

中等职业学校教材

数学教学指导书

下册

湖南省中等职业教育教材编审委员会编审



湖南科学技术出版社

内 容 提 要

本套教学指导书是以 1999 年修订的《湖南省中等职业教育数学教学大纲》为依据,为配合湖南省中等职业教育教材编审委员会所编的《数学》教材的教学而编写的,分上、下两册出版,上册与教材第一册、第二册相配套,下册与教材第三册、第四册相配套,本书是下册,可供普通中专、职业中专、职业高中、电视中专学校数学教师参考.

湖南省中等职业教育教材编审委员会

顾 问 许云昭 蒋作斌

主 任 张作功

副主任 段志坚

总 审 段志坚

总 编 彭世华

副总审 彭四龙 田 刚

副总编 欧阳河

前 言

本套教学指导书是根据 1999 年修订的《湖南省中等职业教育数学教学大纲》和湖南省中等职业教育教材编审委员会所编的《数学》教材编写的。

本套教学指导书共分上、下两册,上册与教材第一册、第二册配套使用,下册与教材第三册、第四册配套使用。本书是下册,主要包括教材各章的教学要求,教材分析和教学建议,部分习题的答案、提示或解答,各章补充题和附录等。

本教学指导书是在湖南省教育厅领导下,由湖南省中等职业教育教材编审委员会组织编写的。湖南省职业教育研究所成力争同志为组编,陈拥贤同志为责任编审。本教学指导书由湖南省经济贸易学校曾庆柏高级讲师任主编,湖南师范大学李求来教授任主审,参编人员是:湖南省教育科学研究所唐国庆同志(第九章、第十章)、长沙市财经职业中专郭振斌同志(第十一章)、湖南省经济贸易学校陈守廉同志(第十二章)、株洲职业技术学院李超任同志(第十四章)、长沙市商业学校陈晓霞同志(第十五章、第十六章)、湖南省化工学校彭仲武同志(第十七章、第十八章、第十九章)、曾庆柏同志(第十三章、第二十章)。在本书的编审过程中,得到了各编审人员所在单位领导的大力支持,谨在此表示衷心感谢。

由于成书仓促,编审人员水平有限,不足之处,请有关专家、学者及使用本书的教师指正。

湖南省中等职业教育教材编审委员会

2000 年 9 月

目 录

第九章 直线和平面	(1)
第一节 平 面	(4)
第二节 空间两条直线	(7)
第三节 空间直线和平面	(10)
第四节 空间两个平面	(17)
第十章 多面体与旋转体	(42)
第一节 多面体	(44)
第二节 旋转体	(48)
第十一章 排列、组合、二项式定理	(69)
第一节 排列与组合	(71)
第二节 二项式定理	(78)
第十二章 概 率	(89)
第一节 随机事件	(91)
第二节 概率的定义及其性质	(94)
第三节 相互独立事件与乘法公式	(98)
第四节 独立重复试验模型	(100)
第十三章 统计初步	(120)
第一节 总体及其分布	(122)
第二节 总体的均值与方差	(125)
第三节 样 本	(127)
第四节 参数估计	(128)

第五节	假设检验·····	(130)
第六节	一元线性回归·····	(133)
第十四章	极限与连续·····	(146)
第一节	函数的极限·····	(147)
第二节	函数的连续性·····	(155)
第十五章	导数与微分·····	(169)
第一节	导数的概念·····	(171)
第二节	求导数的基本公式与法则·····	(176)
第三节	二阶导数·····	(180)
第四节	函数的微分·····	(181)
第十六章	导数的应用·····	(192)
第一节	函数的单调性、极值、最大值与最小值·····	(194)
第二节	曲线的凹凸性与拐点、函数图像的描绘·····	(197)
* 第三节	弧微分、曲线的曲率·····	(200)
* 第四节	经济应用举例·····	(202)
第十七章	不定积分·····	(216)
第一节	不定积分的概念·····	(217)
第二节	不定积分的求法·····	(220)
第十八章	定积分及其应用·····	(237)
第一节	定积分的概念·····	(239)
第二节	定积分的性质、牛顿-莱布尼兹公式·····	(240)
第三节	定积分的换元积分法与分部积分法·····	(243)
第四节	定积分的应用·····	(244)
第五节	定积分的近似计算·····	(247)
第十九章	微分方程·····	(260)
第一节	微分方程的概念·····	(262)
第二节	可分离变量的微分方程·····	(264)
第三节	一阶线性微分方程·····	(265)

第四节	二阶常系数线性微分方程·····	(267)
第二十章	行列式与矩阵·····	(280)
第一节	行列式·····	(282)
第二节	矩 阵·····	(290)
第三节	线性方程组·····	(295)
第四节	投入产出数学模型·····	(298)

第九章 直线和平面

I 教学要求

1. 理解平面的基本性质，会画平面直观图。
2. 掌握空间两条直线的位置关系；掌握两条直线所成的角和距离的概念（对异面直线的距离，只要求了解概念）。
3. 掌握空间直线和平面的位置关系；掌握直线和平面平行、直线与平面垂直的判定和性质；掌握斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角、直线和平面的距离的概念；掌握三垂线定理及其逆定理。
4. 掌握平面与平面的位置关系；理解平面与平面平行、平面与平面垂直的判定和性质，理解二面角、二面角的平面角、两个平面间的距离的概念。
5. 通过教学，培养学生的空间概念和空间想象能力，进一步发展学生的逻辑思维能力。

II 教材分析和教学建议

直线和平面是最基本的几何元素，空间直线和平面的位置关系是立体几何的基础知识。学好这一部分内容，对于学生在已有的平面图形知识基础上，建立空间观念，实现从认识平面图形到

认识立体图形这一飞跃，是非常重要的。

本章教材共分四节。

第一节为平面。教材首先从生活实际中抽象出平面的概念，接着讨论了平面的表示法，并简单地介绍了空间图形直观图的画法，然后讨论了平面的基本性质，即平面性质的三条公理和三个推论。

第二节为空间两条直线。教材首先讨论了空间两条直线的位置关系，并引出了异面直线的概念，接着研究了公理4及空间两个平行角之间的关系定理，最后讨论了两条异面直线所成的角、异面垂直、两异面直线之间的距离等概念。

第三节为空间直线和平面。教材首先讨论了空间直线和平面的位置关系，然后讨论了直线和平面平行的判定定理和性质定理，接着研究了直线和平面垂直的概念、直线和平面垂直的判定定理和性质定理，介绍了斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角等概念，并给出了射影定理，最后研究了三垂线定理及其逆定理。

第四节为空间两个平面。教材首先讨论了两个平面的位置关系，然后讨论了两个平面平行的判定定理和性质定理，给出了二面角及其平面角的概念，最后研究了两个平面垂直的判定定理和性质定理。

本章的重点是：

- (1) 平面的基本性质。
- (2) 空间直线与直线、直线与平面、平面与平面之间的平行和垂直关系。
- (3) 异面直线所成的角、直线和平面所成的角、二面角的概念。
- (4) 三垂线定理及其逆定理。

本章的难点是：

(1) 建立空间观念, 实现对图形认识从平面到立体的过渡.

(2) 了解判定定理和性质定理的逻辑推理过程, 特别是应用反证法进行推理的过程.

(3) 正确选用判定定理、性质定理来解题.

在本章教学时, 应注意以下几点:

(1) 联系实际提出问题和引入概念, 合理运用教具, 加强由模型到图形、再由图形返回模型的基本训练, 逐步培养由图形想象出空间位置关系的能力.

(2) 从图形入手, 有序地建立图形、文字、符号这三种数学语言的联系.

图形是将考察对象第一次抽象后的产物, 也是形象、直观的语言. 教学中应首先强调图形语言, 加强图形的运用, 充分发挥其作用. 文字语言是对图形的描述、解释与讨论, 符号语言则是文字语言的简单化和再次抽象. 要形成对于研究对象的三种数学语言的综合描述, 即整体认识.

用文字和符号描述对象时, 必须紧密联系图形, 使抽象与直观结合起来, 即在图形的基础上发展其他数学语言. 如果能在阐述定义、定理、公式等重要内容时, 先给出图形, 再用文字和符号进行描述, 综合运用几种数学语言, 使其优势互补, 就有可能收到更好的效果, 给人留下的印象更为深刻.

(3) 联系平面图形的知识, 利用对比、引申、联想等方法, 找出平面图形和立体图形的异同, 以及两者的内在联系, 逐步培养学生将立体图形转化为平面图形的能力.

(4) 本章教材中, 证明占有一定的地位, 这是培养和发展学生逻辑思维能力所必须掌握的. 除多数使用通常的直接证法外, 还用到间接证法中的反证法. 学生应对反证法这种重要的数学思想方法有所了解.

本章教学约需 20 课时, 具体分配如下 (仅供参考):

第一节 平面	约 3 课时
第二节 空间两条直线	约 3 课时
第三节 空间直线和平面	约 6 课时
第四节 空间两个平面	约 6 课时
本章小结	约 2 课时

第一节 平 面

1. 平面是最基本的几何概念，对它只加以描述而不定义。教学中借助实例来引入平面的概念是必要的，但需要指出几何中的平面是无限伸展的，可以联系直线的无限伸展性来理解。

2. 以点作为元素，直线、平面等都是由点构成的集合。从点集的角度认识几何图形问题，是数学发展的结果，这对利用数形结合思想深入研究数学，是非常必要的。

几何中许多符号的规定都出自将图形视为点集，例如，点 A 在平面 α 内，记作 $A \in \alpha$ ；点 A 不在平面 α 内，记作 $A \notin \alpha$ 。直线 l 在平面 α 内，记作 $l \subset \alpha$ ；直线 l 不在平面 α 内，记作 $l \not\subset \alpha$ 。这里的点 A 是平面 α 的元素，而直线 l 是平面 α 的子集。因此，在符号的使用上有区别。在介绍有关符号的使用时，结合前面所学的集合知识讲一讲规定符号的背景，可以帮助学生正确使用符号。

3. 在讲“通常画平行四边形表示平面”时，要结合实际画图，逐步向学生强调下列各点：

(1) 所画的平行四边形是表示它所在的整个平面，需要时我们可以把它扩展出去，这同画直线一样，直线是可以无限延伸的，但在画图时，也只能画一段来表示直线。

(2) 加“通常”两字的意思，是因为有时根据需要也可用其他的平面图形，如菱形、封闭的典型图形等表示平面。

(3) 画表示水平平面的平行四边形时，通常把它的锐角画成 45° ，横边画成邻边的两倍。但在画图时，可根据图形的不同需要来画，并不强求千篇一律。画非水平的平面时，只要画成平行四边形（画直立的平面时，要有一组对边为铅垂线）即可。画相交平面时，一定要画出它们的交线。

4. 立体几何中，被遮住的部分可画成虚线或不画。为了防止混淆，立体图形的直观图中，辅助线和图形中原有的线作同样处理，可见部分不画成虚线。

5. 关于平面的基本性质，即教材中三个公理，是研究立体图形的基本理论基础，必须要求学生很好地掌握。所谓公理，就是不必证明而直接承认的真命题，它们是进一步推理的出发点和根据。教学时注意以下几点：

(1) 公理 1 给出了直线与平面的结合关系。从集合的角度看，这个公理可以叙述为：如果一条直线（点集）中有两个元素（点）属于一个平面（点集），那么这条直线就是这个平面的真子集。用它既可判定直线是否在平面内，又可检验平面。

(2) 讲公理 2 时，应紧紧抓住平面在空间是无限伸展着的这一特征来讲，应使学生明确如果两个平面相交，它们就交于一条直线。应特别强调如果两个平面有一个公共点，它们就有过这个点的一条交线。也只有这条交线。

(3) 公理 3 及其推论的内容关系到确定平面的条件，应使学生透彻理解公理中“有且只有一个”的含义。这里“有”是说图形存在，“只有一个”是说图形惟一。本公理强调的是存在和惟一两方面，因此“有且只有一个”必须完整地使用。应向学生指出，不能仅用“只有一个”来替代“有且只有一个”，否则就未表达存在性。

(4) 讲解公理 3 时，应突出“不在同一直线上”和“三点”几个字。可引导学生认识到经过一点、两点或同一直线上的三点

可有无数个平面；过不在同一直线上的四点，不一定有平面，这样可使学生重视“不在同一直线上的三点”这一条件的重要性。

6. 关于公理3的推论1、推论2和推论3，教材上没有给出证明，现补充如下，供教学时参考。

推论1 经过一条直线和这条直线外的一点，有且只有一个平面。

证明 如图 [见教材第5页图9-8 (1)]，设 l 是已知直线，点 A 是直线 l 外一点，在直线 l 上任取两点 B 和 C ，于是 $A \notin l$ ， $B \in l$ ， $C \in l$ ，即 A 、 B 、 C 为不共线的三点。根据公理3，经过 A 、 B 、 C 三点有一个平面 α 。因为 $B \in \alpha$ ， $C \in \alpha$ ，所以由公理1可知 $AC \subset \alpha$ ，即平面 α 是经过直线 l 和点 A 的平面。

又根据公理3，经过不共线的三点 A 、 B 、 C 的平面只有一个，所以经过直线 l 和点 A 的平面只有一个。

推论2 经过两条相交直线，有且只有一个平面。

证明 如图 [见教材第5页图9-8 (2)]，设直线 l 、 m 相交于点 C ，在 l 、 m 上分别取不同于点 C 的点 A 和点 B ，则点 A 、 B 、 C 是不在同一直线上的三点（否则与 l 、 m 为相交直线矛盾）。

由公理3，过 A 、 B 、 C 三点有且只有一个平面 α ，因为 l 、 m 上各有两点在 α 内，所以 l 、 m 在 α 内，因此 l 、 m 有平面 α 。

因为点 A 、 B 、 C 分别在直线 l 、 m 上，所以它们在过 l 、 m 的平面内，又由公理3，过点 A 、 B 、 C 的平面只有一个，所以过直线 l 、 m 的平面只有一个。

推论3 经过两条平行直线，有且只有一个平面。

证明 如图 [见教材第5页图9-8 (3)]，设直线 l 、 m 满足 $l \parallel m$ ，由平行线的定义， l 、 m 在同一平面内。这就是说，过 l 、 m 有平面 α 。

设点 A 为直线 l 上任一点，则点 A 在直线 m 以外。点 A 和

直线 m 在过 l 、 m 的平面 α 内，又由公理 3 的推论 1，过点 A 和直线 m 的平面只有一个，所以过直线 l 、 m 的平面只有一个。

7. 本节中使用了 $\in$ ， $\notin$ ， $\subset$ ， $\cap$ 等符号，它们源自集合符号，但在读法上仍用几何语言。例如， $A \in \alpha$ ，读作“点 A 在平面 α 内”； $\alpha \cap \beta = l$ ，读作“平面 α 、 β 相交于直线 l ”。本章中几何符号的用法符合有关国家标准的规定，使用时原则上与集合符号的含义一致，但为方便起见，个别地方的用法与集合符号略有不同。例如，直线 l 、 m 相交于点 A ，记作 $l \cap m = A$ ，而不记作 $l \cap m = \{A\}$ 。这里的 A 既是一个点，又可以理解为只含有一个元素（点）的集合。

8. 教材第 5 页的例 1 是证明题。这类题的证法是先构造出一个平面，然后证明直线在这一平面内。

在本节的练习中，安排了一些关于图形、符号和文字的表示之间互相转化的内容，这对于初学立体几何的学生来说是很重要的，它有利于训练学生正确地认识和描述空间的几何图形。

第二节 空间两条直线

1. 空间两条直线的位置关系，是在学生已经学过同一平面内的两条直线不相交就平行，及刚讲过的平面基本性质的基础上提出来的。它既是研究直线和直线、直线和平面、平面和平面各种位置关系的开始，又是学习这些位置关系的基础，因此对本节教材应予以足够的重视，逐步改变学生只在一个平面内考虑问题的习惯。

2. 本节的重点和难点是异面直线的概念。在讲异面直线的定义之前，可先复习一下在同一平面内两条不重合直线的位置关系，进而通过对实物的观察，使学生了解不在同一平面内的直线是大量存在的，从而抽象出异面直线的概念，讲解时应向学生指

出：

(1) “不同在任何一个平面内的两条直线”，是指这两条直线不能同时在一个平面内的意思，画在两个平面内的直线，也可能同时在另一个平面内，因而不一定是异面直线。

(2) 画异面直线时，要以辅助平面作衬托（见教材第9页的图9-11），这样才能使两直线不能共面的特点显示得更清楚。

3. 空间两条不重合的直线有三种位置关系，若从公共点的数目方面看，可以分为：

(1) 只有一个公共点——相交直线。

(2) 没有公共点 $\begin{cases} \text{平行直线;} \\ \text{异面直线.} \end{cases}$

若从平面的基本性质方面看，可以分为：

(1) 在同一平面内 $\begin{cases} \text{相交直线;} \\ \text{平行直线.} \end{cases}$

(2) 不在同一平面内——异面直线。

教材中的分法是上述两种分法的综合。

教材第10页的例1是证明题。证明过程采用了反证法，有一定难度。教学时应向学生讲清反证法的基本思想方法，并要求学生掌握这种方法。

4. 公理4的内容是平行的传递性，即

$$a // b, b // c \Rightarrow a // c.$$

平行的传递性在初中几何中也讲过，只是当时将直线 a 、 b 、 c 限制在同一平面内，本节中则对此作了推广，即 a 、 b 、 c 可以不共面，而是两两共面，应向学生指出上述变化。

教材第10页的例2是证明题，它是公理4的直接应用。

5. 教材第11页的定理，称之为“等角定理”，也是由平面图形推广到立体图形的，教学中应提醒学生，并非所有关于平面图形适用的结论对于立体图形仍然适用，对此可用反例适当解

释. 提醒学生: 一般说, 要把关于平面图形的结论推广到立体图形, 必须经过证明.

本定理证明如下, 仅供教师参考:

已知 $\angle BAC$ 和 $\angle B'A'C'$ 的边 $AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$, 并且方向相同.

求证 $\angle BAC = \angle B'A'C'$.

证明 对于 $\angle BAC$ 和 $\angle B'A'C'$ 都在同一平面内的情况, 在平面几何中已经证明. 下面我们证明两个角不在同一平面内的情况.

如图 (见教材第 11 页图 9-15), 在 AB , $A'B'$, AC , $A'C'$ 上分别取 $AD = A'D'$, $AE = A'E'$, 连结 AA' , DD' , EE' , DE , $D'E'$.

因为 $AB \parallel A'B'$, $AD = A'D'$.

所以 $AA'D'D$ 是平行四边形.

所以 $AA' \parallel DD'$.

同理 $AA' \parallel EE'$.

根据公理 4 得 $DD' \parallel EE'$, 且 $DD' = EE'$.

所以, 四边形 $EE'D'D$ 是平行四边形.

所以 $ED = E'D'$, 可得 $\triangle ADE \cong \triangle A'D'E'$.

所以 $\angle BAC = \angle B'A'C'$.

6. 关于两条异面直线所成的角. 上述等角定理为它的定义提供了可能性和惟一性. 在讲解该定义时, 应讲清三点:

- (1) a' , b' 所成的锐角 (或直角);
- (2) 点 O 的任意性;
- (3) 为方便起见, 将 O 点取在 a 或 b 上.

7. 讲完两条异面直线互相垂直的概念后, 应向学生指出: 今后如果说两条直线互相垂直, 它们可能相交, 也可能异面. 学生对两条异面直线互相垂直还不习惯, 可通过实例加深印象, 例

如正方体上的任一条棱和不平行于它的八条棱都是互相垂直的，其中有的和这条棱相交，有的和这条棱异面。

8. 讲两条异面直线的公垂线时，应强调一下“和两条异面直线都垂直相交……”中的“相交”两字，因为刚才讲两条直线互相垂直时，交待过它们不一定相交，所以这里的相交二字容易被忽视掉。还可以向学生提出问题：平面内的两条直线有没有公垂线？

教材第13页的例3是求两异面直线的角的题。通过教学，以加深学生对两异面直线的角概念的理解。要注意第(3)小题，学生在求解时容易出错。

第三节 空间直线和平面

1. 关于直线和平面的位置关系，在讲解时应介绍一些学生较熟悉的实例，帮助学生理解。

2. 对于一条直线和一个平面的位置关系，公理1其实已经讲到，即如果一条直线和一个平面有两个或两个以上的公共点，那么这条直线就在这个平面内。而一条直线不在一个平面内的情况，只有两种可能：直线和平面只有一个公共点，即直线和平面相交；直线和平面没有公共点，即直线和平面平行。于是直线和平面的位置关系可归纳如下：

(1) 直线在平面内——有无数个公共点。

(2) 直线不在平面内 $\left\{ \begin{array}{l} \text{相交——只有一个公共点；} \\ \text{平行——没有公共点。} \end{array} \right.$

3. 可通过对比的方法，使学生掌握直线和平面的各种位置关系的图形的画法，如图1的画法比较好，但图2的画法就不明显。