{cases}\tag{7-1}$$

(7-1)式给出了二元线性方程组(Ⅰ)的一个求解公式．为了简便，我们把它的分母用记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \tag{7-2}$$

来表示，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}. \tag{7-3}$$

我们把记号(7-2)叫做**二阶行列式**，a_{11}、a_{12}、a_{21}、a_{22}叫做**行列式的元素**，横排叫**行**、纵排叫**列**．a_{11}、a_{12}是第一行，a_{21}、a_{22}是第二行；a_{11}、a_{21}是第一列，a_{12}、a_{22}是第二列．$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$叫做行列式(7-2)的**展开式**．从左上角 a_{11}到右下角 a_{22}的对角线叫做**主对角线**；从左下角 a_{21}到右上角 a_{12}的对角线叫做**次对角线**．因此，二阶行列式的展开式，是主对角线上两个元素的乘积减去次对角线上两个元素的乘积所得的差(图 7-1)．

$$\begin{array}{c} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \\ - \qquad\quad + \end{array}$$

图 7-1

根据以上二阶行列式的定义，公式(7-1)中的两个分子也可分别用二阶行列式表示为

$$b_1a_{22} - b_2a_{12} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},$$

$$b_2a_{11} - b_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

于是，公式(7-1)可用行列式表示为

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}.$$

若记

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix},$$

则方程组(Ⅰ)的解可简记为

$$\boxed{\begin{cases} x_1 = \dfrac{D_1}{D}, \\ x_2 = \dfrac{D_2}{D} \end{cases} \quad (D \neq 0).} \tag{7-4}$$

很明显,行列式 D 是由方程组(Ⅰ)中未知数 x_1、x_2 的系数按原来的位置顺序构成的,我们把它叫做这个方程组的**系数行列式**;用常数项 b_1、b_2 分别替换 D 中的 a_{11}、a_{21},就得到行列式 D_1;用常数项 b_1、b_2 分别替换 D 中的 a_{12}、a_{22},就得到行列式 D_2.

【例 1】用行列式解线性方程组:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 - 3x_2 = -1. \end{cases}$$

解 因为 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 2 \times (-3) - 1 \times 1 = -7 \neq 0$,

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -14, D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -7.$$

所以 $x_1 = \dfrac{D_1}{D} = \dfrac{-14}{-7} = 2$, $x_2 = \dfrac{D_2}{D} = \dfrac{-7}{-7} = 1$.

所以,原方程组的解是

$$\begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = 1. \end{cases}$$

二、三阶行列式

下面我们来研究三元一次方程组

$$
(\mathrm{II})\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1,\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2,\\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3\end{cases}
$$

的解法．类似于二元线性方程组的解法，应用加减消元法，不难得出它的求解公式：

$$
\begin{cases}x_1=\dfrac{b_1a_{22}a_{33}+b_2a_{32}a_{13}+b_3a_{12}a_{23}-b_3a_{22}a_{13}-b_2a_{12}a_{33}-b_1a_{32}a_{23}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}-a_{11}a_{32}a_{23}},\\ x_2=\dfrac{b_1a_{31}a_{23}+b_2a_{11}a_{33}+b_3a_{21}a_{13}-b_3a_{23}a_{11}-b_2a_{13}a_{31}-b_1a_{21}a_{33}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}-a_{11}a_{32}a_{23}},\\ x_3=\dfrac{b_1a_{21}a_{32}+b_2a_{12}a_{31}+b_3a_{11}a_{22}-b_3a_{12}a_{21}-b_2a_{32}a_{11}-b_1a_{22}a_{31}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}-a_{11}a_{32}a_{23}}.\end{cases}
$$

显然，上述求解公式繁琐难记．仿照二阶行列式的记法，我们把它们的分母

$$
a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}-a_{11}a_{32}a_{23} \tag{7-5}
$$

用记号

$$
D=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix} \tag{7-6}
$$

来表示，即

$$
D=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{21}a_{12}a_{33}-a_{11}a_{32}a_{33}.
$$