

普通高中课程标准实验教科书

**数学**  
SHUXUE

**1**

(必修)

# 教师教学 用书

湖北教育出版社数学教材编写组 编著



## 说 明

为了配合湖北教育出版社出版的《高级中学课程标准实验教科书·数学》的教学实践,我们编写了这套教师用书.

编写教师用书的目的在于,为教师选取素材提供资源,为设计教学提供参考,也为教师处理教学问题提供服务,帮助老师们在充分考虑数学学科特点和高中生心理特点的前提下,运用多种教学方法和手段,实现课程目标.

编写教师用书的目的在于,与老师们沟通,呈现我们将课程标准转化为教材的心路历程;交流编写意图,特别是在贯彻基本理念、处理某些矛盾时的所思所为,从而对教科书的指导思想和主要特点形成共识,促使教师创造性地使用教材.

编写教师用书的目的在于,以教科书为载体,从教学的基本问题出发,和老师们一起,共同领会课程标准的基本精神,立足于以人为本,发展和完善人的高度,构建现代理念下的课堂教学.

本套教师用书一般以教科书的章为单元编写,每章由教育价值、教学目标、教材结构、课时分配、内容分析、相关资源、评价建议和习题解答八部分构成.

**教育价值:**是课程目标在本章的具体化,也是课程设计中确定本章为教学内容的理由.

**教学目标:**是本章要达到的基本目标,它比课程标准中《内容与要求》要具体些.

**教材结构:**主要介绍三个方面:知识如何定位,教材怎样展开,有何特点.

**课时分配:**对每一小节所需的教学课时数作了大致的估计.

**内容分析:**一般按章头语、各大节依次展开.每大节包括三个项目:内容概述及基本要求、重难点分析和教学建议.其中教学建议是主体,阐述教学中应该强调什么,注意什么,例题的功能及其处理.除此之外,还涉及到旁批、交流话题、信息技术链接及教科书中课件符号标识处的教学思考等.

**相关资源:**在于展示本章内容的知识背景,为教学提供素材,包括重要结论的推理、证明与拓展.

**评价建议:**回答评价什么,如何评价等问题,并提供必要的参考案例.

**习题解答:**不仅包括练习、习题、复习题等基本题型的参考答案,还就《阅读与讨论》中的讨论题、《思考与实践》中的问题给出了可供参考的解决方案.

我们希望通过上述栏目的设置,既有助于解决教学设计、教学实施中的主要问题,满足教学的基本需要,又能拓展教师的视野,提升数学教学的境界.

诚然,有些想法虽然很好,却是我们力所不及的.比如评价建议,又比如教学目标中的情感目标,如何落实和实践还有待于我们共同去研究和探索.

我们的课程改革,从理念、内容到实施,与过去相比都有较大的变化.要实现课程改革的目标,教师是关键.教师不仅是课程的实施者,而且也是课程研究、建设和资源开发的重要力量.我们殷切地希望各位老师能为这套教师用书建言,更为教科书的完善献力,使它们更加有利于教师创造性地进行教学,更加有利于学生主动地学习和发展.

本套教师用书由湖北教育出版社数学教材编写组编写,主编齐民友,副主编裴光亚,徐学文,郭熙汉.本册主要编者是殷希群,徐惠,裴光亚.

# 目 录

第 1 章 集合	1
第 2 章 函数及其基本性质	11
第 3 章 指数函数、对数函数、幂函数	33
第 4 章 函数的应用	52

# 第1章 集合

## 一、教育价值

集合语言是现代数学的基本语言. 使用集合语言, 可以简洁、准确的表达数学的一些内容. 学习本章的目的, 在于使学生学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象, 培养运用数学语言进行交流的能力.

集合是最基本的数学概念之一, 我们以后学习函数、不等式、立体几何和平面解析几何、概率统计等内容时, 都要使用集合语言来描述和交流. 许多重要的数学分支, 都建立在集合理论的基础之上.

## 二、教学目标

### 1. 知识与能力

(1) 了解集合的含义, 体会元素与集合的“属于”关系. 能选择自然语言、图形语言和集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题, 感受集合语言的意义和作用.

(2) 理解集合之间的包含与相等关系, 能识别给定集合的子集, 了解全集与空集的含义.

(3) 理解两个集合的交集与并集的含义、在给定集合中一个集合的补集的含义, 会求两个简单集合的交集与并集和给定子集的补集.

(4) 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算, 体会直观图示对理解抽象概念的作用.

### 2. 过程与方法

注意加强集合语言的运用, 让学生经历用集合语言交流数学问题的过程; 经历对“或”与“且”等集合运算中的关键词用实例进行辨析的过程; 经历体验集合语言简洁性的过程, 从而初步掌握用集合语言描述量关系中简单问题的基本方法(主要指把义务教育阶段用自然语言描述的重要概念用集合语言表示的重要方法).

### 3. 情感、态度与价值观

(1) 通过用集合语言来描述数学对象, 刻画现实世界中涉及“事物整体”、“分级分类管理”和“两事物公共部分”等问题来增进对数学的美感, 并逐渐形成用数学语言来描述和表达现实问题的意识.

(2) 通过认识“不含一个元素”的空集、用“包含关系”确定“相等关系”、从补集的观点看问题、辨析数学与日常生活中关于“或”的含义等, 来初步体验数学的理性精神.

## 三、教材结构

本章把知识定位在“集合是一种语言”, 即重在掌握语言, 而不是学习“集合论”. 章头语开宗明义就陈述了这一观点, 然后按三节内容展开.

1.1 节(集合的含义与表示) 从给一组事物以总称的朴素思想出发, 揭示了集合的含义,

集合中元素的确定性和互异性.介绍了集合的两种表示法:列举法和描述法.对义务教育阶段学过的一些数学对象,要求学生能用集合的形式表示出来.另外,还介绍了自然数集、实数集等特殊数集的记号和用区间表示数集的方法.

1.2节(集合间的基本关系) 主要指包含关系和相等关系.介绍了空集、子集、真子集等概念,介绍了 Venn 图,用 Venn 图来表示集合间的包含关系.

1.3节(集合的基本运算) 包括两个集合的交集、并集;给定集合中一个子集的补集等.每种运算除用文字说明、用集合的描述法表示外,还能用 Venn 图作直观解释.

本章在第二部分后设置了阅读与讨论:希尔伯特旅馆——无限集.这个故事说的是,一个集合中的元素可以和它的真子集的元素“一样多”,这是无限集的特征,在有限范围内是无法想象的,以此来激发学生的好奇心,拓展学生的视野.

## 四、课时分配

本章教学时间约需 4 个课时,具体分配如下:(仅供参考)

1.1 集合的含义与表示	约 1 课时
1.2 集合间的基本关系	约 1 课时
1.3 集合的基本运算	约 2 课时

## 五、内容分析

### 章头语

章头语主要阐述了集合是一种语言,引进集合语言的必要性.

第一段中的三个例子:一元一次不等式的解,角平分线上的点,一堆数据,分别取自义务教育阶段数学课程的不同领域:数与代数,空间与图形,统计与概率,它们是具有代表性的例子.在这些例子中,不等式的所有解,角平分线上的所有点,数据的全体,作为一个整体,如何表示?有没有统一的方法?如果抓住了这三个例子的共性,也就抓住了本章所要回答的基本问题.

值得注意的是,章头语进一步强调:“而且,还要在这种表达的基础上,研究它们的性质,探讨它们的关系.”它指出了用集合表示的意义.学生读懂这句话是困难的,应设法让学生明白,不是“表示”后就完了,而是只有用集合表示的数学对象,才便于进一步研究.

第二段适当展示集合论产生的背景,说明集合论奠定了现代数学的基础.对那些善于思考的学生来说,这一段可能有更加深刻的意义:为解决数学面临的重大问题,产生集合论,而集合论的产生又为数学提供了基本的语言.这一段的解读,应根据学生实际,不必展开过多.

“要学好数学,必须首先掌握集合语言”,让学生体会到这一点,从而产生学好本章的欲望,也就实现了章头语的目标.

### 1.1 集合的含义与表示

#### 1. 内容概述及基本要求

本节给出了集合的含义及集合的表示法.

从给一组事物以总称的思想出发,在日常生活和数学的简单实例的基础上,引出集合的概念.表示法先讲特殊记号,再讲一般方法,以具体集合为载体,说明集合与元素的关系.

叙述以集合的确定性为主线,包括给出集合意义后的阐述,关于表示法必要性的说明和利用实例(即不等式  $2x+3>0$ )对描述法所作的解释等.

直辖市的集合是帮助学生认识表示法的适当范例,因为它既便于列举,又容易抽象出共同特征.

本节安排了两个例题:

例 1, 函数  $y = \frac{1}{x}$  的自变量的取值范围; 某一象限内的点组成的集合, 这些都是学生所熟悉的. 本例在于把自然语言转换为集合语言.

例 2, 以一次不等式组的解集为例, 其功能有二: ①读懂集合语言, 实际上是把集合语言转化为自然语言或图形语言; ②引出区间的概念.

本节的练习在于帮助学生认识特殊集合的记号, 会用适当的方法(列举法、描述法、区间等)表示给定的集合.

习题在于帮助学生体会集合与元素的关系, 能用适当的方法表示集合, 初步进行不同语言间的转换.

通过本节的学习, 要求学生:

(1) 了解集合的含义, 体会元素与集合的关系, 初步学会用列举法、描述法和区间表示数集的方法. 了解非负整数集(自然数集)、正整数集、整数集、有理数集和实数集的记号. 了解有限集与无限集.

(2) 体验集合概念的形成过程, 体验将数学问题和日常生活中的问题用集合表示的方法(建模的方法).

(3) 感受集合语言的意义和作用, 通过将日常语言转化为集合语言, 领悟数学的简洁美.

## 2. 重难点分析

本节的重点是集合的确定性与表示方法, 感受用集合表示数学对象时的简洁性与准确性; 难点是正确使用描述法表示一些简单的集合.

## 3. 教学建议

(1) 集合是一个不加定义的概念, 教科书中给出的“一般地, 某些指定的对象放在一起就叫做一个集合(set), 简称集.”这句话, 只是对集合概念的描述性说明. 教学中应结合学生的生活经验和已有数学知识, 通过列举丰富的实例, 使学生理解集合的含义. 学习集合语言最好的方法是使用, 要在教学中创设使学生运用集合语言进行表达和交流的情境和机会, 以便学生在实际使用中逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点, 进行相互转换, 并掌握集合语言.

(2) 教材中指出, 集合中的元素必须是确定的, 又是互异的, 通常称作集合中的元素具有确定性和互异性. 在理解集合的概念时, 要考虑集合中元素的这两个性质. 有些书上还指出了集合中元素的无序性, 即集合中的元素是不计较顺序的, 把它们统称为“三性”. 在教学中应避免人为的编制一些繁难的偏题, 来讲解和训练所谓的“三性”.

(3) 列举法和描述法各有优点, 应该根据具体问题确定采用哪种表示方法. 列举法可分两种: 完全列举, 例如  $\{1, 2\}$ ,  $\{a, b, c, d\}$  等; 代表性列举, 例如  $\{1, 2, \dots, 9\}$ ,  $\{1, 2, 3, \dots\}$  等, 这里, 集合中的元素没有全部列举出来, 但已经列举了有足够代表性的元素, 省略号表示可以继续顺次给出集合的其他元素. 但要注意, 一般无限集, 不宜采用列举法, 因为不能将无限集中的元素一一列举出来, 而没有列举出来的元素往往难以确定.

(4) 据国家标准, 自然数集和非负整数集是相同的, 也就是说自然数集包括数 0.

(5) 教学中要鼓励学生按照给一组事物以总称的思想, 把现实生活中的事物, 已学过的数

学对象用集合的语言表示.

## 1.2 集合间的基本关系

### 1. 内容概述及基本要求

本节依次介绍了空集、子集、两集合相等、真子集的概念,接着介绍了 Venn 图,用 Venn 图表示集合间的包含关系.

用计算机窗口“我的文档”来引出空集与子集的意义,其作用在于:①不仅可以说明集合的包含关系,而且可以体会到包含关系的思想;②“新建文档”是很好的空集模型;③有利于学生体会集合思想在日常生活以至现代技术中的广泛应用.

本节安排了三个例题:

例 1,涉及到特殊情形:空集是任何集合的子集,相等是包含关系的特殊情况.

例 2,写出一个集合的所有子集,并区分出真子集.

例 3,集合包含关系的传递性.用到了包含关系(子集)的定义.如果例 1、例 2 是数学判断的话,例 3 则是数学证明.

练习要求学生能正确使用  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subseteq$ ,  $\supseteq$ ,  $=$  符号;能写出简单有限集合的所有子集.

习题要求学生能探讨一些简单集合之间的关系,用包含、子集、相等的语言描述,用 Venn 图表示,用包含、子集、相等的含义解释.

通过本节的学习,要求学生:

(1)理解集合之间的包含与相等关系,能用 Venn 图表示这种关系,能识别给定集合的子集,在具体情境中,了解空集的含义.

(2)通过了解空集和包含关系的含义,辨析“不含任何元素的集合构成的空集”、“子集并非其中部分元素的全体”与日常认识的不同,初步体验其中的理性精神.

### 2. 重难点分析

本节的重点是子集的意义,弄清元素与子集、属于与包含之间的区别;难点是理解一个集合是它本身的子集.

### 3. 教学建议

(1)注意运用 Venn 图表示集合之间的关系,这样有助于学生学习、掌握、运用集合语言和其他数学语言.

(2)要正确理解子集的概念.一般地,对于两个集合  $A$  与  $B$ ,如果集合  $A$  的任何一个元素都是集合  $B$  的元素,我们就说集合  $A$  是集合  $B$  的子集.也就是说,如果有任一  $x \in A$ ,可以推出  $x \in B$ ,那么集合  $A$  就是集合  $B$  的子集.进一步,教材在旁批中给出了真子集的含义.因此,不宜把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合.

(3)注意相等是包含关系的特例.子集的“子”,使人联想到孩子. $A$  是  $B$  的子集,有点像说  $A$  是  $B$  的孩子,孩子总比父母小.教学中要创造机会来帮助学生消除这种“自然认识”的影响.

(4)要注意区分一些容易混淆的符号:

①  $\in$  与  $\subseteq$  的区别: $\in$  是表示元素与集合之间的关系的,因此,有  $1 \in \mathbf{N}$ ,  $-1 \notin \mathbf{N}$  等; $\subseteq$  是表示集合与集合之间关系的,因此,有  $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{R}$ ,  $\emptyset \subseteq \mathbf{R}$  等.

②  $a$  与  $\{a\}$  的区别:一般地, $a$  表示一个元素,而  $\{a\}$  表示一个集合.因此,有  $1 \in \{1, 2, 3\}$ ,  $0 \in \{0\}$ ,  $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$  等,不能写成  $0 = \{0\}$ ,  $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$ ,  $1 \subseteq \{1, 2, 3\}$ .

③  $\{0\}$  与  $\emptyset$  的区别: $\{0\}$  是含有一个元素的集合, $\emptyset$  是不含任何元素的集合,因此,有  $\emptyset \subseteq$



$\{0\}$ ,不能写成 $\emptyset = \{0\}$ , $\emptyset \in \{0\}$ .

(4)在开始接触子集与真子集的符号时,要提醒学生这些符号的方向不要搞错.例如, $A \subseteq B$ 与 $B \supseteq A$ 是同义的, $A \subseteq B$ 与 $A \supseteq B$ 是不同的.

(5)教学中要注意收集诸如“我的文档”这类例子,也鼓励学生从生活实践中去发现这些例子,还可引导学生在数学问题中寻找空集,从而体会集合语言的应用价值和科学价值.

### 1.3 集合的基本运算

#### 1. 内容概述及基本要求

本节从学生所熟悉的整除问题入手,依次引入了交集、并集、补集和全集的概念,其中关于交、并、补的每种运算都用三种方式来描述:自然语言,集合表示,Venn图.

本节分为两课时.

第一课时,介绍交集和并集.安排了3个例题:例1,用交集和并集的含义进行简单运算;例2,实际上是求两已知区间的交集和并集,可借助数轴进行运算;例3,通过日常生活中的问题加深对交集和并集的理解,主要体现用集合语言描述现实问题的导向作用.

第二课时,继续本节开始提出的问题,介绍补集的概念,进而导出全集的概念.本课时有2个例题:例4,简单的补集运算,可借助数轴来加深对补集含义的理解;例5,情景与本节引文呼应,涉及到补与交的简单综合,要求把集合语言翻译成自然语言,即给集合语言以解释.

练习定位在集合的简单运算,能用Venn图表示运算结果.习题设计着眼于集合的基本运算,用Venn图解与集合有关的问题(如简单计数问题).

本节要求学生:

(1)理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集;

(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集;

(3)能使用Venn图表示集合间的运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

(4)现实问题中很多问题的思考都可归结为“交集”与“补集”运算,通过用集合运算的方式来描述这些问题,初步形成数学地思考现实问题的意识.

#### 2. 重点与难点

本节的重点是理解交集、并集、补集的含义;难点是理解其中的一些关键词:或、且、不属于等,阐释运算的结果的意义.

#### 3. 教学建议

(1)在关于集合运算的教学中,使用Venn图是重要的,有助学生学习、掌握集合语言和其他数学语言.

(2)在讲交集与并集的含义时,教材只画了Venn图的一种情况,即两“圆”相交的情况,除此之外,还应有两“圆”相离、内含、重合等情况,它们对深刻理解运算的含义是有帮助的.

(3)在定义集合的“交集”与“补集”时,要注意引导学生弄清“且”与“或”的含义,可以举一些例子来辨析.如把“ $x > 0$ ,且 $x \leq 1$ ”看成一种情况的话,则“ $x > 0$ ,或 $x \leq 1$ ”可分为三种情况: $x > 0$ ;  $x \leq 1$ ;  $x > 0$ ,且 $x \leq 1$ .注意“或”在数学与日常表达中的差别.

(4)注意补集符号 $\complement_A B$ ,其中, $\complement$ 是一个专门的符号.与补集相关联的是全集的概念.有时我们需要对所讨论的对象的全体作一个限制,即给定一个集合用来描述这些对象的范围,使得在这个范围内所讨论的每个集合都是它的子集.这个给定的集合称为全集.全集不是固定的、一成不变的,但在某个具体问题中,它又是确定的.因此,在解决任何一个问题时,都应先判定

全集是什么. 全集不同, 问题的答案常不一样, 例如, 因式分解和解方程的结果就与全集是什么数集有关.

(5) 课本中给出了集合运算的一些简单性质, 它们可以用来帮助学生理解运算的含义, 体会 Venn 图的作用, 但不要求学生证明这些性质.

(6) 引导学生把义务教育阶段学过的数学问题用集合的交、并、补来描述, 如用“交”来描述方程组的解; 用“并”或“补”来描述三角形的分类等, 从而用集合的观点来建立数学知识之间的联系.

(7) 第 18 页例 3 左栏中的交流话题在于在直观上帮助学生理解交集运算的结合律, 要注意引导学生用自然语言来解释  $(A \cap B) \cap C$  和  $A \cap (B \cap C)$ , 这也可以作为理解其他性质的借鉴.

(8) 学习集合语言的目的在于应用. 具体地说, 就是在学习其他知识时, 能读懂其中的简单的集合概念和符号; 在处理简单实际问题时, 能根据需要, 运用集合语言进行表述. 在安排训练时, 要把握一定的分寸, 不要搞偏题、怪题. 例如, 集合有关性质的证明, 一般不要求学生掌握. 又如, 有些可能混淆但在实际问题中并不多见的关系, 就不必故意排在一起, 让学生去一一辨析, 像  $\{\emptyset\}$  与  $\emptyset$ ,  $\{0\}$  与  $\emptyset$  等等.

## 六、相关资源

### 1. 原始概念

集合是数学的一个原始概念. 许多数学概念都以集合为基础, 它是许多数学概念的出发点. 我们在学习数学时, 经常碰到的有概念、公理、命题、定理等, 追根溯源, 它们都要建立在概念的基础之上. 数学概念是从客观世界中抽象出来的, 它概括了一类事物的本质特征, 从而形成了某一数学概念. 数学课本中的数学概念一般是以定义的形式给出的, 对一个数学概念下定义时, 都要借助一些已知的概念, 这些已知的概念又是被另一些已知概念来定义的. 这就形成了一系列互相依赖的数学概念系统. 必然会出现的情况是: 有这样一些数学概念, 它们不可能再用别的数学概念来定义, 例如“量”、“计算”、“点”、“直线”、“集合”等, 这种概念叫做原始概念. 对于原始概念, 它既然不能用其他的数学概念来定义, 我们就只能用描述的办法来刻画它的本质特征. 集合作为一个原始概念, 我们对它的本质特征也只能用描述的办法.

通常说: 把具有某种共同性质的东西放在一起考虑, 就可以说这些东西形成了一个集合. 这些东西应当是一个一个的, 彼此有所区别的个体, 它们叫做这个集合的元素. 这只是对集合的描述, 不是定义.

### 2. 集合的特性

(1) 确定性: 一个集合, 其界限是分明的. 就是说, 对于任一个集合  $A$  和任一个元素  $a$ ,  $a$  与  $A$  之间的关系必居其一且仅居其一:  $a$  属于  $A$  或者  $a$  不属于  $A$ , 不能含糊不清. 例如, “一切大数的全体”不是一个集合, 因为一个数是不是“大数”, 并没有明确的界限. 像这类问题, 属于“模糊集合论”的研究对象. 又如, “偶数作分子的分数的全体”也不是一个集合, 因为一个分数不属于它并不确定. 比方分数  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ , 既不属于它, 又属于它, 这就不符合确定性的要求.

(2) 互异性: 一个给定的集合, 组成它的元素是互异的, 例如  $(x-1)^2(x-2)=0$  的解集是  $\{1, 2\}$ , 尽管 1 是这个方程的二重根, 但在集合里只能算一个元素. 在问题的研究中, 对于重复列举的同一元素, 或用不同形式表示的同一元素, 仍看作是同一元素. 术语“任给  $a, b \in A$  (非空

集)”中的元素  $a, b$ , 既可理解为相同元素, 也可理解为不同元素.

(3) 无序性: 表示集合时, 元素的书写顺序是任意的. 当然, 这并不妨碍我们对于某些特殊集合按惯用的次序写出.

按元素的属性, 集合可分为数集、点集和有序对集等; 按元素的多少, 集合可分为无限集、有限集和空集.

### 3. 集合的运算律

(1) 交换律:  $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$ .

(2) 结合律:  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C, A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ .

(3) 分配律:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

(4) 对偶律:  $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B, \complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$ .

上述运算律可用 Venn 图来解释, 也可用集合相等和交集、并集、补集的含义来证明.

### 4. 平凡子集

设  $A$  是  $B$  的子集, 能否说  $A$  是由  $B$  中部分元素组成的集合呢? 注意到两个特殊的子集, 就可以得出否定的答案:  $\emptyset \subseteq B$ , 但  $\emptyset$  不包含任何元素;  $B \subseteq B$ ,  $B$  包含了  $B$  中的全部元素, 不只是部分元素. 我们称这两个特殊的子集为平凡子集.

空集的重要意义首先在于我们可以自由的按照某种规则构造一个集合, 而不论这个集合里的元素是否存在. 例如, 方程  $x^2 + 2 = 0$  的实数解构成的集合; 甚至, 在费马猜想(当自然数  $x \geq 3$  时,  $x^n + y^n = z^n$  无整数解)还无法确证的情况下, 集合  $A = \{(x, y, z) \mid x^n + y^n = z^n, x, y, z, n \in \mathbb{N}, n \geq 3\}$  仍然是有意义的. 正是空集这个宝贵的“虚构”, 使我们可以事先不知道集合里有多少元素, 甚至有没有元素的情况下使用集合的概念. 其次, 在进行集合的运算时, 空集是必不可少的, 其作用可以和数 0 类比.

集合  $B$  本身也是  $B$  的子集, 不仅使子集的定义简明, 也使热处理方便, 这一点, 只要比较一下关于真子集的判断就非常清楚了. 集合  $B$  是  $B$  的子集, 这种有悖于常理的认识, 正是数学美的一种体现.

## 七、评价建议

本章评价的关键是在适当的情境中学生能否正确地运用集合语言进行表达和交流, 能否在实际使用中实现自然语言、集合语言和图形语言的转换.

在学习过程中, 涉及到适当的数学对象时, 可考察学生是否会用集合语言表示. 另外, 对用集合表示的对象, 能否用自然语言来解释.

要注重考查学生是否会用 Venn 图、数轴等直观形象帮助理解抽象的数学概念.

集合作为一种语言, 评价时不仅要注重学生与教师的对话, 还要注重同学之间的交流.

可从如下两个方面评价学生知识与技能的获得情况:

(1) 集合的构成与表示. 其中包括三个问题: ①给定的条件是否可以构成一个集合; ②对于给定的集合, 某元素是否属于这一集合; ③如何表示一个集合.

(2) 集合间的关系及运算. 涉及到的问题有: ①判断两个集合间的包含关系和相等关系, 反之, 在关系已知时, 求出相应的集合; ②对给定的集合进行交、并、补运算, 可分为三个层次: 只需要直接根据定义的, 需要把握与其他问题的基本联系(如交集与方程组的解集)的, 需要在集合概念的基础上首先判明集合的元素的; ③给定交、并、补的某些结果, 求原集合. 这三类问题本质上都归结为元素与集合的关系来处理. 换言之, 需要回答的一个重要问题是: 某集合(运算

的结果也是集合)包含哪些元素?

就情感和价值观而言,主要看学生对数学对象能否习惯于用集合语言表示,并倾向于用 Venn 图等直观图示来理解抽象的概念,能对自然语言进行评价,认识到集合语言的简洁性和准确性.

## 八、习题解答

### 练习(第 11 页)

1.  $\in, \notin, \notin, \notin, \notin, \in, \in, \notin$ .
2. (1)  $\{2, 3, 5, 7\}$ ; (2)  $\{n | n = 12m, m \in \mathbf{N}_+\}$ ; (3)  $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$ ; (4)  $\{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ .
3.  $\{x \in \mathbf{R} | x \leq -1\}, (-\infty, -1]$ .

### 习题 1.1

1. (1)  $\notin$ ; (2)  $\in$ ; (3)  $\in$ ; (4)  $\in$ .
2. (1)  $\{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$ ; (2)  $\{x | x \text{ 是不大于 } 10 \text{ 的正奇数}\}$ ; (3)  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ; (4)  $\{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$ .
3. (1) (略); (2)  $\{(x, y) | xy = 6, x, y \in \mathbf{R}\}$ , 无限集; (3)  $\{2\}$ , 有限集.

### 练习(第 14 页)

1. (1)  $\in$ ; (2)  $\subsetneq$ ; (3)  $\subsetneq$ ; (4)  $=$ ; (5)  $\supsetneq$ ; (6)  $\supsetneq$ .
2.  $U$  的子集共有 8 个, 它们是  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ , 除  $\{a, b, c\}$  外, 其余都是它的真子集.

### 习题 1.2

1.  $A \subseteq C, B \subseteq C, A \not\subseteq B, B \not\subseteq A$ .
2. (1)  $A \supseteq B, A \not\supseteq B$  成立, 其余不成立;  
(2)  $A \subseteq B, A \supseteq B, A = B$  成立, 其余不成立.
3. (1)、(2)、(5)、(6)、(7) 正确, 其余不正确.
4. 满足条件的集合  $M$  有 3 个, 它们是  $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}$ .
5. 任取  $x \in A$ , 则  $x = 2m + 1$ . 当  $m$  是偶数时, 令  $m = 2k$ , 则  $x = 4k + 1 \in B$ ; 当  $m$  是奇数时, 令  $m = 2k - 1$ , 则  $x = 4k - 1 \in B$ . 即若  $x \in A$ , 则  $x \in B$ , 所以  $A \subseteq B$ .  
反过来, 任取  $x \in B$ , 则  $x = 4n \pm 1$ . 当  $x = 4n + 1$  时,  $x = 2(2n) + 1 \in A$ ; 当  $x = 4n - 1$  时,  $x = 2(2n - 1) + 1 \in A$ . 即若  $x \in B$ , 则  $x \in A$ , 所以  $B \subseteq A$ .

由  $A \subseteq B, B \subseteq A$ , 得  $A = B$ .

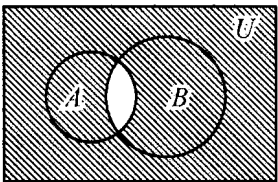
### 讨论题(第 16 页)

留下客人的编号依次为:  $2, 4, 6, \dots, 2n, \dots$ . 让  $2n$  与  $n$  对应, 即让编号为  $2n$  的客人住到  $n$  号房间, 即可做到每人住 1 房间, 且没有空的客房.

### 练习(第 18 页)

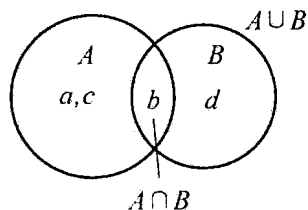
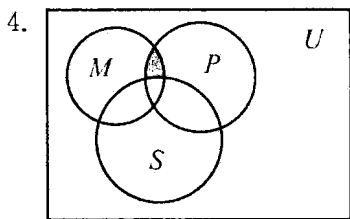
1. (1)  $A$ ; (2)  $B$ .
2. (1)  $\{(1, 2)\}$ ; (2) 因为  $(1, 2) \in A \cap B$ , 所以  $(1, 2) \in A \cup B$ .  $(0, 5), (2, 1) \notin A \cup B$ .
3. 由 Venn 图可知, 甲、乙各订不同的报刊 3 种, 订同样的报刊 7 种.

练习(第 19 页)

- $\{x|x \text{ 是斜三角形}\}$ .
- $\complement_U A = \{1, 2, 6, 7, 8\}$ ,  $\complement_U B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 2, 6\}$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ .
- (1)  (2) 答案同(1).

习题 1.3

- (1)  $N \cap P = P$ ,  $N \cup P = N$ ;  
(2)  $A \cap B = \{x|x \text{ 是 6 的倍数}\}$ ,  $A \cup B = \{x|x \text{ 是偶数, 或 3 的倍数}\}$ .
- $A \cup B = \{a, b, c, d\}$ ,  $A \cap B = \{b\}$ , 如图所示.
- $S \cap T = T$ ,  $S \cup T = S$ . 图略.



(第 2 题图)

- $A \cap B = \{4, 9\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{3, 10\}$ ,  $(A \cap B) \cap C = \emptyset$ ,  $(A \cup B) \cup C = \{x|0 < x \leq 9, x \in \mathbf{N}\}$ .
- $\complement_U A = \{b, e, f\}$ ,  $\complement_U B = \{b, c, f\}$ ,  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{b, f\}$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{b, c, e, f\}$ ,  $\complement_U(A \cap B) = \{b, c, e, f\}$ ,  $\complement_U(A \cup B) = \{b, f\}$ .  
其中  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U(A \cup B)$ ,  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U(A \cap B)$ .
- 借助 Venn 图, 看过甲片的 8 人, 乙片的 7 人, 其和 15 比 10 多 5, 故这两部电影都看过的有 5 人.

复习题 A 组

- D.
- (1)  $\{-3, 3\}$ ; (2)  $\{1, 2\}$ ; (3)  $\{1, 2\}$ ; (4)  $\{0, 5, 10, 15, 20\}$ .
- (1)  $\{x|x = 2k+1, k \in \mathbf{N}\}$ ; (2)  $\{x \in \mathbf{Z} | \frac{x}{3} \in \mathbf{Z}\}$ ;  
(3)  $\{(x, y) | xy < 0, x, y \in \mathbf{R}\}$ ; (4)  $\{(x, y) | y = kx + b, x \in \mathbf{R}\}$ .
- (1) 线段 AB 的垂直平分线;  
(2) 以点 O 为圆心, 以 3cm 为半径的圆.
- 描述法:  $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 2, \text{ 且 } x = y\}$ ; 列举法:  $\{(-1, -1), (1, 1)\}$ .
- (1)  $\complement_U B = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ ; (2)  $(\complement_U A) \cup B = \{-3, -2, 0, 4, 5\}$ ;  
(3)  $\complement_U(A \cup B) = \{-3, -2\}$ .

复习题 B 组

- (1) C 其他选择支都不满足集合中元素的确定性.

(2)B 注意到  $\{4,5\} \subseteq M$ , 问题转化为求  $N$  的子集的个数.

(3)D 集合  $A$  表示第 I 象限内的点, 集合  $B$  表示第 I 和第 III 象限内的点, 集合  $C$  表示直线  $y = -x$  右上侧的点.

2. (1)  $\bar{N}$ , 注意  $N = \emptyset$ . (2)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . (3)  $P \cap \complement_U(M \cup N)$ .

3. 因为  $U = A \cup \complement_U A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $\complement_U B = \{1, 3, 4, 7, 9\}$ , 所以  $B = \{2, 5, 6, 8\}$ .

4. 因为  $A = \{1, 2\}$ ,  $B \subseteq A$ , 所以  $B = \emptyset$ , 或  $\{1\}$ , 或  $\{2\}$ , 或  $\{1, 2\}$ , 所以  $a^2 < 8$ , 或  $a = 3$ , 即实数  $a$  的取值所成的集合为  $\{a \mid -2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}, \text{ 或 } a = 3\}$ .

### 思考与实践

1. 设全集  $U$  为这 54 名同学所构成的集合,  $A$  为乒乓球爱好者所构成的集合,  $B$  为篮球爱好者所构成的集合.

若  $U = A \cup B$ , 由 Venn 图可知, 只爱好乒乓球的学生(非篮球爱好者)25 人, 只爱好篮球的学生(非乒乓球爱好者)13 人, 此时既爱好乒乓球又爱好篮球的学生 16 人.

若  $A \cup B \subseteq U$ , 由于  $A \subseteq A \cup B$ , 当  $A = A \cup B$  时, 篮球爱好者都是乒乓球爱好者, 此时既爱好乒乓球又爱好篮球的学生 29 人; 当  $A \neq A \cup B$  时, 可推知既爱好乒乓球又爱好篮球的学生不多于 28 人, 不少于 17 人.

因此, 既爱好乒乓球又爱好篮球的学生至多 29 人, 至少 16 人.

一般地,  $G(A \cup B) = G(A) + G(B) - G(A \cap B)$ .

这个公式被称作容斥原理.

它的正确性可借助 Venn 图理解, 因为在计算  $G(A \cup B)$  时, 属于  $A \cap B$  的元素在  $A$  和  $B$  中各出现了一次, 即在  $G(A) + G(B)$  中被计算了两次, 应将重复计算的减去.

2. 如果将学校所有学生看作全集, 则每个年级的学生是学校这个集合的子集, 而每个班的学生又构成某年级这个子集的子集.

设非空集合  $A_1, A_2, A_3$  是集合  $U$  的子集, 如果

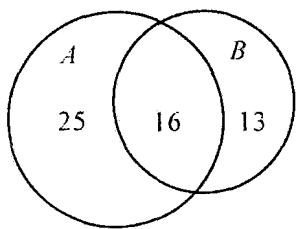
$$\textcircled{1} A_i \cap A_j = \emptyset (i \neq j); \quad \textcircled{2} U = A_1 \cup A_2 \cup A_3,$$

则称  $A_1, A_2, A_3$  是  $U$  的一个划分.

由此可知各个“年级的集合”构成“学校这个集合”的一个划分.

思考本题时, 可涉及集合包含关系的传递性, 集合交、并、补等概念, 比如推理小说里侦破人员常常根据线索把犯罪嫌疑人限制在几个集合之中, 然后把侦破重点放在这几个集合的交集上, 也往往用排除法, 即在怀疑对象集里, 先找不构成嫌疑的那些集合的并集, 再在这个并集的补集上下功夫.

这是一个开放性问题, 没有标准答案, 关键是体会分级分类管理的思想, 认识到数学思想与社会生活的联系.



(第 1 题图)

## 第2章 函数及其基本性质

### 一、教育价值

本章的主要内容是以集合与对应的观点来审视函数的基本概念,并研究一般函数所具有的一些基本性质.

通过本章的学习,力求使学生感受与初中所学函数内容之间自然的衔接和再次学习函数的必要性,进一步让学生体会函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型,结合实际问题,感受运用函数概念建立模型的过程与方法.

函数是高中数学的核心概念,需要多次反复,不断加深理解.这样做,有利于学生对变量之间的这种依赖关系的认识,有利于学生对数学与现实世界之间联系的认识,最终达到发展学生对数学变量认识的目的.

### 二、教学目标

#### 1. 知识与能力

(1)用集合与对应的语言加深理解函数概念,了解构成函数的三要素,会求一些简单函数的定义域和值域,了解映射的概念.

(2)掌握函数的三种主要表示方法,即解析法、列表法、图象法.

(3)了解简单的分段函数,并能简单应用.

(4)理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义,了解函数奇偶性的含义.

(5)掌握作函数图象的一般方法,能运用函数图象理解和研究函数的性质.

#### 2. 过程与方法

(1)经历对实际背景问题的分析、概括和抽象,让学生领悟到客观事物运动变化、相互制约、相互联系的普遍规律,借助集合与对应的语言,进一步加深对函数及其相关概念的本质的理解.

(2)通过研究已构造(或已给出)的函数表达式,去解释、探究其性质,揭示相关变量之间的内在关系.

(3)通过复习回顾已学过的函数特别是二次函数,借助其图象去理解和研究函数的相关性质.掌握数形结合的方法,体验数形结合思想方法的重要作用.

(4)经历运用函数解决一些简单实际问题的过程,学会数学建模的方法,进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型.

(5)鼓励学生运用计算器、计算机来学习、探索和解决问题,可用计算机画出相关函数的图象,探索、比较它们的变化规律,研究其相关性质等.

#### 3. 情感、态度与价值观

(1)结合实际问题,感受运用函数概念建立模型的过程与方法,体会函数在数学和其他学

科中的重要性,逐步认识数学的科学价值、应用价值和文化价值,进一步树立辩证唯物主义的世界观.

(2)通过本章的学习,获得必要的函数基础知识和基本技能,理解其概念的本质,了解相关的实际背景和应用,体会其中所蕴涵的数学思想和方法,以及它们在后续学习中的作用.提高用数学方法提出、分析和解决问题的能力,数学表达和交流的能力,发展独立获取数学知识的能力.

(3)通过本章的学习,进一步培养学生良好的学习习惯,提高学习数学的兴趣,树立学好高中数学的信心,顺利完成从初中到高中的过渡,尽快适应高中的数学学习.

### 三、教材结构

本章把知识定位在“通过实例,以集合与对应的观点来审视函数及其基本概念;通过具体函数及其图象来研究一般函数所具有的一些基本性质”这一主干内容上,强调对函数概念和性质的本质的理解,避免人为地编制偏题和出现过于繁琐的训练技巧.

为此,首先在章头语中提供了丰富的“变化现象”的实际背景,特别指出反应变化现象中的变化规律的数学工具就是我们在初中所学过的函数,并明确提出了本章的学习任务和学习要求.

然后按以下两节内容展开:

2.1节(函数) 这部分内容同以往教科书比较,特别改变了函数与映射出现的顺序,对函数概念的处理方式是先讲函数后讲映射.这样做的目的是使学生在一个丰富的具体背景下理解抽象的函数概念.函数概念的建立历来是学生学习的难点,从映射到函数(从抽象到抽象)这样的内容编排方式不能不说是引起困难的主要原因之一.所以,从丰富的背景实例出发,引导学生经历函数概念的概括过程,使学生看到函数概念就能在头脑中浮现出一批函数实例,可以极大地促进学生对函数本质的理解,如果有了对函数本质的理解与把握,那么稍作迁移就可以得到映射的概念,这实际上为理解映射概念提供了坚实的基础.

教材在引入函数概念时首先从初中函数定义出发,再通过三个具体的例子,引出数集之间的对应,然后用集合与对应的观点给出高中函数定义,并伴随给出相关的几个概念,即定义域、值域、对应法则和记号  $y=f(x)$ . 而将映射概念作为函数概念的推广放在函数概念后处理.最后,教材上又给出了函数的三种常用的表示方法:解析法、列表法和图象法.函数的三要素及函数的三种表示方法是初中就已经接触过的内容,在高中进一步学习,一方面是观点(集合与对应)的升华;另一方面是在复习的基础上为后续内容作些铺垫.要注意作出一些简单函数或分段函数、含绝对值符号的函数的图象.

2.2节(函数的基本性质) 这一部分在初中未接触过,教材在介绍函数的基本性质时,充分使用了数形结合的方法,从观察具体函数图象特征入手,并结合相应的数值表提出问题,引导学生从用日常描述性语言定义函数逐步转化到用数学符号形式化地定义函数.“函数的单调性”及“函数的奇偶性”的编排结构基本上同于传统教材,增添了“最大值与最小值”,并举出了“在闭区间上二次函数的最大值与最小值”的例题.

总之,本章教材的特点是突出对函数概念本质的理解,强调了函数图象的直观作用.特别注意使学生有更多的时间考虑如何建立函数模型以反映实际问题中变量之间的依赖关系,教材中也为学生提供了大量的从具体问题中抽象出函数模型的机会.



## 四、课时分配

本章教学时间约需 9 课时,具体分配如下:(仅供参考)

### 2.1 函数

2.1.1 函数、映射 约 2 课时

2.1.2 函数的表示方法 约 2 课时

### 2.2 函数的基本性质

2.2.1 函数的单调性 约 2 课时

2.2.2 函数的奇偶性 约 1 课时

2.2.3 函数的最大值与最小值 约 2 课时

## 五、内容分析

### 章头语

根据学生的生活经验,提供了大量的变化现象实例,即函数的实际背景,并且指出函数在初中已经学过,高中将对其作更深入的剖析与更系统的研究.

教学中要注意通过这些例子(还可以另举例子),有条件时也可采用多媒体演示,激发学生学习的兴趣,让学生明确学习任务,建立主动学习的心理基础.

### 2.1 函数

#### 1. 内容概述及基本要求

本节分两小节,第 1 小节是函数与映射,第 2 小节是函数的表示方法.在第 1 小节里先讲述函数,再推广到映射.

本单元的教学要求是,在集合与对应的基础上,理解函数的概念,明确决定函数的三个要素,即定义域、值域和对应法则;灵活使用函数记号  $f(x)$ ;掌握函数的三种主要表示方法,即解析法、列表法和图象法;会求一些简单函数的定义域和值域;在函数概念的基础上了解映射的概念及表示方法;了解象及原象的概念;通过具体实例,了解简单的分段函数,并能简单应用;能根据给出的实际问题建立符合要求的函数关系式;能正确作出一类简单函数的图象.

#### 2. 重难点分析

重点是函数及其相关概念,函数的表示方法;难点是函数的概念.

#### 3. 教学建议

(1)函数概念的教学要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数的本质.函数概念的引入一般有两种方法,一种方法是先学习映射,再学习函数;另一种方法是通过具体实例,体会数集之间的一种特殊的对应关系,即函数.考虑到多数高中学生的认知特点,为了有助于他们对函数概念本质的理解,本教材采用的是后一种方式,从学生已掌握的具体函数和函数的描述性定义入手,引导学生联系自己的生活经历和实际问题,尝试列举各种各样的函数,构建函数的一般概念.再通过对指数函数、对数函数等具体函数的研究,加深学生对函数概念的理解.像函数这样的核心概念需要多次接触、反复体会、螺旋上升,逐步加深理解,才能真正掌握,灵活运用.

(2)本节从初中学过的函数概念说起,然后通过三个实例强化说明给出用集合与对应的观